

เก่ง



สำนักพิมพ์ พ.ศ.พัฒนา

คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดเสริมทักษะ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

พื้นฐาน

ม.2 เล่ม 1

พิชิตกรด

4

เนื้อหา
+แบบฝึกหัด
+แบบทดสอบทุกบท
พร้อมสูตรลัดในเล่ม

เรียบเรียงโดย

ดร.ณัฐธินัน ลุกเสือธรา

ก.บ., กศ.ม. (คณิตศาสตร์)

Ph.D.in Management



เก่ง



คณิตศาสตร์

แบบฝึกหัดเสริมทักษะ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

พื้นฐาน

ม. 2 เล่ม 1

พิชิตเกรด

4

ติวเนื้อหา
+แบบฝึกหัด
+แบบทดสอบทุกบท
พร้อมสูตรลัดในเล่ม

เรียบเรียงโดย

ดร.ณัฐธินัน ลุกเสือทิสรา

ค.บ., กศ.ม. (คณิตศาสตร์)
Ph.D.in Management

เก่งคณิตศาสตร์

“พิชิตเกรด 4” ม.2 (พื้นฐาน) เล่ม 1

ผู้เรียบเรียง	ดร.ณัฐธินันท์ ลูกเสือติรา
บรรณาธิการ	อรรศรี ไรจน์พจนรัตน์
เรียงพิมพ์	สุพรรณษา เทพารส สิทธิินันท์ สกุลชัยสิริวิธ
รูปเล่ม	สิทธิินันท์ สกุลชัยสิริวิธ
ฝ่ายศิลป์	สิทธิินันท์ สกุลชัยสิริวิธ
พิสูจน์อักษร	พิรุณนิชา ไบสุวรรณ
รองปก	อมรศักดิ์ บุญเรือง
ปก	อมรศักดิ์ บุญเรือง



สำนักพิมพ์นี้เป็นสมาชิกสมาคมผู้จัดพิมพ์
และผู้จำหน่ายหนังสือแห่งประเทศไทย

แนะนำหรือวิจารณ์หนังสือเล่มนี้ได้ที่

www.thaibookrecommend.com

หนังสือเล่มนี้พิมพ์จากกระดาษรีไซเคิล เอ
กระดาษจากต้นไม้ ช่วยแก้ปัญหาโลกร้อน



จัดพิมพ์ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด

12 หม่อมแฝดแยก 3 ถนนพระราม 6 (ซอย 41) แขวงสามเสนใน เขตพญาไท

กรุงเทพมหานคร 10400

โทร : 0-2279-6222 (อัตโนมัติ 15 คู่สาย)

โทรสาร : 0-2279-6203-4

พิมพ์ที่ : บริษัท เรืองแสงการพิมพ์ (2002) จำกัด

48/1721-1722 หมู่ 7 ซอยหมู่บ้าน ดี.เค. 16

ถนนกาญจนาภิเษก เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร 10150

คำนำ

การศึกษาด้วยตนเองโดยมีกระบวนการอย่างเป็นระบบ จะทำให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ และการจดจำ ได้ดีกว่าการฟังเพียงอย่างเดียว คณิตศาสตร์เป็นวิชาการแขนงหนึ่งที่ต้องอาศัยทั้งความเข้าใจ ทักษะการคิดคำนวณอย่างมีเหตุผล และการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งถ้าผู้เรียนต้องการ ดัน! คะแนนสอบของตนเองให้เพิ่มขึ้นควรพัฒนาตนเองให้มีความพร้อมในทุกๆ ด้าน และกำจัดจุดอ่อนของตนเองให้หมดไป

แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เรียบเรียงขึ้นเพื่อตอบโจทย์ปัญหาของนักเรียนที่มี 1) พื้นฐานความรู้เดิมไม่แน่น 2) มีความเข้าใจเนื้อหาของบทเรียนไม่ดีพอ 3) ต้องการใช้เวลาในการศึกษาบทเรียนน้อยๆ 4) ต้องการฝึกฝนโจทย์ต่างๆ ให้ชำนาญ และ 5) ต้องการดัน! เกรดเฉลี่ยของตนเอง (ให้พุ่งจนได้เกรด 4) ซึ่งการพัฒนาความรู้ของตนเองให้คงทนนั้นการศึกษาและการฝึกฝนโดยทำแบบฝึกหัดเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ผู้เขียนมุ่งให้ผู้ศึกษาทุกท่านได้ใช้ประโยชน์จากแบบฝึกหัด ฉบับนี้อย่างเต็มที่นำพาท่านไปสู่ผลการเรียนที่เพิ่มขึ้นตามที่ได้คาดหวัง และบังเกิดความรักในการเรียนคณิตศาสตร์

“เรียนรู้ด้วยตนเอง พร้อมให้เรานำพา “ความเก่ง” ไปสู่คุณ”

ด้วยความปรารถนาดี



(ณัฏฐ์ธินี ลูกเสือธิดา)

