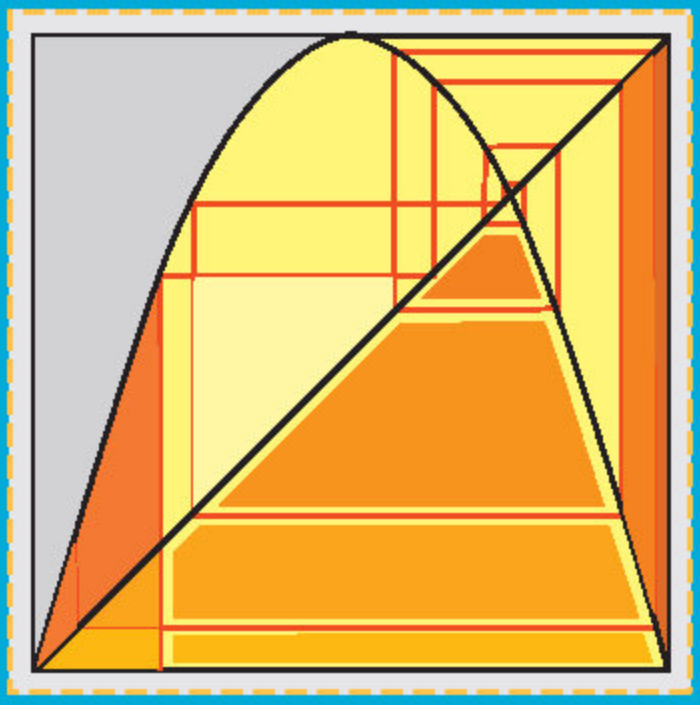
ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1

จัดทำโดย
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ชื่อหนังสือ ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1

ชื่อผู้แต่ง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
924 ถนนสุขุมวิท แขวงพระโขนง เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110
โทรศัพท์ 0-2392-4021 ต่อ 2510 – 2518
โทรสาร 0-2392-9348

ลิขสิทธิ์โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2554

จำนวนพิมพ์ 3,000 เล่ม

จัดพิมพ์และจัดจำหน่ายโดย

ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
อาคารวิทยกิตติ์ ชั้น 14 ซอย จุฬาลงกรณ์ 64 ถนน พญาไท
แขวง วังใหม่ เขต ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทรศัพท์ 0-2255-4433, 0-2218-9891
Website : http : // www.chulabook.com

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1.
--กรุงเทพฯ : 3-ศิว มีเดีย,2554.
268 หน้า
1. คณิตศาสตร์-ทักษะและกระบวนการ-การประเมิน. การประเมิน.
1 ชื่อเรื่อง. 510.7

ISBN 978-616-90732-2-2

พิมพ์ที่ หจก. โรงพิมพ์วัชรินทร์ พี.พี.

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการ ให้พัฒนาหลักสูตรในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตลอดจนจัดทำสื่อการเรียนรู้ประกอบหลักสูตรดังกล่าว

หนังสือ ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1 นี้ ได้แสดงตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมเกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยสามารถใช้ควบคู่ไปกับหนังสือเรียนและคู่มือครู รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมืออย่างดียิ่ง จากคณาจารย์และนักเรียนในโรงเรียนที่ร่วมในการทดลองเครื่องมือ และผู้ทรงคุณวุฒิจากมหาวิทยาลัย โรงเรียนและสถาบันอื่น ๆ สสวท.จึงขอขอบคุณทุกท่านไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์สำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้นำไปใช้ หรือปรับให้เหมาะสมกับศักยภาพและความสามารถของผู้เรียน

หากมีข้อเสนอแนะใด ที่จะทำให้หนังสือเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จักขอบคุณยิ่ง

(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)
ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

คำชี้แจง

หนังสือ ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1 นี้ ประกอบด้วยตัวอย่างปัญหาและกิจกรรม ซึ่งผ่านการทดลองใช้กับนักเรียนในโรงเรียน และได้ผ่านการตรวจสอบโดยคณะผู้เชี่ยวชาญแล้ว หนังสือเล่มนี้สามารถใช้ประกอบการเรียนการสอนควบคู่ไปกับหนังสือเรียนและคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 และเล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

เนื้อหาในหนังสือเล่มนี้เป็นการนำเสนอ*ตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมทางคณิตศาสตร์*เพื่อการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เมื่อจบบทเรียนตามเนื้อหาที่ระบุ *เกณฑ์การให้คะแนนของแต่ละปัญหาหรือกิจกรรม ความเข้าใจคลาดเคลื่อนของนักเรียนที่พบจากการทดลอง* รวมทั้ง*ข้อเสนอแนะในการนำปัญหาและกิจกรรมไปใช้* ทั้งนี้ในการนำไปใช้ ควรปรับให้เหมาะสมกับหลักสูตรของสถานศึกษาและศักยภาพของนักเรียน

คณะผู้จัดทำหวังว่า หนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 1 นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูและนักเรียนในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ดี หากท่านผู้ใช้หนังสือเล่มนี้มีข้อเสนอแนะประการใด โปรดแจ้งมายัง สสวท. เพื่อจะได้ดำเนินการปรับปรุงเอกสารให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

คำชี้แจงการใช้หนังสือ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
สาระที่ 2 การวัด
สาระที่ 3 เรขาคณิต
สาระที่ 4 พีชคณิต
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ในทุกช่วงชั้น โดยเฉพาะสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ศึกษามาและมีอยู่แล้วในตัวเอง ไปประยุกต์ใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพทั้งในการศึกษาต่อและในชีวิตจริง จึงถือเป็นสาระที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนที่ควรมีความสามารถตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

เมื่อเรียนจบแต่ละระดับชั้นเรียน ผู้เรียนควรมีคุณภาพตามที่กำหนดสำหรับด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนไว้ชัดเจน เช่น เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นดังนี้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในการตรวจสอบความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถตรวจสอบได้จากการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

