

SMART⁺⁺

$$\sqrt{\left(\frac{-A}{2}\right)^2 + \left(\frac{-B}{2}\right)^2} - c$$

A++

รวมสูตร ตัวคณิต! พีชคณิต ADMISSION

และเตรียมตัวสอบ

ม.4-5-6



โดย ตัวเตอร ANN

$$\int 1 dx = x + c$$

$$\lim_{x \rightarrow a}$$

$$x^2 + y^2 + Ax + By + c = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$f(c)$$

$$\sum_{i=1}^n c$$

รวมสูตร
ตัวคณิต!
พีชคณิต **ADMISSION**

และเตรียมตัวสอบ

ม.4-5-6



รวมสูตร ตัวคณิต ! พิชิต ADMISSION
และเตรียมตัวสอบ ม. 4-5-6

ผู้เขียน : ทวีพันธ์ อยู่สุนทร

ราคา 250 บาท

พิมพ์ครั้งที่ 1 : มีนาคม 2558

สงวนลิขสิทธิ์โดย : บริษัท สมาร์ท อินเทลลิเจนท์ จำกัด

จัดพิมพ์โดย : บริษัท สมาร์ท อินเทลลิเจนท์ จำกัด

SMART**

2387 อาคารรวมทุนพัฒนา ชั้น 3 ถนนเพชรบุรีตัดใหม่
แขวงบางกะปิ เขตห้วยขวาง กรุงเทพฯ 10310

โทร. 0-2318-4818 (10 คู่สาย)

แฟกซ์ : 0-2318-4809

E-mail : SMARTINTEL@gmail.com

จัดจำหน่ายโดย : บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน)

เลขที่ 1858/87-90 ถนนบางนา-ตราด

แขวงบางนา เขตบางนา กรุงเทพฯ 10260

โทรศัพท์ 0-2739-8000

โทรสาร 0-2751-5999

<http://www.se-ed.com>

พิมพ์ที่ : บริษัท แอคทีฟ พรินท์ จำกัด

โทร. 0-2530-4114 (8 คู่สาย)

ข้อมูลทางบรรณานุกรมทอสมุดแห่งชาติ

ทวีพันธ์ อยู่สุนทร.

รวมสูตร ตัวคณิต ! พิชิต ADMISSION และเตรียมตัวสอบ ม.4-5-6. --กรุงเทพฯ :

สมาร์ท อินเทลลิเจนท์, 2558.

544 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา). 2. คณิตศาสตร์--ข้อสอบและเฉลย.

I. ชื่อเรื่อง.

510.76

ISBN 978-616-7972-00-8



กว่าจะมาเป็นหนังสือเล่มนี้ได้ ก่อนอื่นพี่แอนก็ต้องขอขอบคุณคุณพ่อคุณแม่ที่เลี้ยงดูและให้การศึกษา ขอบคุณอาจารย์คณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ ให้ความคิด จนปัจจุบันนี้พี่นำความรู้ที่ได้เรียนมาถ่ายทอดในการสอนน้อง ๆ ขอบคุณน้อง ๆ Tutor ที่ช่วยในการตรวจและเรียบเรียงข้อความแก้ไขให้สมบูรณ์มากขึ้น ขอบคุณบริษัท สมาร์ทอินเทลลิเจนท์ จำกัด และทีมงานที่ไว้วางใจให้พี่ได้ทำหนังสือเล่มนี้ขึ้นมา

หนังสือเล่มนี้เขียนขึ้นมาจากประสบการณ์การสอนวิชาคณิตศาสตร์ของพี่แอนที่มีมามากกว่า 5 ปี เพื่อที่จะช่วยน้อง ๆ ที่มักบ่นว่า...

“โหยยย!!! ปวดหัว ทำไมคณิตศาสตร์มันยากอย่างนี้...”

“สูตรเยอะจริง จำไม่ไหว ใช้ไม่ถูก !!”

