

ฟิสิกส์ 2

กฎของเกาส์และศักย์ไฟฟ้า

ผศ.สุชาติ สุภาพ

พิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

250/1 หมู่ 1 ต.บ้านแพ้ว อําเภอบ้านแพ้ว จังหวัดสมุทรสาคร 74120

E - mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ หจก.SPS 1999 ม.เพชรอนันต์ เขตคันนาวา กรุงเทพฯ ๑ 10230 โทร 086-341-1410

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

สุชาติ สุภาพ

ฟิสิกส์ 2 ระดับมหาวิทยาลัย เล่ม 1

530

ISBN 978-616-485-126-9

คำนำ

หนังสือ ฟิสิกส์ 2 เรื่องกฎของเกาส์และศักย์ไฟฟ้า นี้ เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอน วิชาฟิสิกส์ของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี แต่หนังสือเล่มนี้ก็สามารถใช้เป็นหนังสืออ่านเพิ่มเติมสำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยอื่น ๆ ได้ ราคาของหนังสืออาจจะแพงไปบ้าง เนื่องจากการจัดทำแบบปรี้นท์จำนวนไม่มาก หวังว่าผู้อ่านคงจะเข้าใจและให้การสนับสนุน

หนังสือนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพฑูรย์ เกษมณี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา รองศาสตราจารย์ระ รอดสัมพันธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์รัช บุนนาคธรรมมา (ครูวิทยาศาสตร์ดีเด่นระดับอุดมศึกษา) ที่ได้ให้คำแนะนำที่มีประโยชน์

นอกจากนั้นยังได้รับความช่วยเหลือจากผู้บริหารมหาวิทยาลัยฯ ๆ ทุกระดับชั้น ที่สนับสนุนส่งเสริมการทำผลงานวิชาการ และส่งเสริมการให้บริการทางวิชาการแก่ชุมชน และสังคม จึงขอขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อไม่ได้ สามารถสั่งซื้อได้ทางไลน์ หรือเฟสบุ๊คสุชาติ สุภาพ

สุชาติ สุภาพ

โทรศัพท์ 084-091-9310



ID LINE

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 2 กฎของเกาส์	4
2.1 ฟลักซ์ไฟฟ้า	4
2.2 กฎของเกาส์	12
2.3 การประยุกต์กฎของเกาส์ต่อฉนวนที่มีประจุไฟฟ้า	26
2.4 ศักย์ในสมมูลไฟฟ้าสถิต	38
2.5 การตรวจสอบการทดลองของกฎของเกาส์	44
บทที่ 3 ศักย์ไฟฟ้า	49
3.1 ความต่างศักย์ และศักย์ไฟฟ้า	55
3.2 ความต่างศักย์ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ	58
3.3 ศักย์ไฟฟ้าและพลังงานศักย์เนื่องจากจุดประจุ	62
3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า	97
3.5 ศักย์ไฟฟ้าจากประจุที่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ	106
3.6 ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากตัวนำที่ได้รับการประจุ	116

บทที่ 2

กฎของเกาส์

ในบทที่ 1 เป็นการหาสนามไฟฟ้าโดยใช้กฎของคูลอมบ์ ในบทนี้จะแสดงวิธีการหาสนามไฟฟ้าโดยใช้กฎของเกาส์

กฎของเกาส์เป็นกฎที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นผิวปิดกับประจุไฟฟ้าที่อยู่ภายในพื้นผิวปิดนั้น

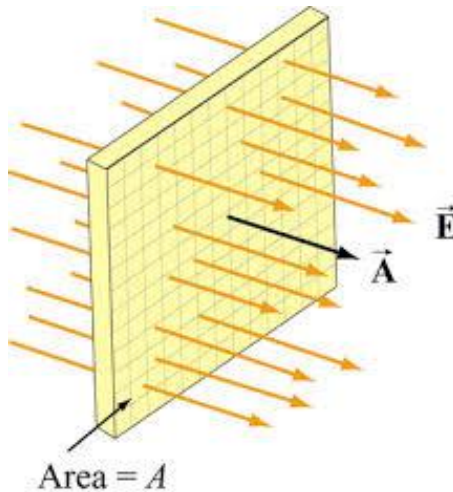
2.1 ฟลักซ์ไฟฟ้า

ฟลักซ์ไฟฟ้า หมายถึงจำนวนเส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า โดยฟลักซ์ไฟฟ้ามีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างสนามไฟฟ้ากับพื้นที่ผิวที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\phi_E = EA$$