สารบัญ

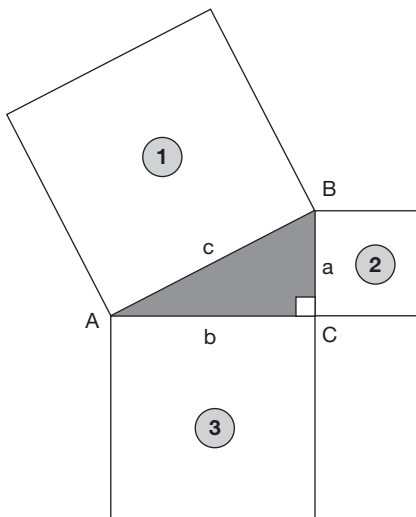
บทที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	17
TEST ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	25
บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	36
จำนวนตรรกยะ	37
รากที่สอง	45
รากที่สาม	53
จำนวนอตรรกยะ	57
การนำไปใช้ (โจทย์ปัญหา)	61
TEST ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	64
บทที่ 3 ปริซึมและทรงกระบอก	72
ปริซึม (Prism)	73
ทรงกระบอก (Cylinder)	79
การนำไปใช้ (โจทย์ปัญหา)	82
TEST ปริซึมและทรงกระบอก	86
บทที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต	89
การเลื่อนขนาน (Translation)	89
การสะท้อน (Reflection)	107
การหมุน (Rotation)	121
TEST การแปลงทางเรขาคณิต	128
บทที่ 5 สมบัติของเลขยกกำลัง	139
ทบทวน... สูตรเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	139
สมบัติการเปลี่ยนฐานของเลขยกกำลัง	147
สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	150
การนำไปใช้ (โจทย์ปัญหา)	152
TEST สมบัติของเลขยกกำลัง	157
บทที่ 6 พหุนาม	162
เอกนาม	162
พหุนาม	166
การคูณพหุนาม	172
การหารพหุนาม	173
TEST พหุนาม	177

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

Note

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กล่าวว่า...

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก



จากรูป พื้นที่ ① = พื้นที่ ② + พื้นที่ ③

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$$

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

สูตร

หรือ $a^2 = c^2 - b^2 \dots \#$

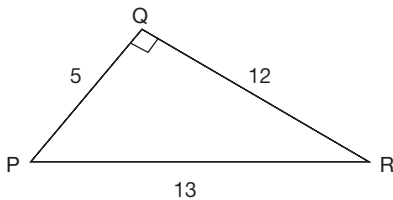
หรือ $b^2 = c^2 - a^2 \dots \# \#$

$\triangle ABC$ มี AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก มี BC และ AC เป็นด้านประกอบมุมฉาก

Ex. รูป $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



...Check ดู!



จาก $c^2 = a^2 + b^2$

$$13^2 = 5^2 + 12^2$$

$$169 = 25 + 144$$

$$169 = 169$$

จริง

ดังนั้น $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

Note

รากที่สองของจำนวนจริง

$$\sqrt{4} = 2 \rightarrow \text{เพราะ } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3 \rightarrow \text{เพราะ } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{0} = 0 \rightarrow \text{เพราะ } 0^2 = 0$$

$$\sqrt{a^2} = |a| ; \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนจริงใดๆ}$$



เพิ่มเติม

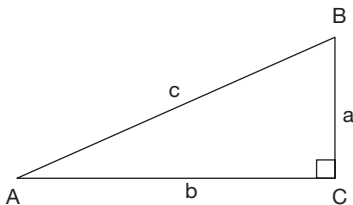
ให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

ค่าสัมบูรณ์ของ a เขียนแทนด้วย $|a|$

$$|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } a = 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{เช่น } \sqrt{5^2} = |5| = 5 \\ \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5 \end{array} \quad \left| \quad 0^2 = |0| = 0 \right.$$

Ex. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $\hat{ACB}$ เป็นมุมฉาก, มีด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วยและมีด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้านยาว a หน่วย และ b หน่วย



จะได้ ความสัมพันธ์ของด้านทั้ง 3 ตาม ทบ. พythagoรัส ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \rightarrow$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \rightarrow$$

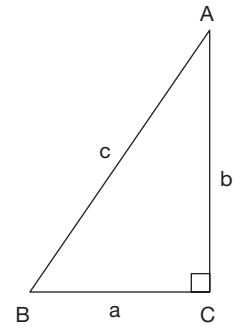
$$\text{หา } c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{หา } a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

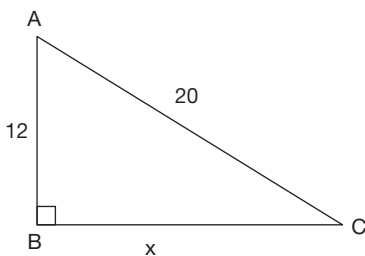
$$\text{หา } b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

PRACTICE 1 : กำหนด $\triangle ABC$ ซึ่งมี $\hat{ACB} = 90^\circ$, $AB = c$ หน่วย, $AC = b$ หน่วย และ $BC = a$ หน่วย
(ดังรูป) จงเติมตัวเลขลงในช่องตารางให้สมบูรณ์

ข้อที่	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
❶	8	15	17				
❷	2.5	6	6.5				
❸	3	4	5				
❹	9	12	15				
❺	24	45	51				

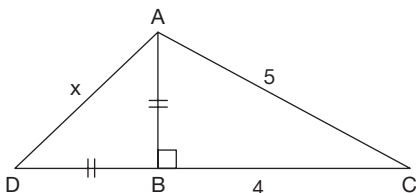


Ex. จงหาค่า x จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้



$$\begin{aligned}
 (AC)^2 &= (AB)^2 + (BC)^2 \rightarrow 20^2 = 12^2 + x^2 \\
 \rightarrow x^2 &= 20^2 - 12^2 \rightarrow x^2 = 400 - 144 \\
 \rightarrow x^2 &= 256 \quad \rightarrow x = \sqrt{256} \\
 \rightarrow x &= \sqrt{16^2} \quad \rightarrow x = |16| = 16
 \end{aligned}$$