โดยพี่แอนได้สรุปสูตรที่จำเป็นต้องใช้ในการทำโจทย์ และเทคนิคที่จะช่วยทำโจทย์ได้เร็วขึ้น ในรูปแบบที่อ่านง่ายและนำไปใช้ได้จริง

เนื้อหาในเล่มนี้มีทั้งหมด 18 บท น้อง ๆ สามารถอ่านเรียงลำดับไปตั้งแต่บทที่ 1 จนถึง 18 หรือเลือกอ่านบทใดก่อนก็ได้ แต่ที่สำคัญคือ น้อง ๆ จะต้องตั้งใจอ่านให้เข้าใจและฝึกคิดตามตัวอย่างที่มีมาด้วย เพราะเมื่อเวลาไปเจอโจทย์จริง น้อง ๆ จะรู้วิธีคิดและทำโจทย์ได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง จำไว้ว่า...ความพยายามอยู่ที่ไหนความสำเร็จอยู่ที่นั่นนะคะ...

สุดท้ายนี้พี่ยินดีรับฟังข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะ หรือถ้าน้อง ๆ มีคำถามใด ๆ ก็สามารถส่งอีเมลมาหาพี่แอนได้ที่ :

tawinan_ann@hotmail.com ค่ะ





• ตรีโกณมิติพื้นฐาน	16
• เอกลักษณะตรีโกณมิติ	18
• มุมองศาและมุมเรเดียน	21
• การยุบมุมเมื่อมุมมีค่าไม่คุ้นเคย	23
• ตำแหน่งมุมในวงกลม	26
• มุม $2A$ และมุม $3A$	29
• มุมผลรวม และมุมผลต่าง	32
• ตรีโกณผลรวมและผลต่าง	34
• กำลังสองและกำลังสาม	38
• กราฟฟังก์ชันตรีโกณมิติ	40
• การหา arc-function (1)	43
• การหา arc-function (2)	46
• กฎของ sin และ cos	51
• พื้นที่สามเหลี่ยม	53

บทที่ 2 เรขาคณิตวิเคราะห์

57

จุด จุด จุด : จุดกึ่งกลาง จุดตัดของเส้นมีขนา	58
จุด จุด จุด : จุดของรูป □ ด้านขนาน	61
จุด จุด จุด : จุดที่ไม่อยู่ตรงกลาง	63
เส้นตรง : ความชัน	65
เส้นตรง : สมการเส้นตรง	68
ระยะห่าง : จุดกับจุด	70
ระยะห่าง : จุดกับเส้น	71
ระยะห่าง : เส้นกับเส้น	73
โปรเจกชัน : ลงบนแกน x และ y	75
โปรเจกชัน : ลงบนเส้นตรง $y = x$, $y = -x$	76
สมการเส้นแบ่งครึ่งมุม	80
มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้นตัดกัน	82

85

บทที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

อัตราการเปลี่ยนแปลง	86
อัตราการเปลี่ยนแปลงประยุกต์กับฟิสิกส์	87
สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน	90
ความชันและเส้นสัมผัสเส้นโค้ง	93
วิธีหาค่าจุดต่ำสุดและจุดสูงสุดสัมพัทธ์ : วิธีที่ 1	94
วิธีหาค่าจุดต่ำสุดและจุดสูงสุดสัมพัทธ์ : วิธีที่ 2	98

• วิธีหาค่าจุดต่ำสุดและจุดสูงสุดสัมบูรณ์	101
• ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	103
• ฟังก์ชันคอมโพสิต	105
• โจทย์อนุพันธ์	107

บทที่ 4 อินทิเกรต

111

• สูตรอินทิเกรต	112
• อินทิกรัลจำกัดเขต	116
• อินทิเกรตแยกช่วง	119
• การหาพื้นที่ปิดล้อม (1)	121
• การหาพื้นที่ปิดล้อม (2)	124
• การหาพื้นที่ปิดล้อม (3)	126
• การหาพื้นที่ปิดล้อม (4)	128
• บทประยุกต์ 1 : การหาค่าอินทิเกรตในฟังก์ชันคอมโพสิต	130
• บทประยุกต์ 2 : คิฟและอินทิเกรตเป็นส่วนกลับกัน	132
• บทประยุกต์ 3 : อินทิเกรตประยุกต์กับพีลิกส์	134
• บทประยุกต์ 4 : อินทิเกรตประยุกต์กับตรีโกณมิติ	136