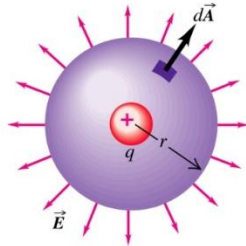
(2-1)

สมการ (2-1) มีความหมายว่า ฟลักซ์ไฟฟ้าในบริเวณใดๆ หาได้จากผลคูณระหว่างขนาดของสนามไฟฟ้ากับขนาดของพื้นที่นั้น



รูป 2.1 สนามไฟฟ้าตั้งฉากกับพื้นที่

ตัวอย่าง 2.1 ถ้ามีประจุไฟฟ้าขนาด $+1.00 \mu\text{C}$ อยู่บริเวณจุดศูนย์กลางของทรงกลมฉนวนรูป จงหา a) สนามไฟฟ้าที่จุดที่ห่างจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมเป็นระยะทาง 1 เมตร b) ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ทะลุผ่านพื้นผิวทรงกลมนั้น



วิธีทำ จาก

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$E = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(1 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1\text{m})^2}$$

a)

$$E = 9 \times 10^3 \text{ N/C}$$

ตอบ

และเราสามารถหาฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่พุ่งผ่านพื้นผิวทรงกลมได้จากสมการ

$$\phi_E = EA$$

เมื่อ A คือพื้นที่ผิวทรงกลม

$$\phi_E = (9 \times 10^3 \text{ N/C})(4\pi r^2)$$

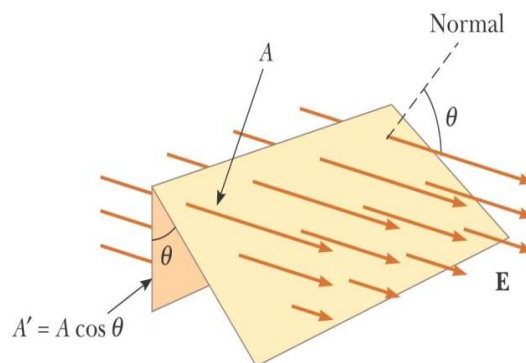
$$\phi_E = (9 \times 10^3 \text{ N/C})[4\pi(1\text{m})^2]$$

b)

$$\phi_E = 1.13 \times 10^5 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

ตอบ

ในกรณีที่พื้นที่ไม่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า ดังรูป 2.2



รูป 2.2 สนามไฟฟ้าไม่ตั้งฉากกับพื้นที่

เราจะหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านพื้นที่ A' ได้จากสมการ

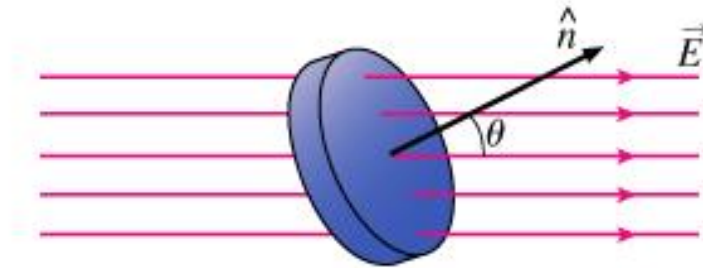
$$\phi_E = EA'$$

เมื่อ A' คือพื้นที่ที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

$$\phi_E = EA \cos \theta$$

(2-2)