Ex. จงหาค่า x จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้; (เมื่อ $\sqrt{18} = 4.24$ และ $\sqrt{19} = 4.36$)



หา (AB) พิจารณา $\triangle ABC$; $(AB)^2 = (AC)^2 - (BC)^2$

$$(AB)^2 = 5^2 - 4^2 \rightarrow (AB)^2 = 25 - 16$$

$$(AB)^2 = 9 \quad \rightarrow \therefore AB = \sqrt{9} = 3$$

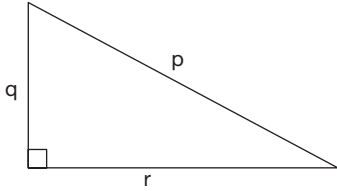
หา (AD) พิจารณา $\triangle ABD$; $(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2$

$$x^2 = 3^2 + 3^2 \rightarrow x^2 = 9 + 9$$

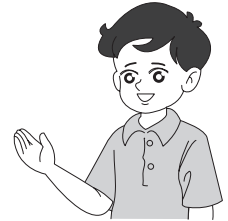
$$x^2 = 18 \quad \rightarrow \therefore x = \sqrt{18} = 4.24$$



PRACTICE 2 : พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ แล้วเขียน ✓ หน้าข้อความที่ถูกต้องและเขียน X หน้าข้อความที่ผิด



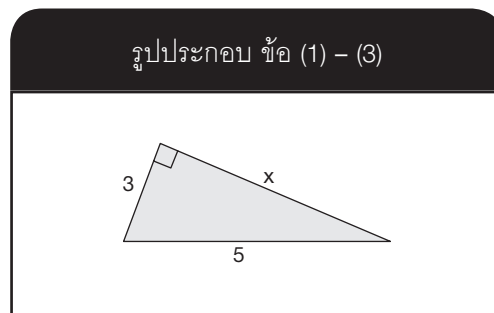
- _____ ❶ $q^2 + r^2 = p^2$
- _____ ❷ $p^2 - q^2 = r^2$
- _____ ❸ $p^2 - r^2 = q^2$
- _____ ❹ $p = \sqrt{q^2 + r^2}$
- _____ ❺ $r = \sqrt{p^2 - q^2}$
- _____ ❻ $q = \sqrt{p^2 - r^2}$



PRACTICE 3 : พิจารณาความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ แล้วเขียน ✓ ถ้าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และเขียน X ถ้าไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

- | | |
|-----------------------|---|
| _____ ❶ 2, 3 และ 4 | _____ ❷ 3, 3 และ 4 |
| _____ ❸ 24, 26 และ 10 | _____ ❹ 2, 2 และ $\sqrt{8}$ |
| _____ ❺ 13, 8 และ 10 | _____ ❻ $\frac{6}{13}$, $\frac{8}{13}$ และ $\frac{10}{13}$ |

PRACTICE 4 : (หาความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้าน 2 ด้าน มาให้) โดยเขียน X ทับตัวเลือกในแต่ละข้อที่ถูกต้องที่สุด



(1) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป Δ มุมฉากนี้คือข้อใด

- | | |
|----------------------|----------------------|
| ก. $5^2 = 3^2 - x^2$ | ข. $x^2 = 5^2 - 3^2$ |
| ค. $x^2 = 5^2 + 3^2$ | ง. $3^2 = x^2 + 5^2$ |

(2) ค่าของ x^2 เท่ากับข้อใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. 16 | ข. 25 |
| ค. 36 | ง. 49 |

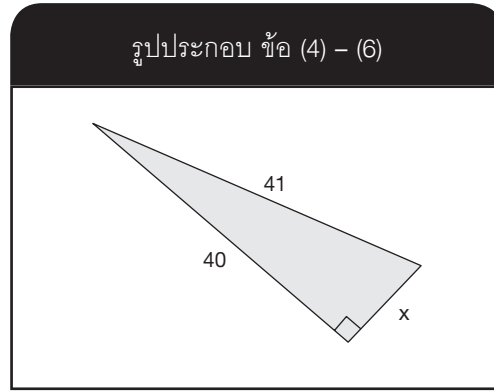
(3) ค่าของ x เท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{49} = 7$

ข. $\sqrt{36} = 6$

ค. $\sqrt{25} = 5$

ง. $\sqrt{16} = 4$



(4) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป Δ มุมฉากนี้คือข้อใด

ก. $x^2 = 41^2 - 40^2$

ข. $x^2 = 41^2 + 40^2$

ค. $40^2 = x^2 - 41^2$

ง. $41^2 = x^2 - 40^2$

(5) ค่าของ x^2 เท่ากับข้อใด

ก. 121

ข. 100

ค. 81

ง. 64

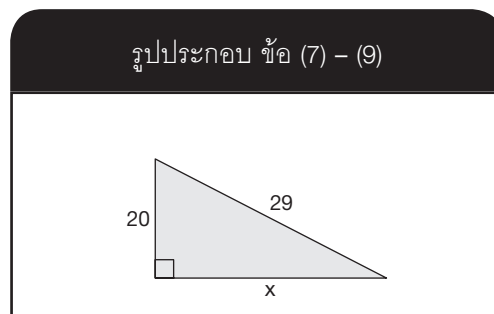
(6) ค่าของ x เท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{64} = 8$