และจากการทำงานที่กำหนดให้นักเรียนทำ อย่างไรก็ตาม งานหรือปัญหา หรือกิจกรรมที่กำหนดให้นักเรียนทำจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนแสดงความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย หนังสือเล่มนี้เป็นหนังสือเล่มแรกในหนังสือชุด "ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์" ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีทั้งหมด 3 เล่ม หนังสือเหล่านี้จะแสดงตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กระจายไปในห้าสาระแรก โดยทุกตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมมีความเกี่ยวข้องชัดเจนกับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หนังสือเล่ม 1 นี้มีตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 9 กลุ่มตัวอย่าง ครอบคลุมความรู้เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เน้นเนื้อหาในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 3 เรขาคณิต และสาระที่ 4 พีชคณิต โดยทุกปัญหาและกิจกรรมจะกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา หรือทำกิจกรรมตามที่กำหนด ปัญหาและกิจกรรมเหล่านี้อาจใช้เป็นเครื่องมือวัดผลหลังการเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง หรือใช้เป็นเครื่องมือในการเพิ่มเติมหรือขยายการเรียนรู้ของนักเรียนในแต่ละเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องให้ลึกซึ้งหรือกว้างขวางขึ้น ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ อาจใช้เป็นแนวคิดในการสร้างสรรค์ปัญหาและกิจกรรมที่เหมาะสมกับสภาพของนักเรียนและสิ่งแวดล้อม ซึ่งจะยังประโยชน์ให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่ง ๆ ขึ้น

ในแต่ละกลุ่มตัวอย่างปัญหาหรือกิจกรรม จะเริ่มด้วยการเกริ่นนำเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ควรมีความรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละเรื่องที่เกี่ยวข้องเป็นอย่างไร การวัดและการประเมินผลควรเป็นเช่นไร ต่อจากนั้นก็ตามด้วยปัญหาหรือกิจกรรมในกลุ่มตัวอย่างนั้น ๆ

แต่ละปัญหาหรือกิจกรรมประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. ความสำคัญของปัญหาหรือกิจกรรม ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของปัญหาหรือกิจกรรมในเรื่องที่กำหนดในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. ตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.1 ระบุถึงตัวชี้วัดชั้นปีของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเรื่องที่ต้องการวัดผล โดยปัญหาและกิจกรรมจะใช้วัดผลที่สอดคล้องตามตัวชี้วัดชั้นปีเหล่านั้น

3. จุดประสงค์ ระบุถึงผลการเรียนรู้ที่คาดหวังปลายทาง ในเรื่องที่ต้องการวัดผล โดยปัญหาและกิจกรรมจะใช้วัดผลที่สอดคล้องตามผลการ

เรียนรู้ที่คาดหวังเหล่านั้น

4. **เนื้อหาที่วัด** ระบุถึงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เจตนาวัดผลในปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ๆ

5. **สาระ** ระบุถึงสาระทางคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาหรือผู้ทำกิจกรรมควรมี เพื่อที่จะได้ใช้ความรู้นั้นแก้ปัญหาหรือทำกิจกรรมได้สำเร็จ

6. **ปัญหาและเฉลยคำตอบ** บอกกำหนดเวลาโดยประมาณในการแก้ปัญหาหรือทำกิจกรรม กำหนดเวลานี้ได้มาจากผลการทดลองใช้ปัญหาและกิจกรรมนั้น ๆ กับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเล็กและกลุ่มใหญ่ในภาคสนาม คะแนนเต็มของปัญหาหรือกิจกรรมจะระบุไว้เป็น 20 คะแนน ซึ่งคะแนนนี้ไม่ได้หมายความว่า ปัญหาหรือกิจกรรมเหล่านั้น จะมีความยากง่ายเท่าเทียมกัน แต่มีเจตนาเพียงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการกำหนดน้ำหนักของคะแนนสำหรับคำถามแต่ละข้อย่อยในปัญหาหรือกิจกรรม ในการนำไปใช้ถ้าผู้ใช้ไม่ต้องการคะแนนเต็มเป็น 20 คะแนน ก็สามารถปรับคะแนนสำหรับคำถามแต่ละข้อย่อยตามสัดส่วนจากฐานคะแนนเต็มเดิม 20 คะแนน หรือกำหนดขึ้นใหม่ตามความเหมาะสมก็ได้ นอกจากนี้ยังมีการระบุคะแนนของคำถามแต่ละข้อย่อยหรือคะแนนในแต่ละขั้นตอนของการตอบ

ในการเฉลยปัญหาหรือกิจกรรม หลายข้อได้แสดงวิธีทำหรือแนวคิดในการหาคำตอบไว้ด้วย ครูผู้สอนควรศึกษาวิธีทำหรือแนวคิดเหล่านี้ ซึ่งมีหลายแนวคิดที่ครูสามารถใช้ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ได้ ในการเรียนการสอนถ้าครูนำปัญหาเหล่านี้ไปให้นักเรียนทำ นักเรียนอาจทำโดยวิธีอื่น แต่ครูก็สามารถนำวิธีทำหรือแนวคิดตามที่เฉลยไว้ไปฝึกให้นักเรียนคิดอีกแนวทางหนึ่ง ซึ่งเป็นการฝึกวิเคราะห์และแก้ปัญหา เช่น ปัญหาการจับสลาก

สำหรับคำถามที่ไม่ได้ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ ในการเฉลยบางข้อที่อาจเป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอน ในที่นี้ได้แสดงแนวคิดไว้ให้ด้วย เพื่อให้ผู้ที่จะนำปัญหาหรือกิจกรรมไปใช้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือในการทำกิจกรรมนั้น ๆ ในการนี้ ผู้ที่จะนำปัญหาหรือกิจกรรมเหล่านี้ไปใช้ อาจเพิ่มคำสั่งให้นักเรียนแสดงแนวคิด แสดงวิธีทำ หรืออธิบายเหตุผลเพิ่มขึ้นด้วยก็ได้ เพื่อที่จะได้ประเมินกระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนขึ้น ซึ่งครูอาจจะกำหนดคะแนนสำหรับทักษะและกระบวนการเหล่านี้เพิ่มขึ้น หรืออาจจะไม่กำหนดเป็นคะแนนก็ได้ แต่ใช้เป็นข้อมูลในการพิจารณาเพื่อให้ทราบว่าควรพัฒนาหรือแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนในด้านใดบ้าง