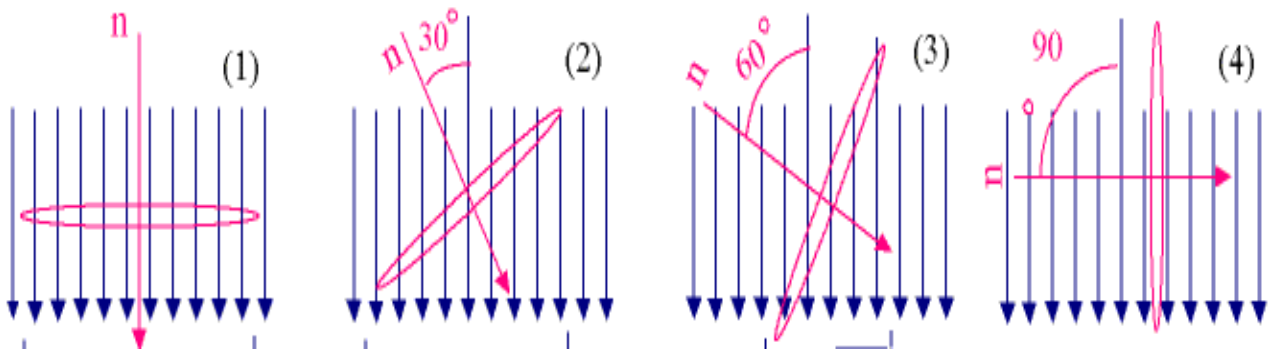
สมการ (2-2) มีความหมายว่า ฟลักซ์ไฟฟ้าในบริเวณใดๆ หาได้จากผลคูณระหว่างขนาดของสนามไฟฟ้ากับขนาดของพื้นที่นั้นและมุมระหว่างพื้นที่กับสนามไฟฟ้า



รูป 2.3 มุมระหว่างสนามไฟฟ้ากับพื้นที่

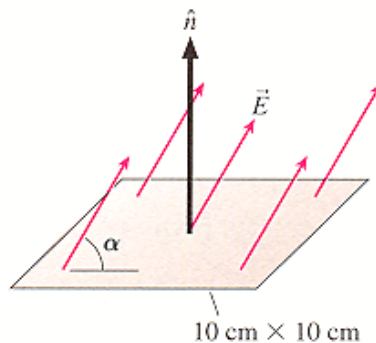
จากสมการ (2-2)

- 1) ฟลักซ์ไฟฟ้าจะมีค่าสูงสุด เมื่อเวกเตอร์พื้นที่ทำมุม 0 องศา กับสนามไฟฟ้า
- 2) ฟลักซ์ไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์เมื่อเวกเตอร์พื้นที่ทำมุม 90 องศา กับสนามไฟฟ้า



รูป 2.4 สนามไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ มีค่าเปลี่ยนแปลงตาม มุม θ

ตัวอย่าง 2.2 ถ้านำแผ่นกระดาษขนาด กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 10 เซนติเมตร ไปวางในสนามไฟฟ้า ที่มีความเข้มสนามไฟฟ้าเท่ากับ 1000 N/C ในทิศทางที่ทำมุม 60 องศา กับสนามไฟฟ้า หารูป จงคำนวณหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านแผ่นกระดาษนี้



วิธีทำ จาก

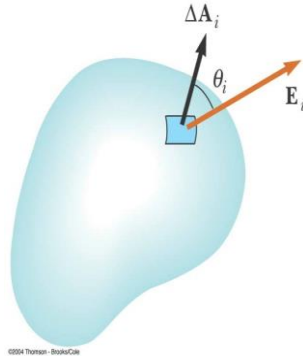
$$\phi_E = EA \cos \theta$$

$$\phi_E = (1000 \text{ N/C})(0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}) \cos 60^\circ$$

$$\phi_E = 5 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

ตอบ

ในกรณีทั่วไป สนามไฟฟ้าไม่จำเป็นต้องสม่ำเสมอและพื้นที่ผิวจะทำมุมใดๆ กับสนามไฟฟ้าก็ได้ ดังรูป 2.5

รูป 2.5 ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่เล็กๆ ΔA_i เท่ากับ $E_i \Delta A_i \cos \theta$

จากรูป 2.5 เราสามารถหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ผิว ΔA_i ได้จากสมการ

$$\Delta \phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta$$

และเราสามารถเปลี่ยนรูปสมการสเกลาร์เป็นสมการเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\Delta \phi_E = \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{A}_i$$