139

บทที่ 5 ลำดับและอนุกรม

• ลำดับ	140
• การสมมติพจน์ลำดับ	143

อนุกรม	146
คุณสมบัติ Σ	149
สูตร Σ	151
อนุกรมเลขคณิตผสมอนุกรมเรขาคณิต	154
อนุกรมเทเลสโคปิกเศษส่วน	158
ลิมิตของลำดับ	160

บทที่ 6 กำหนดการเชิงเส้น

167

ทบทวนอสมการเชิงเส้น	168
กำหนดการเชิงเส้น	172
โจทย์กำหนดการเชิงเส้น	175

185

บทที่ 7 ภาคตัดกรวย

สมการวงกลม	186
สมการพาราโบลา	190
สมการวงรี	197
สมการไฮเพอร์โบลา	204

บทที่ 8 ลิมิตและความต่อเนื่อง

213

- สูตรของลิมิต 214
- รูปที่ตอบได้โดยและต้องรอลู่น 217
- รูปที่ต้องรอลู่นอาจใช้กฎ L^* Hospital 221
- ความต่อเนื่อง 223
- โจทย์ที่ต้องตรวจสอบลิมิตบวกและลบ 226
- โจทย์ทั่วไปของลิมิต 229

233

บทที่ 9 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

(x.4)

- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential function) 234
- สูตรที่ควรนำไปใช้ในโจทย์ expo 238
- ฟังก์ชันลด ฟังก์ชันเพิ่มของ expo 240
- ฟังก์ชันลอการิทึม (Logarithm function) 244
- ฟังก์ชันลด ฟังก์ชันเพิ่มของ log และค่าแปลก ๆ 248
- สมการ log และอสมการ log 251

บทที่ 10 การนับและความน่าจะเป็น

255

- กฎการนับของการคูณ 256
- กฎการนับของการบวก 257

• กฎการนับของการลบ	261
• ค่าแฟกทอเรียล (Factorial) !	263
• จัดเรียงของที่แตกต่างกันแนวเส้นตรง	266
• จัดเรียงของที่แตกต่างกันแนววงกลม	269
• จัดเรียงของที่เหมือนกันแนวเส้นตรง	272
• จัดเรียงของที่เหมือนกันแนววงกลม	274
• จัดเรียงของติดกันแนวเส้นตรง	276
• จัดเรียงของติดกันแนววงกลม	278
• จัดเรียงของแยกกันแนวเส้นตรง	280
• จัดเรียงของแยกกันแนววงกลม	282
• สับเปลี่ยนของ k อย่างทีละเท่า ๆ กัน	284
• หีบของเหมือนและของต่าง	288
• ความน่าจะเป็น	289
• ความน่าจะเป็นกับเซต	292
• ทวินาม	295

299

บทที่ 11 ตรรกศาสตร์

• ประพจน์ และตารางค่าความจริง	300
• กฎของประพจน์	302
• การยุบประพจน์	303
• สัจนิรันดร์ (Tautology)	308
• ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ $\forall x, \exists x$	310
• ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	312
• $\forall x \forall y, \forall x \exists y, \exists x \forall y, \exists x \exists y$	
• สมเหตุสมผลหรือไม่	316

บทที่ 12 สถิติ ม. ป้าย

319

• ทบทวนสถิติ ม. ต้น	320
• ข้อมูลแบบตารางแจกแจงความถี่แบบไม่เป็นอันตรภาคชั้น	325
• ข้อมูลแบบตารางแจกแจงความถี่แบบเป็นอันตรภาคชั้น	329
• การวัดการกระจายข้อมูล	338
• กฎของทรีกลุ่ม	343
• การแจกแจงปกติ	344
• เส้นโค้งปกติ (Normal Curve)	348

355

บทที่ 13 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

• ความสัมพันธ์	356
• โดเมน & เรนจ์	361
• กราฟความสัมพันธ์	367
• อินเวอร์สความสัมพันธ์	372
• กราฟอินเวอร์สของความสัมพันธ์	373
• ฟังก์ชัน	374
• ฟังก์ชันอินเวอร์ส	377
• ฟังก์ชันคอมโพสิต	379
• การบวก ลบ คูณ หาร ฟังก์ชัน	382