7. เกณฑ์การให้คะแนน ระบุถึงเกณฑ์การให้คะแนนในคำถามแต่ละข้อตามเงื่อนไขในคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาหรือทำกิจกรรม ที่นำไปใช้สอบประจำบทหลังนักเรียนเรียนจบบทเรียน เกณฑ์การให้คะแนนเหล่านี้ได้มีการนำไปทดลองให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ใช้ตรวจผลงานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างกลุ่มใหญ่ในภาคสนาม และปรับปรุงจนเป็นที่น่าเชื่อว่าจะเป็นแนวทางในการตรวจผลงานของนักเรียน ที่ผู้ตรวจแต่ละคนจะให้คะแนนที่ไม่แตกต่างกันและไม่มีความเอนเอียง อย่างไรก็ตาม ผู้นำเกณฑ์เหล่านี้ไปใช้สามารถปรับปรุงแก้ไขเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพนักเรียนของตนเอง

8. ผลการทดลองใช้ เป็นการรายงานผลการทดลองใช้ปัญหาและกิจกรรมกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างกลุ่มใหญ่ในภาคสนาม สิ่งน่าสนใจที่นักเรียนปฏิบัติในการแก้ปัญหาหรือทำกิจกรรม ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้พัฒนาหรือปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น ทั้งนี้เป็นไปตามหลักการที่ว่า การวัดผลที่ดี ในช่วงเวลาที่เหมาะสม จะทำให้ครูผู้สอนสามารถพบข้อบกพร่องในการเรียนการสอน ทั้งยังเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ด้วย

เนื่องจากตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเกณฑ์การให้คะแนน ได้ออกแบบมาเพื่อใช้สอบประจำบทหลังนักเรียนเรียนจบบทเรียน และใช้กับนักเรียนที่มีศักยภาพการเรียนระดับกลางทั่ว ๆ ไป ดังนั้น ถ้าหากนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น เช่น การสอบระหว่างเรียน การสอบปลายภาค การสอบคัดเลือก หรือใช้กับนักเรียนในศักยภาพอื่น ก็ควรปรับปรุงสถานการณ์คำถามและเกณฑ์การให้คะแนน ให้เหมาะสมด้วย ทั้งครูผู้สอนคณิตศาสตร์อาจใช้แนวคิดของการสร้างปัญหาหรือกิจกรรมกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้ด้วย ทั้งนี้เพื่อที่ว่าจะได้มีปัญหาและกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใช้กันแพร่หลายมากขึ้น

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก
คำชี้แจง	ข
คำชี้แจงการใช้หนังสือ	ค
1. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับสมบัติของจำนวนนับ	1
– ปัญหาการออกแบบแท่งหิน	2
– ปัญหาการแปรแถว	10
– ปัญหาการจัดน้อยหน่า	17
2. ตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมเกี่ยวกับระบบจำนวนเต็ม	23
– ปัญหาใครมีเงินเท่าไร	24
– ปัญหาการหาจำนวนเต็ม	32
– ปัญหาการจับฉลาก	40
– กิจกรรมจัตุรัสกล	45
3. ตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	59
– ปัญหาเลขยกกำลังใด	60
– ปัญหาเรื่องเกี่ยวกับดวงดาว	68
– กิจกรรมสั้นลงแต่ยาวขึ้น	77
4. ตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมเกี่ยวกับพื้นฐานทางเรขาคณิต	91
– ปัญหาทางสายใหม่	92
– ปัญหามีขนาดเท่าไร	101
– ปัญหาศาลาพักร้อน	108
– กิจกรรมรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว 1 และ 2	117

หน้า

5. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับทศนิยมและเศษส่วน 133
- ปัญหาการแบ่งพื้นที่ปลูกไม้ดอก 134
- ปัญหาการแลกเงิน 143
- ปัญหาการเดินทางของธีรเดช 150

6. ตัวอย่างกิจกรรมเกี่ยวกับการประมาณค่า 161
- กิจกรรมประมาณค่า 162
- กิจกรรมการจัดคนลงเรือ 169

7. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟ 185
- ปัญหาการเดินทางของฟิม 186
- ปัญหาแท็งก์น้ำ 193
- ปัญหาน้ำมันรถ 199
- ปัญหาราคาข้าวสาร 207

8. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 217
- ปัญหาการขายขนม 218
- ปัญหาพีชคณิตในเรขาคณิต 226

9. ตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ 237
- กิจกรรมกล่องใส่เอกสาร 238
- ปัญหาแท่นวางกระถางต้นไม้ 247
- ปัญหาการเรียงลูกบาศก์ 261

1. ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับสมบัติของจำนวนนับ

เนื้อหาเรื่องสมบัติของจำนวนนับมีสาระที่ต่อเนื่องจากระดับประถมศึกษา ซึ่งนักเรียนเคยเรียนรู้วิธีการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. มาแล้ว แต่ยังไม่ได้เรียนมากพอในเรื่อง การนำ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นี้จึงเน้นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนเห็นการนำ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ลักษณะของปัญหาจึงมีการผสมผสานความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบ ตัวหารร่วม ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ดังตัวอย่าง ปัญหาการออกแบบแท่งหิน ปัญหาการแปรถาว และปัญหาการจัดน้อยหน่า ต่อไปนี้

ปัญหาการออกแบบแท่งหิน

ความสำคัญของปัญหา

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. มักเป็นสถานการณ์เกี่ยวกับการหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่นำไปหารจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปได้ลงตัว โครงสร้างของโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย มักมีรูปแบบเฉพาะของสถานการณ์ และคำถามที่คล้าย ๆ กัน นักเรียนหลายคนสามารถจำรูปแบบและคิดวางแผนหาคำตอบได้อย่างตรงไปตรงมาตามรูปแบบที่จำได้ สำหรับปัญหาการออกแบบแท่งหินนี้เป็นตัวอย่างของปัญหาการประยุกต์ใช้ ห.ร.ม. ที่แปลกไปจากโจทย์ทั่วไป มีความเชื่อมโยงกับส่วนประกอบต่าง ๆ ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหา ห.ร.ม. และความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จึงจะสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นถึงพลังของคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาอย่างงดงาม