ข. $\sqrt{81} = 9$

ค. $\sqrt{100} = 10$

ง. $\sqrt{121} = 11$



(7) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป Δ มุมฉากนี้ คือข้อใด

ก. $29^2 = x^2 - 20^2$

ข. $x^2 = 29^2 + 20^2$

ค. $20^2 = x^2 - 29^2$

ง. $x^2 = 29^2 - 20^2$

(8) ค่าของ x^2 เท่ากับข้อใด

ก. 625

ข. 576

ค. 441

ง. 400

(9) ค่าของ x เท่ากับข้อใด

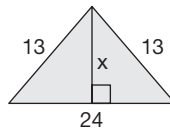
ก. $\sqrt{441} = 21$

ข. $\sqrt{400} = 20$

ค. $\sqrt{625} = 25$

ง. $\sqrt{576} = 24$

รูปประกอบ ข้อ (10) – (12)



(10) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป Δ มุมฉากนี้ คือข้อใด

ก. $13^2 = x^2 - (\frac{24}{2})^2$

ข. $x^2 = 13^2 - (\frac{24}{2})^2$

ค. $(\frac{24}{2})^2 = x^2 - 13^2$

ง. $x^2 = 13^2 + (\frac{24}{2})^2$

(11) ค่าของ x^2 เท่ากับข้อใด

ก. 49

ข. 36

ค. 25

ง. 16

(12) ค่าของ x เท่ากับข้อใด

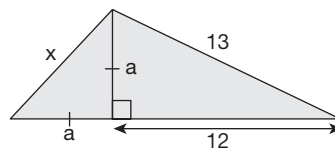
ก. $\sqrt{16} = 4$

ข. $\sqrt{25} = 5$

ค. $\sqrt{36} = 6$

ง. $\sqrt{49} = 7$

รูปประกอบ ข้อ (13) – (18)



(13) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป Δ มุมฉากนี้ เพื่อหาค่า a คือข้อใด

ก. $13^2 = a^2 - 12^2$

ข. $a^2 = 13^2 + 12^2$

ค. $12^2 = a^2 - 13^2$

ง. $a^2 = 13^2 - 12^2$

(14) ค่าของ a^2 เท่ากับข้อใด

ก. 81

ข. 64

ค. 36

ง. 25

(15) ค่าของ a เท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{25} = 5$

ข. $\sqrt{36} = 6$

ค. $\sqrt{64} = 8$

ง. $\sqrt{81} = 9$

(16) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป $\triangle$ มุมฉากนี้ เพื่อหาค่า x คือข้อใด

ก. $x^2 = a^2$

ข. $x^2 = a^2 + a^2$

ค. $a^2 = x^2 + a^2$

ง. $x^2 = 2a$

(17) ค่าของ x^2 เท่ากับข้อใด

ก. 10

ข. 25

ค. 50

ง. 64

(18) ค่าของ x เท่ากับข้อใด

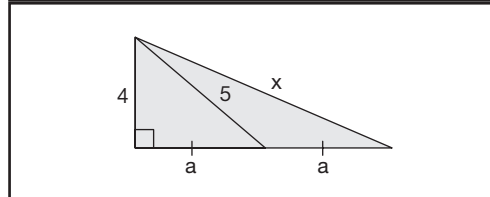
ก. $\sqrt{10}$

ข. $\sqrt{25} = 5$

ค. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

ง. $\sqrt{64} = 8$

รูปประกอบ ข้อ (19) – (24)



(19) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป $\triangle$ มุมฉากนี้ เพื่อหาค่า a คือข้อใด

ก. $a^2 = x^2 - 4^2$

ข. $a^2 = 5^2 + x^2$

ค. $a^2 = 5^2 - 4^2$

ง. $a^2 = 5^2 - x^2$

(20) ค่าของ a^2 เท่ากับข้อใด

ก. 25

ข. 16

ค. 9

ง. 3

(21) ค่าของ a เท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{3}$

ข. $\sqrt{9} = 3$

ค. $\sqrt{16} = 4$

ง. $\sqrt{25} = 5$

(22) สมการแสดงความสัมพันธ์ของรูป $\triangle$ มุมฉากนี้ เพื่อหาค่าของ x คือข้อใด

ก. $x^2 = 4^2 + (2a)^2$

ข. $x^2 = 5^2 + a^2$

ค. $x^2 = 5^2 - 4^2$

ง. $x^2 = 4^2 + a^2$

(23) ค่าของ x^2 เท่ากับข้อใด

ก. 16

ข. 25

ค. 52

ง. 80

(24) ค่าของ x เท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

ข. $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

ค. $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

ง. $\sqrt{25} = 5$



จำได้...ก็ดีกว่า!!

ความยาวแต่ละด้านที่ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งใช้บ่อยๆ มีดังนี้

3, 4, 5

5, 12, 13

7, 24, 25

8, 15, 17

9, 40, 41

11, 60, 61

12, 35, 37

13, 84, 85

20, 21, 29

ชุดของตัวเลขดังกล่าวข้างต้น เขียนในรูปของอัตราส่วนอย่างต่ำ ซึ่งหากน้องๆ นำตัวเลขแต่ละชุดมาหาพหุคูณ ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังคงเป็นความยาวแต่ละด้านที่ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เช่นกันครับ ไปศึกษาตัวอย่างกันเลย...