บทที่ 14 จำนวนเชิงซ้อน

385

- จำนวนเชิงซ้อน 386
- การบวก ลบ จำนวนเชิงซ้อน 389
- การคูณหาร จำนวนเชิงซ้อน 390
- คุณสมบัติโมดูลัสของ z และสังยุคของ z 397
- การแก้สมการพหุนาม 401
- การถอดรากที่สอง 404
- จำนวนเชิงซ้อน 406
- หาผลบวกและผลคูณของรากสมการ 408

411

บทที่ 15 จำนวนจริง

- ทบทวนเครื่องมือของสมการและอสมการ 412
- รูปแบบโจทย์สมการ 414
- รูปแบบโจทย์ค่าสัมบูรณ์ 426
- รูปแบบโจทย์สแควรുക 440
- ทฤษฎีบทเศษเหลือ 444

บทที่ 16 เมทริกซ์และ DETERMINANT

449

- รูปแบบของเมทริกซ์ (Matrix) 450
- ทรานสโพสของเมทริกซ์ (Transpose of Matrix) 452

• การบวก ลบ คูณ เมทริกซ์	454
• สมบัติของเมทริกซ์	457
• ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant)	459
• สมบัติของ det	467
• อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	470
• สมบัติของอินเวอร์สการคูณเมทริกซ์	474
• การแก้ระบบสมการโดยใช้อินเวอร์สของเมทริกซ์	476
• การแก้ระบบสมการโดยใช้กฎคราเมอร์	479
• การแก้ระบบสมการโดยเมทริกซ์แต่งเติม	481
• (Augmented Matrix)	
• หา A^{-1} โดยเมทริกซ์แต่งเติม	484

487

บทที่ 17 เวกเตอร์

• เวกเตอร์ 2 มิติเบื้องต้น	488
• การบวก ลบ คูณ เวกเตอร์	491
• เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vector)	494
• การ dot เวกเตอร์	497
• การ Cross เวกเตอร์	505
• เวกเตอร์ 3 มิติ	507
• การ Cross เวกเตอร์ใน 3 มิติ	509
• การหามุมแสดงทิศทางของเวกเตอร์	514
• สูตรพื้นที่และปริมาตร	516

บทที่ 18 เซต

521

พื้นฐานของเซต	522
สับเซต	524
เพาเวอร์เซต	528
แผนภาพของเวนน - ออยเลอร์	531



เกี่ยวกับผู้เขียน

540

1

ตรี
โกณ
มิติ



P'แอน



น้อง A



น้อง B

ในสมัย ม.ต้น เราได้เรียนตรีโกณมิติพื้นฐาน
มาแล้วนะคะ ใน ม.ปลายเนื้อหาจะเข้มข้นขึ้น
ซึ่งในบทนี้จะมี 14 หัวข้อให้ศึกษากัน
โดยจะเริ่มจากการทบทวนตรีโกณมิติพื้นฐาน
สูตรตรีโกณ ม.ปลาย และกราฟตรีโกณมิติค่ะ

O1.

ตรีโกณมิติพื้นฐาน



สูตรที่ต้องจำ ..

$$\sin \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

ด้านตรงข้ามมุมฉาก



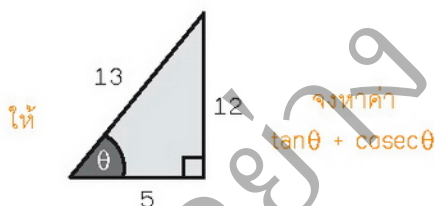
ด้านตรงข้ามมุมที่เราอยากรู้

ด้านชิดมุมที่เราอยากรู้

ส่วนที่เหลือน้องก็สามารถหาค่าได้เลย คือ	$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$
ส่วนกลับของ $\sin \theta$ คือ	$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$
ส่วนกลับของ $\cos \theta$ คือ	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$
ส่วนกลับของ $\tan \theta$ คือ	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$



มาดูวิธีใช้สูตรกัน!



$$\sin \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{12}{13} \text{ จะได้ } \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{5}{13} \text{ จะได้ } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}$$

.....