โจทย์ปัญหานี้สอดคล้องกับตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.1 และจุดประสงค์ ดังนี้

ตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.1

1. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. แก้ปัญหาได้
2. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

เนื้อหาที่วัด

ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้

สาระ 1. ตัวหารร่วมและ ห.ร.ม. ของจำนวนนับ
2. การนำความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. ไปใช้แก้ปัญหา
3. การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ปัญหาและเฉลยคำตอบ

ก้าหนดเวลา 25 นาที
คะแนนเต็ม 20 คะแนน

ปัญหาการออกแบบแท่งหิน

สถาปนิกต้องการออกแบบแท่งหินทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาว ความกว้าง และความสูงเป็นจำนวนเต็มเซนติเมตร และให้มีพื้นที่ด้านข้าง A และ B เป็น 675 และ 990 ตารางเซนติเมตรตามล้าดับ ดังรูป

จงตอบค้าถามต่อไปนี้

1. ความสูงของแท่งหินที่ด้านข้าง A และที่ด้านข้าง B เกี่ยวข้องกันอย่างไร (4 คะแนน)
2. ถ้าต้องการหาความสูงของแท่งหินเป็นจำนวนเต็มเซนติเมตร จะหาได้อย่างไร และเป็นเท่าไรได้บ้าง (6 คะแนน)
3. พื้นที่ฐานของแท่งหิน น้อยที่สุดเมื่อใด และเป็นเท่าไร (10 คะแนน)

เฉลย

1. มีความสูงเท่ากัน **4**

2. ความสูงของแท่งหินหาได้จากจำนวนที่เป็นตัวหารร่วมของ 675 และ 990 และความสูงของแท่งหินที่เป็นไปได้คือ 1, 3, 5, 9, 15 และ 45 เซนติเมตร **4+2**

แนวคิด $675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$990 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$

ตัวหารร่วมของ 675 และ 990 ได้แก่ 1, 3, 5, 9, 15 และ 45

ความสูงของแท่งหินที่เป็นไปได้ คือ 1, 3, 5, 9, 15 และ 45 เซนติเมตร

3. เมื่อแท่งหินสูงเท่ากับ ห.ร.ม. ของ 675 และ 990 เซนติเมตร หรือแท่งหินสูงเท่ากับ 45 เซนติเมตร

แท่งหินมีพื้นที่ฐานน้อยที่สุดเป็น 330 ตารางเซนติเมตร **5**

แนวคิด พื้นที่ฐานของแท่งหินน้อยที่สุด เมื่อความสูงของแท่งหินเป็นจำนวนนับที่มากที่สุด ที่หาร 675 และ 990 ได้ลงตัว

นั่นคือ เมื่อแท่งหินสูงเท่ากับ ห.ร.ม. ของ 675 และ 990

หา ห.ร.ม. ของ 675 และ 990 ได้เท่ากับ 45

ดังนั้น ต้องให้แท่งหินสูง 45 เซนติเมตร

จะได้ ฐานของแท่งหินมีความยาวที่ด้านข้าง A เท่ากับ

$675 \div 45 = 15$ เซนติเมตร

และ ฐานของแท่งหินมีความยาวที่ด้านข้าง B เท่ากับ

$990 \div 45 = 22$ เซนติเมตร

ดังนั้น แท่งหินมีพื้นที่ฐานน้อยที่สุด เท่ากับ $15 \times 22 = 330$ ตารางเซนติเมตร

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1 (4)	– ตอบถูกต้อง – ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	4 0

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
2 (6)	– อธิบายวิธีหาความสูงได้ถูกต้อง และระบุความสูงที่เป็นไปได้ครบถ้วน	6
	– อธิบายวิธีหาความสูงได้ถูกต้อง แต่ระบุความสูงที่เป็นไปได้ไม่ครบถ้วน	5
	– อธิบายวิธีหาความสูงได้ถูกต้อง แต่ไม่ระบุความสูงที่เป็นไปได้หรือระบุไม่ถูกต้อง **หรือ**อธิบายวิธีหาความสูงไม่ชัดเจนแต่พอสื่อให้เข้าใจได้บ้าง และระบุความสูงที่เป็นไปได้ครบถ้วน	4
	– อธิบายวิธีหาความสูงไม่ชัดเจนแต่พอสื่อให้เข้าใจได้บ้าง และระบุความสูงที่เป็นไปได้ไม่ครบถ้วน	3
	– อธิบายวิธีหาความสูงไม่ถูกต้องหรือไม่อธิบายแต่ระบุความสูงที่เป็นไปได้ครบถ้วน **หรือ**อธิบายวิธีหาความสูงไม่ชัดเจนแต่พอสื่อให้เข้าใจได้บ้าง และไม่ระบุความสูงที่เป็นไปได้หรือระบุไม่ถูกต้อง	2
	– อธิบายวิธีหาความสูงไม่ถูกต้องหรือไม่อธิบายและระบุความสูงที่เป็นไปได้ไม่ครบถ้วน	1
	– ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0
3 (10)	– อธิบายและหาพื้นที่ฐานได้ถูกต้อง	10
	– อธิบายไม่ชัดเจนแต่พอสื่อให้เข้าใจได้บ้าง และหาพื้นที่ฐานได้ถูกต้อง	7
	– อธิบายได้ถูกต้องหรือหาพื้นที่ฐานได้ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว	5
	– อธิบายไม่ชัดเจนแต่พอสื่อให้เข้าใจได้บ้าง และหาพื้นที่ฐานไม่ถูกต้องหรือไม่ได้หา	2
	– ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0