ถ้ารวมทุกส่วนของพื้นที่เล็กๆเราก็จะได้ฟลักซ์ทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่ผิว ดังสมการ

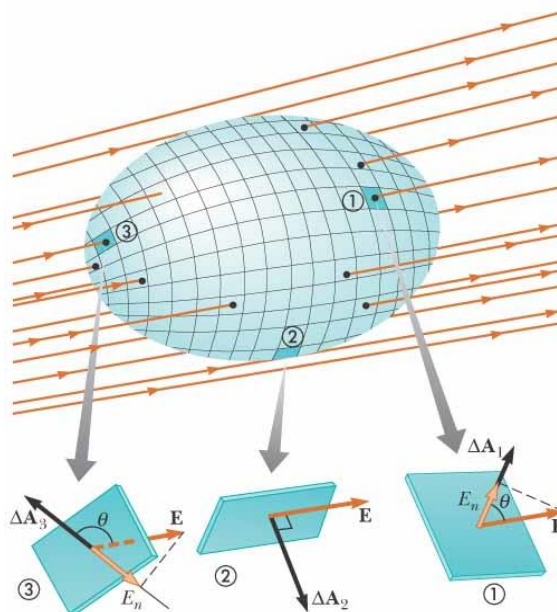
$$\phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{A}_i$$

เปลี่ยนรูปเป็นการอินทิเกรต จะได้

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (2-3)$$

สมการ (2-3) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาฟลักซ์ไฟฟ้า

ถ้าเราสนใจหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านผิวปิด ให้พิจารณารูป 2.6 ซึ่งแสดงผิวปิดหนึ่งจะพบว่าเวกเตอร์ ΔA_i กับเวกเตอร์ $\mathbf{E}$ จะทำมุมต่างๆกัน ดังรูปเล็ก (1), (2) และ (3)



รูป 2.6 ผิวปิดในสนามไฟฟ้า

เราใช้ $\oint$ แทนอินทิกรัลรอบผิวปิด เราจะหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านผิวปิดได้จากสมการ

$$\phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (2-4)$$

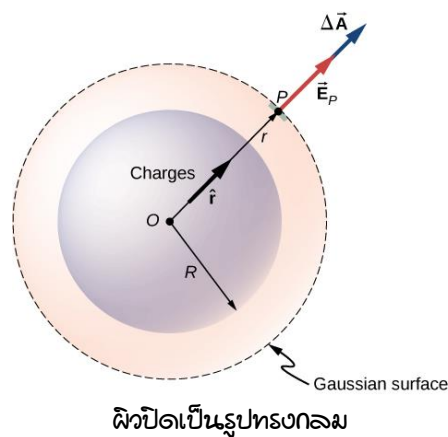
สมการ (2-4) ในรูปสเกลาร์ คือ

$$\phi_E = \oint E \cos \theta dA \quad (2-5)$$

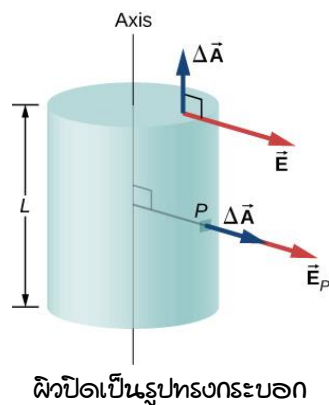
สมการ (2-4) และ สมการ (2-5) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านผิวปิด

จากสมการ (2-4) แสดงว่าฟลักซ์ไฟฟ้ามีค่าได้ทั้ง + และ - ขึ้นอยู่กับมุมที่สนามไฟฟ้าทำกับพื้นที่ ถ้ามุมระหว่าง $\mathbf{E}$ กับ $d\mathbf{A}$ น้อยกว่า 90 องศา ฟลักซ์ไฟฟ้าจะเป็น + ถ้ามุมเท่ากับ 90 องศา ฟลักซ์ไฟฟ้าจะเป็นศูนย์ แต่ถ้ามุมมากกว่า 90 องศา แต่น้อยกว่า 180 องศา ฟลักซ์ไฟฟ้าจะเป็น -