$$\begin{aligned} \text{จากโจทย์ } \tan \theta + \operatorname{cosec} \theta &= \frac{12}{5} + \frac{13}{12} \\ &= \frac{12 \times 12}{5 \times 12} + \frac{13 \times 5}{12 \times 5} \\ &= \frac{144}{60} + \frac{65}{60} \\ &= \frac{209}{60} \end{aligned}$$

◀ Ans



สูตรที่ต้องจำ

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

พอเจ้าห้องสอบ
ใช้วิธีที่พี่จะสอน
น้องก็จะได้เพิ่ม
เป็นอีก 2 สูตรเลย

วิธีที่ 1

เอา $\sin^2 \theta$ หารตลอดทั้งสมการ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$
 $\frac{1}{\sin \theta} = \operatorname{cosec} \theta$

จะได้ $1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$ ← เป็นสูตรที่ 2

วิธีที่ 2

เอา $\cos^2 \theta$ หารตลอดทั้งสมการ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$
 $\frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$

จะได้ $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$ ← เป็นสูตรที่ 3





มาดูวิธีใช้สูตรกัน!

กำหนดให้ $0 < \theta < 90^\circ$ และ $\cos \theta = \frac{3}{5}$ แล้ว

$\frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ มีค่าเท่าไร



จากโจทย์ $\cos \theta = \frac{3}{5}$

$$\cos^2 \theta = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\sin^2 \theta + \frac{9}{25} = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5}, \frac{-4}{5}$$



โจทย์กำหนดให้ $0 < \theta < 90^\circ$ ดังนั้น $\sin \theta = \frac{4}{5}$ เป็นบวกเสมอ

$$\sin \theta = \frac{4}{5} \text{ จะได้ } \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{5}{4}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{จะได้ } \frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{\frac{5}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{1}{5}} = \frac{10}{4}$$

$$= \frac{5}{2}$$

Ans



03.

มุมองศาและมุมเรเดียน

พี่แอน มุมเรเดียนต่างจากมุมองศายังไง แล้วถ้าจะเปลี่ยนมุมองศาไปเป็นมุมเรเดียนจะต้องทำยังไงครับ !



ง่าย ๆ เลย
มุมเรเดียนคือมุมที่ใช้หน่วย
เป็นเรเดียน (rad) จะมี
สัญลักษณ์ π "พาย"
ที่เมื่อก่อนเราให้หาพื้นที่และ
เส้นรอบวงของวงกลม มีค่า
 $\frac{22}{7} \approx 3.14$ นั่นเอง



$$\pi \approx \frac{22}{7} \approx 3.14$$

π เรเดียน มีค่าเท่ากับ 180°

2π เรเดียน มีค่าเท่ากับ $2 \times 180^\circ = 360^\circ$

ทีนี้ถ้าน้องจะเปลี่ยนหน่วยองศาเป็นเรเดียน
หรือเปลี่ยนหน่วยเรเดียนมาเป็นองศา
ก็จะมีสูตรสำคัญคือ...





สูตรที่ต้องจำ

สูตร 1

หน่วย
องศา $\gg$ หน่วย
เรเดียน

$$\text{มุมหน่วยเรเดียน} = \text{มุมหน่วยองศา} \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

สูตร 2

หน่วย
เรเดียน $\gg$ หน่วย
องศา

$$\text{มุมหน่วยองศา} = \text{มุมหน่วยเรเดียน} \times \frac{180^\circ}{\pi}$$

เปลี่ยนค่า π ให้เท่ากับ 180° ทำการคูณหรือหารกับค่าที่เหลือ

มาดูวิธีใช้สูตรกัน!



1) $\sin \frac{\pi}{6}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

$\frac{\pi}{6}$ เป็นมุมหน่วยเรเดียน เราจะใช้สูตร 2 เปลี่ยนเป็นองศาก่อน

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin \frac{180^\circ}{6} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{Ans}$$

.....