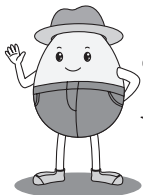
$$(3, 4, 5) \times 2 = (6, 8, 10)$$

$$(3, 4, 5) \times 4 = (12, 16, 20)$$

$$(3, 4, 5) \times 3 = (9, 12, 15)$$

$$(3, 4, 5) \times 5 = (15, 20, 25)$$

ชุดของตัวเลขอื่นๆ ก็ล้วนมีความสัมพันธ์ทำนองเดียวกัน...นะ!



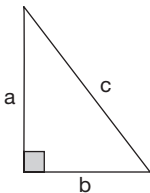
รู้เพิ่ม...

เดิมสมอง

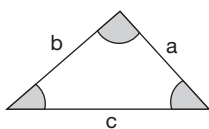
รูปสามเหลี่ยมเป็นรูปที่มีด้าน 3 ด้าน มีมุม 3 มุม ซึ่งเราก็อทราบกันดีแล้วไม่เพียงเท่านั้น... ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้ง 3 ด้านในรูปสามเหลี่ยม สามารถนำไปใช้เพื่อตรวจสอบว่า รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้อีกด้วย

กำหนดให้

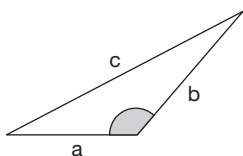
c คือ ความยาวของด้านที่ยาวที่สุดในรูป $\triangle$ ใดๆ



ถ้า $a^2 + b^2 = c^2$ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็น “สามเหลี่ยมมุมฉาก”
(บทกลับของ ทบ. พิทาโกรัส)

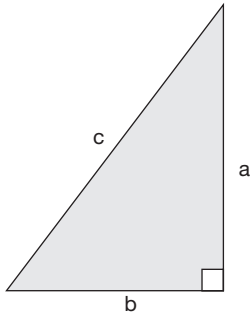


ถ้า $a^2 + b^2 > c^2$ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็น “สามเหลี่ยมมุมแหลม”



ถ้า $a^2 + b^2 < c^2$ แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็น “สามเหลี่ยมมุมป้าน”

PRACTICE 5 : ใจหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านมาให้อย่าง 2 ด้าน



❶ เมื่อ $a = 24$ ซม., $b = 7$ ซม. ใจหา $c = ?$

แนวคิด $c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow c^2 = \dots + \dots$
 $\rightarrow c^2 = \dots \rightarrow \therefore c = \sqrt{\dots} = \dots$ ซม.

❷ เมื่อ $c = 17$ ม., $a = 8$ ม. ใจหา $b = ?$

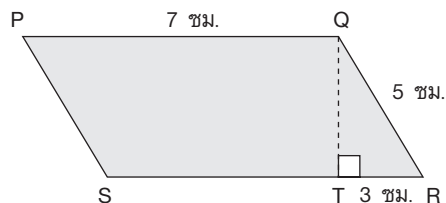
แนวคิด $b^2 = c^2 - a^2 \rightarrow b^2 = \dots - \dots$
 $\rightarrow b^2 = \dots \rightarrow \therefore b = \sqrt{\dots} = \dots$ ม.

❸ เมื่อ $b = 35$ ฟุต, $c = 37$ ฟุต ใจหา $a = ?$

แนวคิด $a^2 = c^2 - b^2 \rightarrow a^2 = \dots - \dots$
 $\rightarrow a^2 = \dots \rightarrow \therefore a = \sqrt{\dots} = \dots$ ฟุต

PRACTICE 6 : ใจหาพื้นที่ของรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้

❶ กำหนดให้ $\square PQRS$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



Step I : หา QT จากรูป $\triangle QTR$

$$(QT)^2 = (\dots)^2 - (\dots)^2 = \dots = \dots = \dots$$

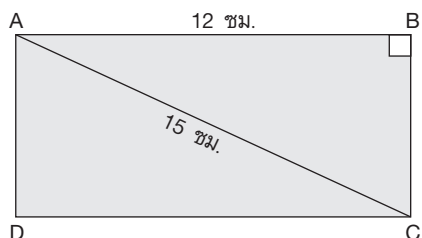
$$\therefore QT = \sqrt{\dots} = \dots$$

Step II : หา พท. $\square PQRS$

$$\text{สูตร พท. ด้านขนาน} = \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$= 7 \times \dots = \dots \text{ ตร.ซม.}$$

- ② กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



Step I : หา BC จากรูป $\triangle ABC$

$$(BC)^2 = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \quad = \quad = \quad$$

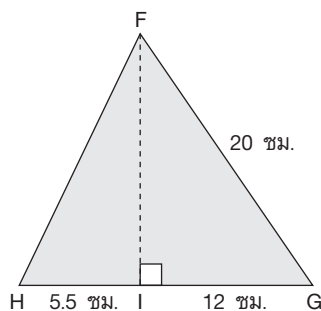
$$\therefore BC = \sqrt{\quad} = \quad \text{ ซม.}$$

Step II : หา พท. $\square ABCD$

$$\text{สูตร พท. } \square \text{ ผืนผ้า} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว}$$

$$= \quad \times 12 = \quad \text{ ตร.ซม.}$$

- ③ กำหนดให้ FGH เป็นรูปสามเหลี่ยม



Step I : หา FI จากรูป $\triangle FIG$

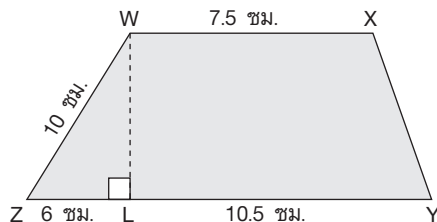
$$(FI)^2 = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \quad = \quad = \quad$$

$$\therefore FI = \sqrt{\quad} = \quad \text{ ซม.}$$

Step II : หา พท. $\triangle FGH$

$$\text{สูตร พท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} = \quad = \quad \text{ ตร.ซม.}$$