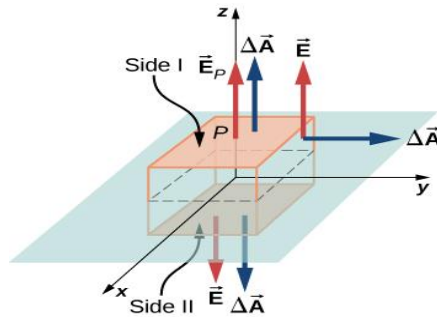
ถ้าสร้างผิวปิดเป็นรูปทรงกลมล้อมรอบประจุไฟฟ้าบวก สนามไฟฟ้า ($\mathbf{E}$) กับเวกเตอร์พื้นที่ ($d\mathbf{A}$) มีทิศเดียวกันทุกพื้นที่ ดังรูป



ถ้าสร้างผิวปิดเป็นรูปทรงกระบอกล้อมรอบประจุไฟฟ้าบวกที่อยู่ในแท่งวัตถุ สนามไฟฟ้า ($\mathbf{E}$) กับเวกเตอร์พื้นที่ ($d\mathbf{A}$) จะมีทิศเดียวกันเฉพาะผิวด้านข้าง ส่วนผิวด้านบนจะมีทิศตรงกันข้าม ดังรูป

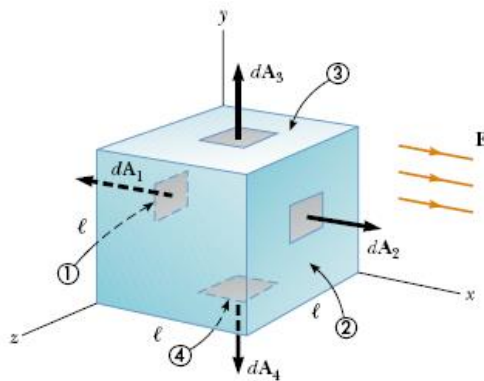


ถ้าสร้างผิวปิดเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมล้อมรอบประจุไฟฟ้าบวกที่อยู่ในวัตถุที่เป็นแผ่นบาง ๆ สนามไฟฟ้า ($\mathbf{E}$) กับเวกเตอร์พื้นที่ ($d\mathbf{A}$) จะมีทิศเดียวกันเฉพาะผิวด้านบนและล่าง ส่วนผิวด้านข้างจะมีทิศตรงกันข้าม ดังรูป



ผิวปิดเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยม

ตัวอย่าง จากรูป กล่องวางอยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอในแนวแกน x จงหาฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ผ่านกล่องนี้



วิธีทำ จากฟลักซ์ไฟฟ้า

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} E dA \cos \theta \quad (1)$$

จากสมการ (1) จะเห็นว่าฟลักซ์ไฟฟ้าจะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับเวกเตอร์พื้นที่ ซึ่งก็หมายความว่าฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านพื้นที่ด้านหน้า ด้านหลัง ด้านบนและด้านล่างของกล่องจะมีค่าเท่ากับศูนย์

ดังนั้นเราจะคำนวณหาเฉพาะฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านผนัง A_1 และ A_2 เท่านั้น

$$\phi_E = \int_{\text{surface1}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_{\text{surface2}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