ผลการทดลองใช้

ผลจากการทดลองใช้ปัญหานี้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า

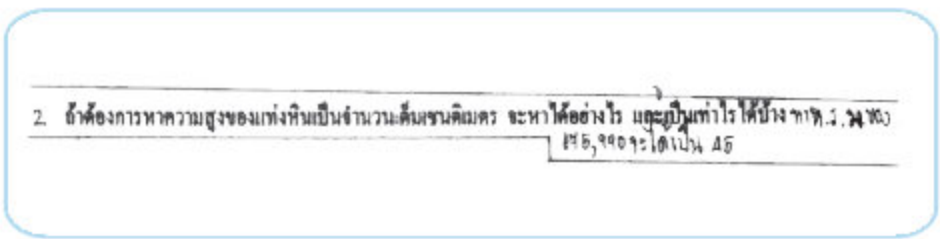
1. จากคำถามข้อ 1 "ความสูงของแท่งหินที่ด้านข้าง A และด้านข้าง B เกี่ยวข้องกันอย่างไร" นักเรียนเกือบทั้งหมดตอบคำถามได้ถูกต้อง คือตอบว่า "มีความสูงเท่ากัน" และมีนักเรียนบางคนให้เหตุผลประกอบด้วย ซึ่งแสดงถึงความเข้าใจลักษณะของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ตัวอย่างการให้เหตุผลเช่น

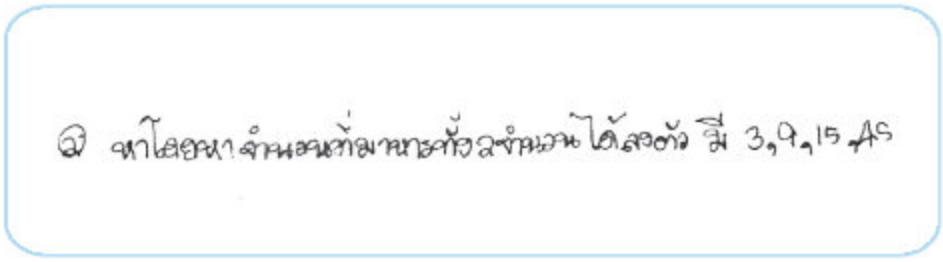
- เพราะเป็นความสูงของแท่งหินแท่งเดียวกัน
- เป็นความสูงของแท่งหินซึ่งจะต้องมีความสูงเท่ากัน
- เพราะแท่งหินเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- เพราะถ้าแท่งหินทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความสูงไม่เท่ากัน จะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ไม่ได้รูป และขนาดอาจจะเปลี่ยนแปลงไป

นอกจากนี้ยังมีคำตอบที่นักเรียนมองเลยไปถึงการหาความสูงของแท่งหินโดยนำมาเป็นเหตุผล คือนักเรียนตอบว่า "เพราะเป็น ห.ร.ม. ของทั้ง 2 จำนวน"

2. จากคำตอบข้อ 2 "ถ้าต้องการหาความสูงของแท่งหินเป็นจำนวนเต็มเซนติเมตร จะหาได้อย่างไร และเป็นเท่าไรได้บ้าง" การตอบคำถามส่วนแรกของนักเรียนส่วนใหญ่ใช้การอธิบายวิธีหาโดยไม่แสดงวิธีทำ วิธีหาบางวิธี ทำให้ได้คำตอบที่ต้องการไม่ครบถ้วน เช่น นักเรียนตอบว่า "หา ห.ร.ม. ของ 675 และ 990" บางวิธีทำให้ได้คำตอบครบถ้วน เช่น "หา ห.ร.ม. และตัวหารร่วมของ 675 และ 990" ตีความได้ว่านักเรียนเข้าใจความหมายของตัวหารร่วมที่ไม่ครอบคลุมถึง ห.ร.ม. นอกจากนี้ยังมีคำตอบอื่น ๆ ที่สื่อให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจวิธีหาความสูงที่เท่ากันได้ถูกต้องครบถ้วน เช่น "หาจำนวนที่หาร 675 และ 990 ได้ลงตัว"

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียน


2. ถ้าต้องการหาความสูงของแท่งหินเป็นจำนวนเต็มเซนติเมตร จะหาได้อย่างไร และเป็นเท่าไรได้บ้าง หา ห.ร.ม. ของ
675, 990 จะได้เป็น 45

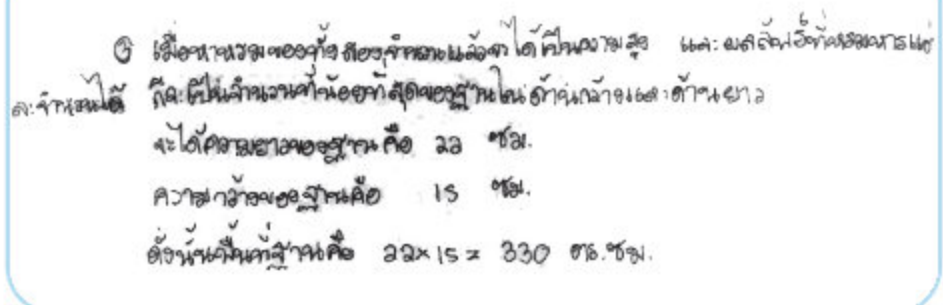


การตอบคำถามส่วนที่สอง มีประมาณครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่ตอบคำถามข้อนี้ระบุความสูงที่เป็นไปได้ครบถ้วน นักเรียนที่เหลือส่วนหนึ่งระบุคำตอบที่ไม่รวมความสูง 1 เซนติเมตร และอีกส่วนหนึ่งระบุคำตอบเฉพาะความสูง 45 เซนติเมตร ที่เป็น ห.ร.ม. ของ 675 และ 990 ซึ่งแสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ ตัวหารร่วมทั้งนี้ครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมเกี่ยวกับตัวหารร่วมให้มากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งการย้ำให้นักเรียนตระหนักว่า จำนวนนับ 1 เป็นตัวหารร่วมของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเสมอ