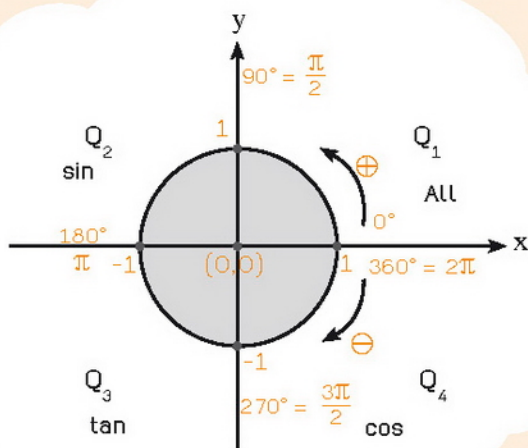
2) $\sin 90^\circ$ มีค่าเท่ากับมุมในหน่วยเรเดียนเท่าไร

90° เป็นมุมหน่วยองศา เราจะใช้สูตร 1 เปลี่ยนเป็นเรเดียน

$$\sin 90^\circ = \sin \left(90^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \right)$$

$$\sin 90^\circ = \sin \frac{\pi}{2} \quad \text{Ans}$$





ภาพนี้ประกอบด้วยรูปวงกลมที่วางลงในแกน x , แกน y มีรัศมี 1 หน่วย จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$ เราจะหมุนมุมในทิศทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งจะได้มุมเป็น **บวก** แต่ถ้าเราหมุนในทิศตามเข็มนาฬิกาจะได้มุมเป็น **ลบ**

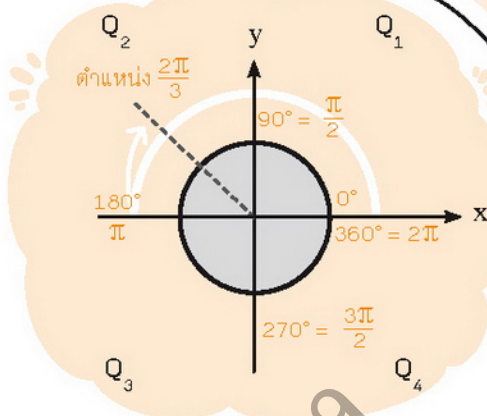
ส่วนใน
แผนภาพจะมี
4 ช่องเรียน

Q_2 (จุดภาคที่ 2) มีค่า $\sin, \csc$ เป็นบวก	Q_1 (จุดภาคที่ 1) มีค่า $\sin, \cos, \tan,$ $\cot, \csc, \sec$ เป็นบวก
Q_3 (จุดภาคที่ 3) มีค่า $\tan, \cot$ เป็นบวก	Q_4 (จุดภาคที่ 4) มีค่า $\cos, \sec$ เป็นบวก

เทคนิคง่าย ๆ ! เราจะท่องว่า “All sin tan cos” เพื่อหาค่าออกมาเป็นค่า **บวก** เมื่อมุมหมุนไปตกในจุดภาคใด ๆ ก็หาค่าตรีโกณมิติในกรณีที่เราไม่คุ้นเคยกับมุมนั้นได้ ส่วนค่าตรีโกณมิติไม่ได้ระบุให้ท่องและไม่ใช้ส่วนกลับจะมีค่าติด **ลบ** เริ่มต้นจากมุม 0° ถึง 360° จากแกน x ทิศทวนเข็มนาฬิกาจนจนถึงมุมที่กำหนดไว้

มาดูวิธีใช้สูตรกัน !

จงหาค่า $\sin \frac{2\pi}{3}$



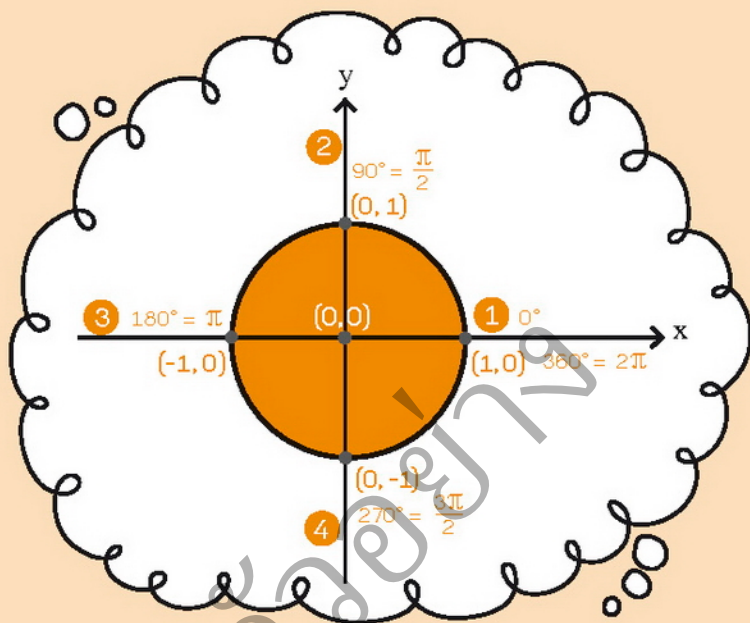
$\frac{2\pi}{3}$ เกิดจาก $\pi - \frac{\pi}{3}$ (เริ่มคิดจากมุมเต็ม π ก่อนเสมอ)
 เช่น $\frac{5\pi}{6}$ เกิดจาก $\pi - \frac{\pi}{6}$ $\frac{7\pi}{4}$ เกิดจาก $2\pi - \frac{\pi}{4}$