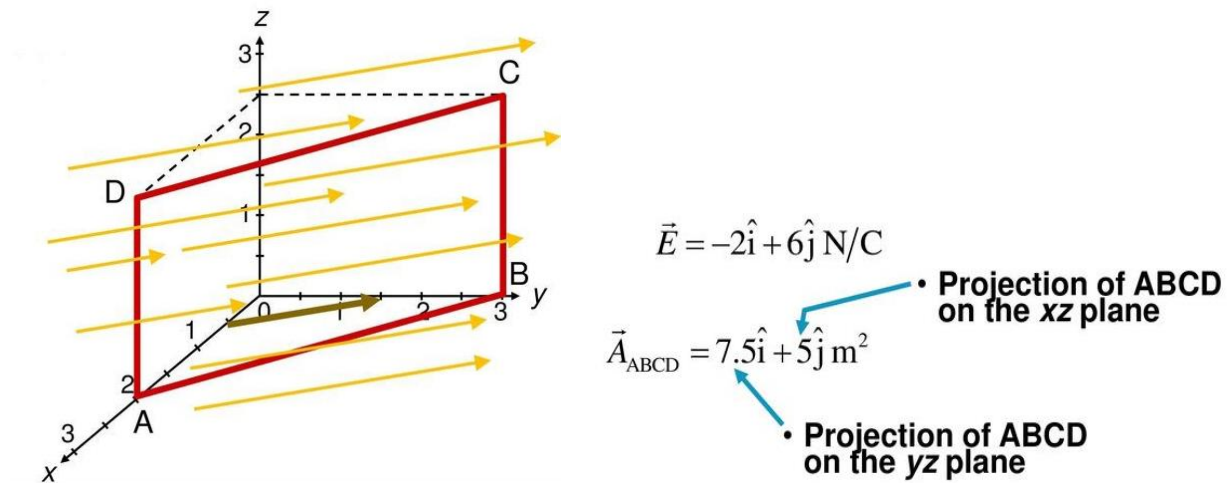
$$\phi_E = \int_{\text{surface1}} E dA_1 \cos 180^\circ + \int_{\text{surface2}} E dA_2 \cos 0^\circ$$

$$\phi_E = -EA_1 + EA_2 = 0$$

ฟลักซ์ไฟฟ้ารวมที่ผ่านกล่องนี้มีค่าเป็นศูนย์

ตอบ

ตัวอย่าง สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ $\vec{E} = -2\hat{i} + 6\hat{j}$ นิวตัน/คูลอมบ์ ผ่านขดลวดที่มีเวกเตอร์พื้นที่คือ $\vec{A} = 7.5\hat{i} + 5\hat{j}$ ตารางเมตร หารูป จงหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ว่างของขดลวดนี้

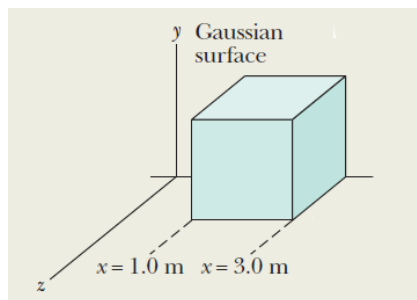


วิธีทำ จาก

$$\phi_{ABCD} = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\phi_{ABCD} = (-2\hat{i} + 6\hat{j}) \cdot (7.5\hat{i} + 5\hat{j}) = 15 \text{ Nm}^2 / \text{C} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่าง สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ $\vec{E} = 4x\hat{i} + 4\hat{j}$ ซึ่งผ่านพื้นผิวของเกาส์รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสที่มีความยาวด้านละ 2 เมตร หารูป จงหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่าน ก) พื้นผิวของเกาส์ทางด้านซ้ายมือ ข) พื้นผิวของเกาส์ทางด้านขวามือ



วิธีทำ จาก

$$\phi_{\text{left}} = \int_{\text{surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\phi_{\text{left}} = \int_{\text{surface}} (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-dA\hat{i}) = \int_{\text{surface}} -3xdA = \int_{\text{surface}} -3(1)dA$$

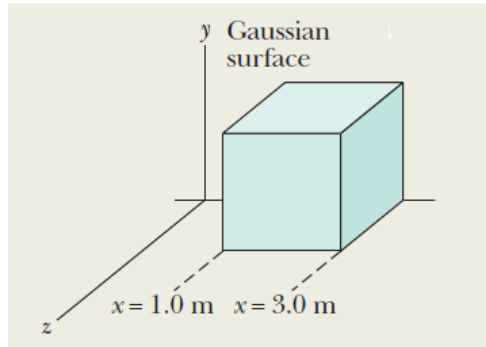
$$\phi_{\text{left}} = -3A = -3(2 \times 2) = -12 \text{ Nm}^2 / \text{C} \quad \text{ตอบ}$$

หาฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นผิวของเกาส์ทางด้านขวามือ ได้จาก

$$\phi_{\text{right}} = \int_{\text{surface}} (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dA\hat{i}) = \int_{\text{surface}} 3xdA = \int_{\text{surface}} 3(3)dA$$

$$\phi_{\text{right}} = 9A = 9(2 \times 2) = 36 \text{ Nm}^2 / \text{C} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่าง กล่องสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านละ 2 เมตร วางอยู่ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ $\mathbf{E} = 4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}$ ดังรูป จงหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่าน ก) พื้นทางด้านบนของกล่อง ข) พื้นทางด้านล่างของกล่อง ค) พื้นทางด้านซ้ายของกล่อง ง) พื้นทางด้านขวาของกล่อง จ) พื้นด้านหน้าของกล่อง ฉ) พื้นด้านหลังของกล่อง ช) ฟลักซ์สุทธิ



ก) พื้นทางด้านบนของกล่อง

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}\mathbf{j}$$

พื้นที่ด้านบนอยู่ที่ $y = 2$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(2^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}\mathbf{j}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 18\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}\mathbf{j}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{-18\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}\mathbf{j}$$

$$\phi_E = -18A = -18(2 \times 2) = -72 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}} \quad \text{ตอบ}$$

ข) พื้นทางด้านล่างของกล่อง

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{j})$$

พื้นที่ด้านล่างอยู่ที่ $y = 0$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(0^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{j})$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 6\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{j})$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{-6\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{j})$$

$$\phi_E = 6A = 6(2 \times 2) = 24 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}} \quad \text{ตอบ}$$

ค) พื้นทางด้านซ้ายของกล่อง

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{i})$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{i}) \quad \text{เนื่องจาก } \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = 0$$

$$\phi_E = -4A = -4(2 \times 2) = -16 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}} \quad \text{ตอบ}$$

ง) พื้นที่ด้านขวาของกล่อง

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(\mathbf{i})$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i}\} \cdot d\mathbf{A}(\mathbf{i}) \quad \text{เนื่องจาก } \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = 0$$

$$\phi_E = 4A = 4(2 \times 2) = 16 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

ตอบ

ฉ) พื้นที่ด้านหน้าของกล่อง

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(\mathbf{k})$$

$$\phi_E = 0 \quad \text{เนื่องจาก } \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = 0 \text{ และ } \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$$

ตอบ

ค) พื้นที่ด้านหลังของกล่อง

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\phi_E = \int_{\text{surface}} \{4\mathbf{i} - 3(y^2 + 2)\mathbf{j}\} \cdot d\mathbf{A}(-\mathbf{k})$$

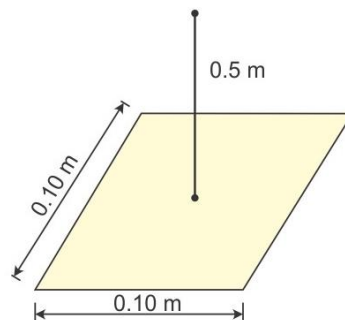
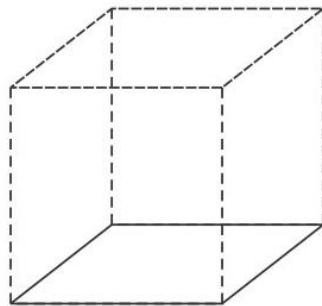
$$\phi_E = 0 \quad \text{เนื่องจาก } \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = 0 \text{ และ } \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$$

ตอบ

ง) ฟลักซ์สุทธิ $\phi_{\text{net}} = -72 + 24 - 16 + 16 + 0 + 0 = -48 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$

ตอบ

ตัวอย่าง ถ้านำประจุไฟฟ้า 10 ไมโครคูลอมบ์ วางที่จุดศูนย์กลางของกล่อง จงหาฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผนังด้านใดด้านหนึ่งของกล่อง



วิธีทำ จาก $\phi = \frac{1}{6} \frac{q}{\epsilon_0} = \left(\frac{1}{6}\right) \frac{10 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.88 \times 10^6 \text{ Nm}^2 / \text{C}$

ตอบ