- 4 กำหนดให้ $\square WXYZ$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



Step I : หา WL จากรูป $\triangle WLZ$

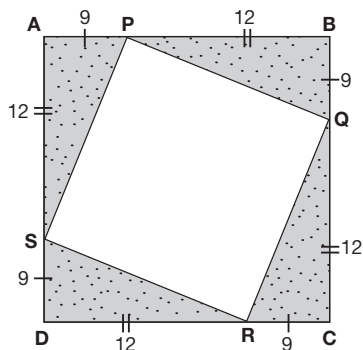
$$(WL)^2 = (\quad)^2 - (\quad)^2 = \quad = \quad = \quad$$

$$\therefore WL = \sqrt{\quad} = \quad \text{ ซม.}$$

Step II : หา พท. $\square WXYZ$

$$\begin{aligned} \text{สูตร พท. } \square \text{ คางหมู} &= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \\ &= \frac{1}{2} \times \quad \times \quad \\ &= \quad \text{ ตร.ซม.} \end{aligned}$$

- 5 กำหนด $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีจุด P , จุด Q , จุด R และจุด S อยู่บน $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ และ $\overline{DA}$ ตามลำดับ ซึ่ง $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ หน่วย, $\overline{BP} = \overline{CQ} = \overline{DR} = \overline{AS} = 12$ หน่วย จงหาว่า $\square PQRS$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

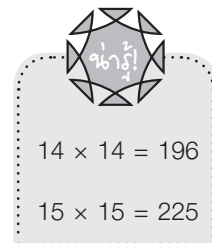


Step I : $\overline{AP} = 9$ หน่วย, $\overline{AS} = 12$ หน่วย, $\angle PAS = 90^\circ$ หา $\overline{PS} = ?$

$$\begin{aligned} (PS)^2 &= (AP)^2 + (\quad)^2 = 9^2 + (\quad)^2 \\ &= 81 + \quad = \quad \\ \therefore PS &= \quad = \quad \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

Step II : หา พท. $\square PQRS$

$$\text{พท. } \square PQRS = (PS)^2 = (\quad)^2 = \quad \text{ ตร.หน่วย}$$



PRACTICE 7 : จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

กำหนด

a เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ จะได้ $\sqrt{a^2} = \sqrt{a \times a} = |a|$ Ex.

$$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = |2| = 2$$

$$\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = |13| = 13$$

(1) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = \dots\dots\dots$ (2) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = \dots\dots\dots$

(3) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = \dots\dots\dots$ (4) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = \dots\dots\dots$

(5) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = \dots\dots\dots$ (6) $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = \dots\dots\dots$

(7) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = \dots\dots\dots$ (8) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = \dots\dots\dots$

กำหนด

a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ จะได้ $\sqrt{a \times a \times b} = a\sqrt{b}$ Ex.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{2 \times 2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{7 \times 7 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

(9) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2 \times 2 \times 3} = \dots\dots\dots$

(10) $\sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{3 \times 3 \times 6} = \dots\dots\dots$

(11) $\sqrt{112} = \sqrt{16 \times 7} = \sqrt{4 \times 4 \times 7} = \dots\dots\dots$

(12) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5 \times 5 \times 2} = \dots\dots\dots$

(13) $\sqrt{396} = \sqrt{36 \times 11} = \sqrt{6 \times 6 \times 11} = \dots\dots\dots$

(14) $\sqrt{147} = \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{7 \times 7 \times 3} = \dots\dots\dots$



กำหนด

a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

จะได้ $(\sqrt{a})^2 = a$

$$(b\sqrt{a})^2 = b^2 \times a = b^2a$$

Ex. $(\sqrt{5})^2 = 5$

Ex. $(2\sqrt{7})^2 = 2^2 \times 7 = 28$

(15) $(\sqrt{11})^2 = \dots\dots\dots$ (16) $(\sqrt{4})^2 = \dots\dots\dots$ (17) $(\sqrt{19})^2 = \dots\dots\dots$

(18) $(2\sqrt{5})^2 = \dots\dots\dots$ (19) $(11\sqrt{2})^2 = \dots\dots\dots$ (20) $(4\sqrt{3})^2 = \dots\dots\dots$

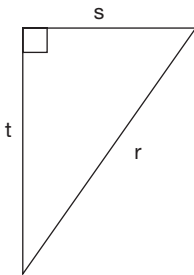


เราสามารถนำความรู้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ไปใช้เพื่อหาความกว้าง ความยาว หรือความสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ ซึ่งจะช่วยในการหาความยาวของด้านที่ขาดหายไป ในรูปต่างๆ ได้

★ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ★

PRACTICE 8 : จงเขียน x ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดในแต่ละข้อ