เริ่มจาก

- 1) มุมไป π รอบจากแกน x ทิศทวนเข็มนาฬิกา
- 2) มุมกลับทิศตามเข็มนาฬิกา $\frac{\pi}{3}$ เพราะมีเครื่องหมายลบด้านหน้า
- 3) $\frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$ หรือยุบมุมได้เป็น $\frac{\pi}{3}$ ซึ่งเป็นมุมที่คุ้นเคย
- 4) มุมมุมตกใน Q_2 ค่า $\sin$, $\csc$ จะเป็นบวก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \sin \frac{2\pi}{3} &= \sin \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = + \sin \frac{\pi}{3} = + \sin 60^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Ans



ตำแหน่งที่ 1 $(\cos 0^\circ, \sin 0^\circ) = (1, 0)$

ตำแหน่งที่ 2 $(\cos 90^\circ, \sin 90^\circ) = (0, 1)$

ตำแหน่งที่ 3 $(\cos 180^\circ, \sin 180^\circ) = (-1, 0)$

ตำแหน่งที่ 4 $(\cos 270^\circ, \sin 270^\circ) = (0, -1)$

ตำแหน่งที่ 5 $(\cos 360^\circ, \sin 360^\circ) = (1, 0)$



..

สูตรที่ต้องจำ



$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

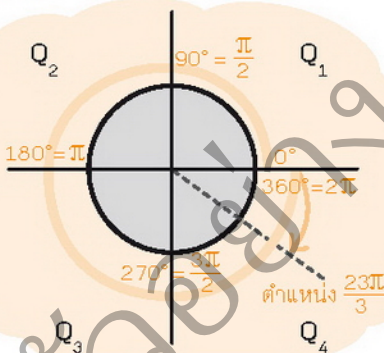
$$\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec\theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot\theta$$

มาดูวิธีใช้สูตรกัน!

$\sin\left(-\frac{23\pi}{3}\right)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร



จาก $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ จะได้ $\sin\left(-\frac{23\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{23\pi}{3}\right)$

$$\frac{23\pi}{3} = 8\pi - \frac{\pi}{3}$$

เริ่มจากหมุน 8π ทิศทวนเข็มนาฬิกาจะตกที่ 2π 4 ครั้ง
หลังจากนั้นหมุนตามเข็มนาฬิกา $\frac{\pi}{3}$ เนื่องจากมีเครื่องหมายลบด้านหน้า $\frac{\pi}{3}$

จะได้ตำแหน่งตกที่ Q_4 ซึ่งมี $\cos, \sec$ เป็นบวก

ดังนั้นโคจทย์เป็น $\sin$ ก็จะได้ค่าเป็นลบ

$$\sin\left(-\frac{23\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{23\pi}{3}\right) = -\sin\left(8\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \sin\frac{\pi}{3} = \sin\frac{180^\circ}{3} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{Ans}$$

$$\int dx = x + c$$

$$\lim_{x \rightarrow a}$$



รวมสูตรเก่งคณิต

พิชิต ADMISSION

และเตรียมตัวสอบ ม.4-5-6

โดยตัวเตอร ANN

พร้อมสุดยอดเคล็ดลับ

จำสูตรเป๊ะเวอร์!

$$\sum_{i=1}^n c$$

SM α RT⁺⁺

ISBN 978-616-7972-08-4

ราคา 250 บาท