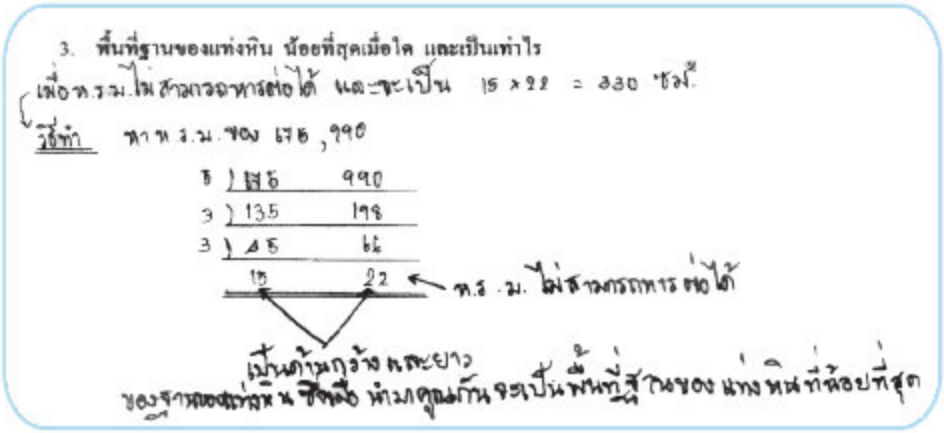
3. จากคำถามข้อ 3 “พื้นที่ฐานของแท่งหิน น้อยที่สุดเมื่อใด และเป็นเท่าไร” นักเรียนที่ตอบคำถามข้อนี้เกือบทั้งหมด ตอบคำถามส่วนที่สองโดยหาพื้นที่ฐานได้ถูกต้อง แต่การตอบคำถามส่วนแรกมีความหลากหลาย และอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง ตัวอย่างคำตอบ เช่น

- เมื่อความสูงมากพื้นที่ฐานจะน้อย
- เมื่อความสูงของแท่งหินมากที่สุด
- เมื่อความกว้างของด้าน A และ B น้อยลง

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียน



นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนตอบคำถามด้วยการแสดงวิธีหา ห.ร.ม. ของ 675 และ 990 โดยการตั้งหาร ดังตัวอย่าง



ตัวอย่างนี้แสดงแนวคิดที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ควรแก้ไขลำดับของการนำเสนอ

จากผลการทดลองใช้ มีข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการนำข้อสอบไปใช้และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. คำถามในข้อ 1 และข้อ 2 เป็นการตรวจสอบความรู้และความเข้าใจของนักเรียนในความคิดรวบยอดเกี่ยวกับตัวหารร่วม และ ห.ร.ม. อย่างเป็นรูปธรรม ซึ่งเป็นบันไดนำไปสู่การตอบคำถามข้อ 3 และเป็นการนำความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. ไปใช้

2. ในการนำปัญหานี้ไปใช้โดยมุ่งเน้นเฉพาะการนำความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. ไปใช้แก้ปัญหา สำหรับนักเรียนที่มีความพร้อม อาจใช้คำถามเฉพาะข้อ 3 เพียงข้อเดียวก็ได้

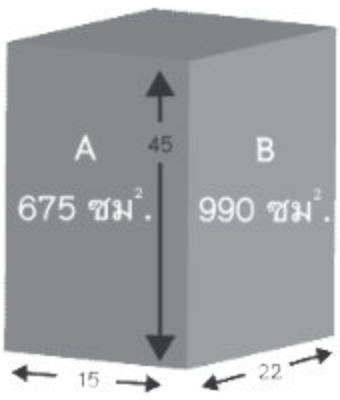
3. จากการแสดงการหาคำตอบในการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่านักเรียนควรได้รับการเสริมความรู้ในเรื่องต่อไปนี้

1) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับตัวหารร่วม และการนำไปประยุกต์ใช้โดยอาจจัดกิจกรรมในลักษณะการแก้ปัญหาด้วยการใช้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องเป็นฐานการคิด เพื่อนำเข้าสู่สาระสำคัญของตัวหารร่วม

2) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ แม้ว่านักเรียนจะคิดหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สามารถแสดงการเขียนเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ ซึ่งนักเรียนควรจะได้รับการฝึกฝนในส่วนนี้

นอกจากนี้นักเรียนควรได้รับการฝึกแก้ปัญหาโดยใช้การเขียนภาพ เช่น ปัญหาการออกแบบแท่งหิน นักเรียนอาจเขียนภาพประกอบ ดังนี้

$$
\begin{array}{r|ll}
3 & 675 & 990 \\
\hline
3 & 225 & 330 \\
\hline
5 & 75 & 110 \\
\hline
 & 15 & 22
\end{array}
$$



พื้นที่ฐานที่น้อยที่สุด คือ 15 x 22 = 330 เซนติเมตร

ปัญหาการแปรแถว

ความสำคัญของปัญหา

ปัญหาการแปรแถว เป็นปัญหาที่แสดงให้เห็นการนำความรู้เกี่ยวกับพหุคูณร่วมและ ค.ร.น. ของจำนวนนับ ไปประยุกต์ใช้กับกิจกรรมใกล้ตัวของนักเรียน ซึ่งโดยทั่วไปมีตัวอย่างในลักษณะนี้ไม่มากนัก โดยเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ ค.ร.น. ปัญหาการแปรแถวทำให้เห็นความเชื่อมโยงของสาระคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ช่วยให้การเรียนคณิตศาสตร์เป็นไปอย่างมีความหมาย การนำเสนอปัญหาเริ่มจากการนำเสนอสถานการณ์ แล้วให้นักเรียนตอบคำถามอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาในสถานการณ์เริ่มต้น และการขยายแนวคิดของการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์สุดท้าย

โจทย์ปัญหานี้สอดคล้องกับตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.1 และจุดประสงค์ ดังนี้

ตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม .1

1. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. แก้ปัญหาได้
2. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

เนื้อหาที่วัด

ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้

สาระ
1. พหุคูณร่วมและ ค.ร.น. ของจำนวนนับ
2. การนำความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. ไปใช้แก้ปัญหา