1. ความสัมพันธ์ของรูป $\triangle$ มุมฉากนี้ ตรงกับข้อใด



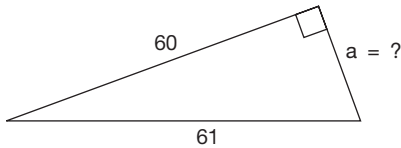
ก. $r^2 = s^2 - t^2$

ข. $r^2 = s^2 + t^2$

ค. $r^2 = t^2 - s^2$

ง. $r^2 = (s + t)^2$

2. จากรูป ความยาวด้าน a เท่ากับข้อใด



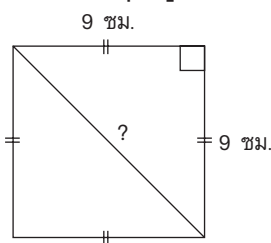
ก. 121

ข. 111

ค. 12

ง. 11

3. สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง มีความยาวด้านละ 9 ซม. จะมีเส้นทแยงมุมยาวกี่เซนติเมตร



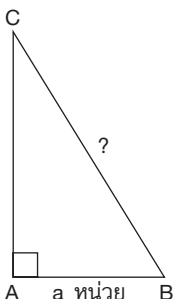
ก. $\sqrt{162} = 9\sqrt{2}$

ข. $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

ค. $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

ง. $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

4. กำหนด $\triangle ABC$ มีมุม A เป็นมุมฉาก ซึ่ง $AB = \frac{1}{2} AC$ และ พท. $\triangle BAC = 64$ ตร.ซม. ถ้า $\overline{AB} = a$ เซนติเมตร แล้ว $\overline{BC}$ ยาวกี่เซนติเมตร



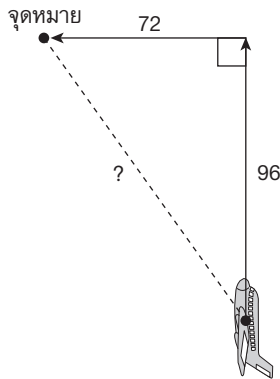
ก. $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$

ข. $\sqrt{405} = 9\sqrt{5}$

ค. $\sqrt{320} = 8\sqrt{5}$

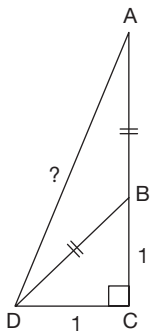
ง. $\sqrt{245} = 7\sqrt{5}$

5. เครื่องบินลำหนึ่ง เมื่อบินไปทางทิศเหนือ 96 ไมล์ แล้วบินไปทางทิศตะวันตก 72 ไมล์ จะถึงจุดหมายทันที จงหาว่าปลายทางอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่ไมล์



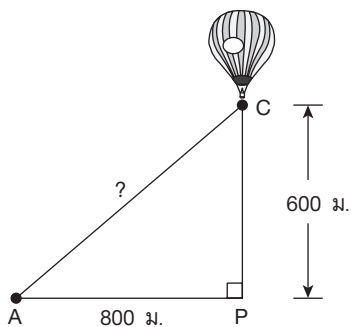
- ก. 102
ข. 112
ค. 120
ง. 122

6. จากรูป $\triangle ADC$ ขวากี่หน่วย ; [กำหนด $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]



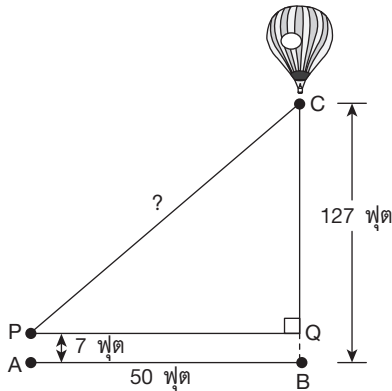
- ก. $4 + \sqrt{2}$
ข. $4 + 2\sqrt{2}$
ค. $\sqrt{4 + \sqrt{2}}$
ง. $\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

7. มดดำตัวหนึ่งยืนนิ่งที่ตำแหน่ง A ซึ่งอยู่ห่างจากจุดปล่อยบอลลูน P เป็นระยะ 800 เมตร เมื่อปล่อยแล้ว บอลลูนลอยขึ้นในแนวตั้ง อยู่สูงจากพื้น 600 เมตร ณ ตำแหน่งความสูงระดับนี้ ลูกบอลลูนอยู่ห่างจากมดดำกี่เมตร



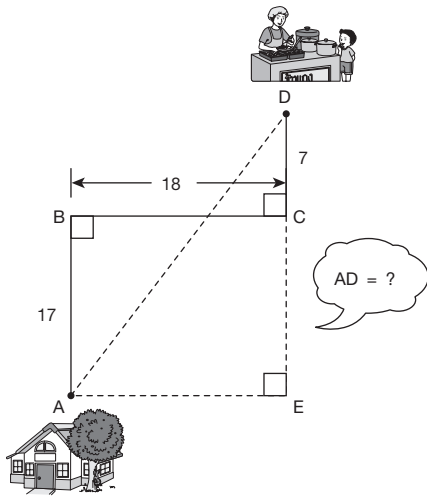
- ก. 900
ข. 980
ค. 1,000
ง. 1,500

8. ดนัยสูง 7 ฟุต ยืนอยู่บนพื้นราบห่างจากจุดปล่อยบอลลูน 50 ฟุต เมื่อบอลลูนลอยขึ้นไปขณะที่อยู่สูงจากพื้นราบ 127 ฟุต อยากทราบว่าศีรษะของดนัยอยู่ห่างจากบอลลูนกี่ฟุต