ปัญหาและเฉลยคำตอบ

กำหนดเวลา 25 นาที
คะแนนเต็ม 20 คะแนน

ปัญหาการแปรแถว

กองเชียร์กีฬาของโรงเรียนแห่งหนึ่ง สามารถแปรเป็นแถวตอน แถวละ 12 คน 15 คน หรือ 20 คน ก็ได้ โดยไม่มีนักเรียนเหลือ

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์หารด้วย 12, 15 และ 20 ได้ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด (4 คะแนน)
2. ถ้าต้องการหาว่ามีจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์อย่างน้อยที่สุดกี่คน จะหาได้โดยวิธีใดและทำไมจึงใช้วิธีนั้น (6 คะแนน)
3. จะมีจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์อย่างน้อยที่สุดกี่คน (4 คะแนน)
4. ถ้าหัวหน้าเชียร์วางแผนแปรแถวเชียร์ใหม่ให้สามารถแปรเป็นแถวตอน แถวละ 12 คน 21 คน หรือ 28 คน ก็ได้ โดยไม่มีนักเรียนเหลือ จะต้องรับสมัครนักเรียนมาเป็นกองเชียร์เพิ่มขึ้นจากจำนวนนักเรียนใน ข้อ 3 อีกอย่างน้อยกี่คน จงแสดงวิธีทำ (6 คะแนน)

เฉลย

1. หารได้ลงตัว เพราะเป็นจำนวนที่สามารถแปรเป็นแถวตอน แถวละ 12, 15 และ 20 คน ได้โดยไม่มีนักเรียนเหลือ ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์จึงต้องหารด้วย 12, 15 และ 20 ลงตัว 2+2

2. หาได้โดยวิธีหา ค.ร.น. ของ 12, 15 และ 20 เพราะ ค.ร.น. เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุด ที่หารด้วยจำนวนนักเรียนแถวละ 12, 15 หรือ 20 ได้ลงตัว 3+3

3. 60 คน

4. ค.ร.น. ของ 12, 21 และ 28 คือ 84
นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์ใหม่ต้องมีอย่างน้อย 84 คน
แต่เดิมจากข้อ 3 มีนักเรียนเป็นกองเชียร์อย่างน้อยที่สุด 60 คน
ดังนั้น ต้องรับสมัครนักเรียนเป็นกองเชียร์เพิ่มขึ้นจากจำนวนนักเรียนในข้อ 3 อีกอย่างน้อยที่สุด 84 – 60 = 24 คน
3+3

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1 (4)	– ตอบถูกต้อง และให้เหตุผลได้ถูกต้อง – ตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องหรือไม่ให้เหตุผล – ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	4 2 0
2 (6)	– ตอบถูกต้อง และให้เหตุผลได้ถูกต้อง – ตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องหรือไม่ให้เหตุผล – ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	6 3 0
3 (4)	– ตอบถูกต้อง – ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	4 0

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
4 (6)	– แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง	6
	– แสดงวิธีทำหาจำนวนที่เป็นกองเชียร์ใหม่ได้ถูกต้องและแสดงวิธีหาจำนวนกองเชียร์ที่เพิ่มขึ้นจากกองเชียร์เดิมในแนวที่จะทำให้หาคำตอบได้ แต่ได้คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้คำตอบ	5
	– แสดงวิธีทำหาจำนวนที่เป็นกองเชียร์ใหม่ได้ถูกต้อง แต่แสดงวิธีหาจำนวนกองเชียร์ที่เพิ่มขึ้นจากกองเชียร์เดิมไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีหา	3
	– ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำ	0

ผลการทดลองใช้

ปัญหาแปรแถวมีจุดประสงค์เพื่อทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับ ค.ร.น. และการประยุกต์ใช้รวมทั้งการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอด้วยการอธิบายและแสดงวิธีทำโดยการเขียนตอบของนักเรียน

ผลจากการทดลองใช้ปัญหานี้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจความหมายของ ค.ร.น. แต่อธิบายความหมายในเชิงพรรณนาที่เป็นภาพรวมของความคิดรวบยอดได้ไม่ชัดเจน สามารถยกเพียงตัวอย่างที่เป็นตัวเลขเพื่อประกอบการอธิบายเท่านั้น

2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาการประยุกต์ใช้ ค.ร.น. หาคำตอบและแสดงวิธีทำโดยใช้การตั้งหารได้ แต่ยังมีความบกพร่องเกี่ยวกับการให้เหตุผลการสื่อสาร และการนำเสนอในการเขียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง

รายละเอียดในการตอบคำถามแต่ละข้อของนักเรียน มีดังนี้

คำถามข้อ 1 "จำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์หารด้วย 12, 15 และ 20 ได้ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด"

คำถามข้อนี้เป็นคำถามเพื่อนำเข้าสู่การทบทวนความคิดรวบยอดของพหุคูณร่วมหรือตัวคูณร่วม ซึ่งเป็นพื้นฐานของ ค.ร.น. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามส่วนแรกได้ถูกต้อง แต่การตอบคำถามส่วนหลังมีต่าง ๆ กัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างคำอธิบายที่ไม่สอดคล้องกับความหมายของพหุคูณร่วม เช่น

- เพราะ 12, 15, 20 มีการหารลงตัวกับจำนวนเฉพาะ
- เพราะ 3, 5, 2 สามารถหารได้ลงตัว

ตัวอย่างคำอธิบายที่สอดคล้องกับความหมายของพหุคูณร่วม เช่น

- เพราะ เมื่อนำแต่ละตัวไปหารจำนวนนักเรียนได้ไม่เหลือเศษ
- เพราะ โจทย์บอกว่าสามารถแปรเป็นแถวตอนได้โดยไม่มีเศษนักเรียนเหลือ

ตัวอย่างคำอธิบายที่ใช้ความคิดรวบยอดของ ค.ร.น. ของ 12, 15 และ 20 เช่น

- เพราะ จำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์เป็น ค.ร.น. ของ 12, 15 และ 20
- เพราะ นักเรียนทั้งหมดหาได้โดยหา ค.ร.น. ของ 12, 15, 20 ซึ่งได้ เท่ากับ 60 และ 60 นี้หาร 12, 15 และ 20 ลงตัวทั้งหมด
- เพราะ หากเราหา ค.ร.น. ของ 12, 15 และ 20 ได้แล้วเราก็เอาผลที่ได้มาเป็นจำนวนนักเรียน

คำถามข้อ 2 “ถ้าต้องการหาว่ามีจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์อย่างน้อยที่สุดกี่คน จะหาได้โดยวิธีใดและทำไมจึงใช้วิธีนั้น”

คำถามข้อนี้เป็นคำถามเพื่อทบทวนความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ค.ร.น. และการนำไปใช้ นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามในส่วนแรกได้ว่าจะหาได้โดยวิธีหา ค.ร.น. แต่การอธิบายว่าทำไมจึงใช้วิธีหา ค.ร.น. นักเรียนเขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างคำอธิบายที่ไม่สอดคล้องกับความคิดรวบยอดของ ค.ร.น. เช่น

- เพราะหาในสิ่งที่น้อยที่สุด
- เพราะในโจทย์มีคำว่าน้อยที่สุด
- เพราะเรียกคำเต็มว่า ตูณร่วมน้อย
- ใช้วิธีนี้เพราะหาได้ง่าย

ตัวอย่างคำอธิบายที่สอดคล้องกับความคิดรวบยอดของ ค.ร.น. แต่ไม่ชัดเจน เช่น

- เพราะที่ใช้วิธีนี้เพราะว่าสามารถแบ่งอะไรต่าง ๆ ที่น้อยที่สุดได้เท่ากัน
- เพราะ ค.ร.น. หมายถึง ตูณร่วมน้อย และโจทย์ถามว่ามีจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์อย่างน้อยที่สุดกี่คน
- เพราะ ค.ร.น. คือ จำนวนที่น้อยที่สุดที่จำนวนใด ๆ หารได้ลงตัว และต้องการจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์น้อยที่สุดซึ่งต้องหา ค.ร.น. อยู่ดี

คำถามข้อ 3 "จะมีจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์อย่างน้อยที่สุดกี่คน"

คำถามข้อนี้เป็นคำถามการประยุกต์ใช้ ค.ร.น. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบได้ถูกต้องมีนักเรียนบางคนเพิ่มเติมคำตอบโดยแสดงร่องรอยการหา ค.ร.น. ด้วยวิธีตั้งหาร

คำถามข้อ 4 "ถ้าหัวหน้าเชียร์วางแผนแปรแถวกองเชียร์ใหม่ให้สามารถแปรเป็นแถวตอน แถวละ 12 คน 21 คน หรือ 28 คน ก็ได้ โดยไม่มีนักเรียนเหลือ จะต้องรับสมัครนักเรียนมาเป็นกองเชียร์เพิ่มขึ้นจากจำนวนนักเรียนในข้อ 3 อีกอย่างน้อยกี่คน จงแสดงวิธีทำ"

คำถามข้อนี้เป็นปัญหาการประยุกต์ที่ขยายแนวคิดจากคำถามข้อ 3 นักเรียนส่วนใหญ่แสดงแนวคิดในการหาคำตอบได้ถูกต้อง หาจำนวนนักเรียนที่เป็นกองเชียร์ใหม่โดยการหา ค.ร.น. ด้วยวิธีตั้งหาร ซึ่งนักเรียนส่วนน้อยคิดคำนวณผิดพลาด

จากตัวอย่างการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูสามารถนำส่วนที่เป็นข้อบกพร่องและส่วนที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องมาปรับปรุงและเพิ่มเติมในการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. ควรมีกิจกรรมทบทวนหรือซักซ้อมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับพหุคูณร่วมหรือตัวคูณร่วม และ ค.ร.น.

2. ครูควรเพิ่มเติมการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดของ ค.ร.น. กับวิธีหา ค.ร.น. โดยอาจอาศัยแนวคิดการพิจารณาพหุคูณ นอกเหนือไปจากการหาด้วยวิธีแยกตัวประกอบและวิธีตั้งหาร เช่น การหา ค.ร.น. ของ 12, 15 และ 20

พหุคูณของ 12 ได้แก่ 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...
พหุคูณของ 15 ได้แก่ 15, 30, 45, 60, 75, ...
พหุคูณของ 20 ได้แก่ 20, 40, 60, 80, ...
ดังนั้น ค.ร.น. ของ 12, 15 และ 20 คือ 60

3. นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาด้านการสื่อสาร เขียนอธิบายคำตอบได้ไม่สมบูรณ์ ไม่ชัดเจน ดังนั้นครูควรให้ความสำคัญกับทักษะและกระบวนการด้านนี้ให้มากขึ้นโดยเพิ่มเติมกิจกรรมในลักษณะให้เขียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาให้มากขึ้น รวมทั้งฝึกให้นักเรียนมีโอกาสอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ

ปัญหาการจัดน้อยหน่า

ความสำคัญของปัญหา

ปัญหานี้แสดงถึงสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เมื่อแบ่งของเป็นกลุ่มเท่าๆกัน แล้วมักมีของเหลือ ซึ่งบางครั้งเหลือน้อย บางครั้งเหลือมาก และบางครั้งก็ไม่มีของเหลือเลย ปัญหานี้ยังเป็นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน นักเรียนจะมีโอกาสใช้คำว่า “พหุคูณ” และ “ค.ร.น.” ในชีวิตจริง ซึ่งสถานการณ์จะแตกต่างจากในห้องเรียนที่มักเป็นการแบ่งของที่ไม่มีเศษเหลือ จึงเป็นปัญหาที่ฝึกประสบการณ์ในการใช้ความรู้อีกระดับหนึ่ง

โจทย์ปัญหานี้สอดคล้องกับตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.1 และจุดประสงค์ ดังนี้

ตัวชี้วัดชั้นปีของชั้น ม.1

1. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. แก้ปัญหาได้
2. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

เนื้อหาที่วัด

ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้

สาระ
1. พหุคูณร่วมและ ค.ร.น. ของจำนวนนับ
2. การนำความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. ไปใช้แก้ปัญหา