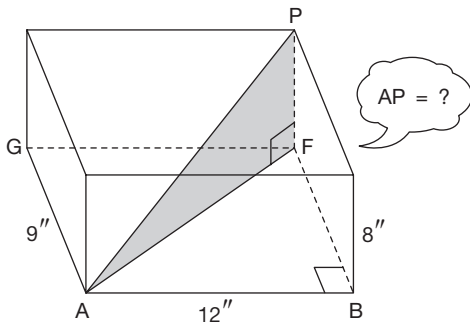
- ก. 130
ข. 128
ค. 125
ง. 120

9. นายวันดี มีนัดรับประทานอาหารเย็นกับเพื่อนๆ ที่ร้านอาหารแห่งหนึ่ง เมื่อขับรถจากบ้านของเขาตามเส้นทางในแผนผัง จะต้องขับรถตรงไปทางทิศเหนือ 17 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวขวาไปทางทิศตะวันออก 18 กิโลเมตร แล้วจึงขับตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 7 กิโลเมตร จะถึงจุดนัดพบพอดี จงหาว่า ร้านอาหารที่นายวันดี นัดกับเพื่อนไว้อยู่ห่างจากบ้านกี่กิโลเมตร



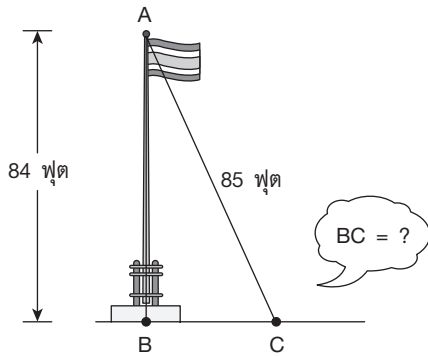
- ก. 20
ข. 28
ค. 30
ง. 32

10. กล่องทรง $\square$ มุมฉากไปหนึ่งกว้าง 9 นิ้ว ยาว 12 นิ้ว และสูง 8 นิ้ว จงหา AP มีความยาวกี่นิ้ว



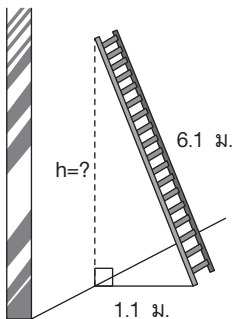
- ก. 12
ข. 15
ค. 16
ง. 17

11. เสาธงสูง 84 ฟุต เมื่อเชิญธงขึ้นสู่ยอดเสาแล้วดึงเชือกผูกธงให้ตึง โดยนำปลายข้างหนึ่งไปพันยึดติดกับสมอเหล็กที่ปักไว้ในดิน (ดังรูป) วัดความยาวเชือกจากยอดเสาธงถึงสมอเหล็กได้ 85 ฟุต อยากทราบว่าสมอเหล็กนี้ปักไว้ห่างจากโคนเสาธงกี่ฟุต



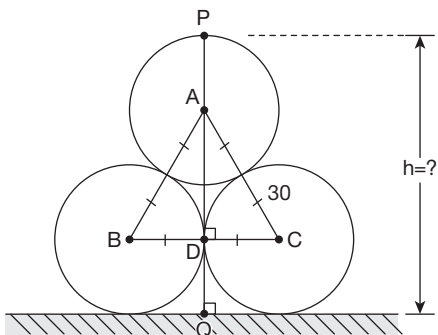
- ก. 11
ข. 13
ค. 15
ง. 18

12. บันไดอันหนึ่งยาว 6.1 เมตร นำปลายบันไดไปวางพิงไว้กับผนังตึกโดยให้เชิงบันไดห่างจากผนัง 1.1 เมตร อยากทราบว่าปลายของบันไดนี้อยู่สูงจากพื้นกี่เมตร



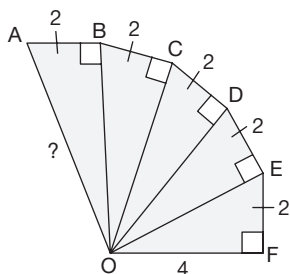
- ก. 6.5
ข. 6.0
ค. 5.8
ง. 5.4

13. วงกลมขนาดเดียวกัน 3 วง วางนึ่งบนพื้นราบโดยเรียงซ้อนกัน (ดังรูป) ถ้ารัศมีของวงกลมเท่ากับ 30 เซนติเมตร แล้วความสูง h ของวงกลมที่วัดจากพื้นราบเป็นกี่เซนติเมตร; (ให้ $\sqrt{3} = 1.7$)



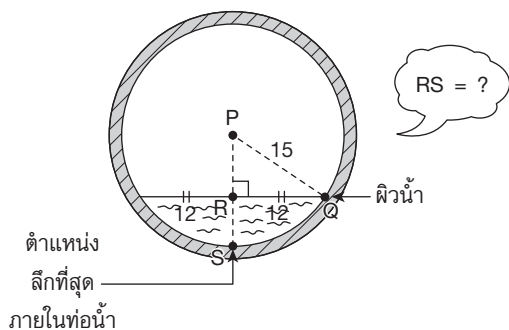
- ก. 100
ข. 101
ค. 111
ง. 121

14. จากรูป $\overline{AO}$ มีความยาวกี่หน่วย



- ก. 4
- ข. 6
- ค. 8
- ง. 10

15. ท่อระบายน้ำทรงกระบอกมีรัศมีภายในของท่อ 15 ซม. ถ้าขณะนี้มีน้ำในท่อโดยวัดความกว้างของผิวน้ำได้ 24 ซม. จงหาว่าความสูงของระดับน้ำซึ่งวัดจากผิวน้ำไปถึงตำแหน่งที่ลึกที่สุดภายในท่อเป็นกี่เซนติเมตร



- ก. 4
- ข. 6
- ค. 8
- ง. 10