

ดิจิทัลเบื้องต้น

(Basic Digital Systems)



ไฉพน ศรีย

ผศ.ดร. เศรษฐชัย ชัยสนิก

110.-



ดิจิทัลเบื้องต้น

(Basic Digital Systems)

กลุ่มอาชีพพลังงานไฟฟ้า และอิเล็กทรอนิกส์

ISBN 978-616-495-326-0

พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2569

จำนวนที่พิมพ์ 3,000 เล่ม

เรียบเรียงโดย

ไวพจน์ ศรีธัญ

ผศ.ดร. เศรษฐชัย ชัยสนิท

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย...



บริษัท วังอักษร จำกัด

69/3 ถนนอรุณอมรินทร์ แขวงวัดอรุณ เขตบางกอกใหญ่ กรุงเทพฯ 10600

โทร. 0-2472-3293-4

Mobile 08-8585-1521

Facebook : สำนักพิมพ์ วังอักษร

e-Mail : wangaksorn9@gmail.com

<http://www.wangaksorn.com>

Line ID : wangaksorn

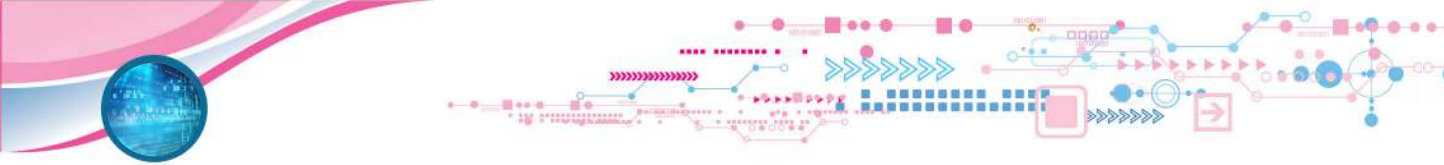
e-book แต่ละบทเรียน
ในรูปแบบ QR Code



บริษัท วังอักษร จำกัด ขอสงวนลิขสิทธิ์

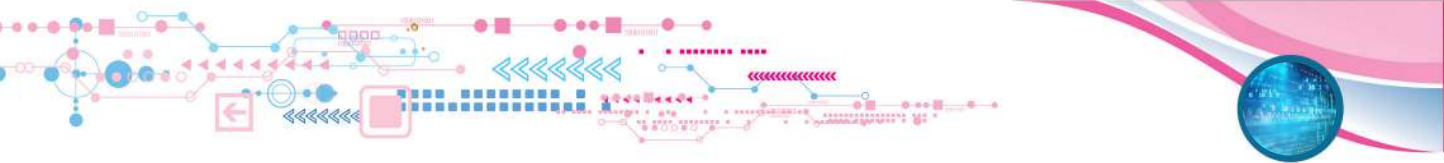
ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 และพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์เพิ่มเติม พ.ศ. 2565
ห้ามมิให้ทำการคัดลอก ดัดแปลง แก้ไขเนื้อหา หรือเผยแพร่ต่อสาธารณชนไม่ว่ารูปแบบใด
ชื่อและเครื่องหมายการค้าอื่น ๆ ที่อ้างอิงในหนังสือฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์โดยชอบด้วยกฎหมาย
ของเจ้าของแต่ละราย บริษัทฯ มิได้อ้างความเป็นเจ้าของแต่อย่างใด



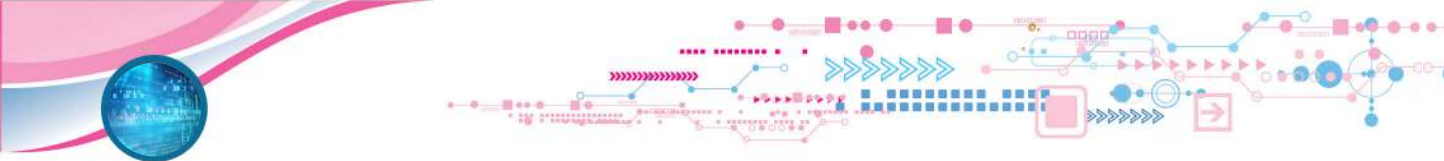


ตารางกำหนดการจัดการเรียนรู้
วิชาดิจิทัลเบื้องต้น
(Basic Digital Systems)

ครั้งที่	รายการ		จำนวนชั่วโมง		
	ทฤษฎี	ปฏิบัติ	ท	ป	รวม
1	บทเรียนที่ 1 ระบบตัวเลข และระบบเลขฐาน	ใบกิจกรรมที่ 1.1 การแปลงเลขฐานทางดิจิทัล คอมพิวเตอร์ ใบกิจกรรมที่ 1.2 ปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ของระบบเลขฐานสอง	1	3	4
2 - 3	บทเรียนที่ 2 ไอซีดิจิทัลพื้นฐาน	ใบกิจกรรมที่ 2.1 จำแนกไอซีดิจิทัลเกี่ยวกับ ตำแหน่งขาใช้งานและชนิดของเกต ใบกิจกรรมที่ 2.2 จำแนกตระกูลของไอซีดิจิทัล	2	6	8
4	บทเรียนที่ 3 รหัสดิจิทัล	ใบกิจกรรมที่ 3.1 รหัสดิจิทัล ใบกิจกรรมที่ 3.2 การแปลงเลขฐานสองเป็น รหัสเกรย์ และแปลงกลับ	1	3	4
5 - 8	บทเรียนที่ 4 ฟังก์ชันลอจิก และวงจรเกตพื้นฐาน	ใบงานที่ 4.1 ทดสอบไอซีชนิดแอนด์เกต ใบงานที่ 4.2 ทดสอบไอซีชนิดออร์เกต ใบงานที่ 4.3 ทดสอบไอซีชนิดน็อตเกต ใบงานที่ 4.4 ทดสอบไอซีชนิดแนนด์เกต ใบงานที่ 4.5 ทดสอบไอซีชนิดนอร์เกต ใบงานที่ 4.6 ทดสอบไอซีชนิดเอกซ์คลูซีฟออร์เกต ใบงานที่ 4.7 ทดสอบไอซีชนิดเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต ใบงานที่ 4.8 ทดสอบการใช้แนนด์เกตหรือนอร์เกต เพียงอย่างเดียว	4	12	16
9 - 10	บทเรียนที่ 5 พีชคณิตบูลีน	ใบงานที่ 5.1 ทดสอบทฤษฎีพีชคณิตบูลีน ใบงานที่ 5.2 ทดสอบการเขียนวงจรลอจิกจาก สมการ	2	6	8
11	บทเรียนที่ 6 หลักการเขียนสมการของ วงจรลอจิก	ใบงานที่ 6.1 ทดสอบวงจรลอจิก	1	3	4
12	บทเรียนที่ 7 แผนผังคาร์โนห์	ใบงานที่ 7.1 ทดสอบการลดรูปสมการวงจรลอจิก โดยใช้แผนผังคาร์โนห์	1	3	4



ครั้งที่	รายการ		จำนวนชั่วโมง		
	ทฤษฎี	ปฏิบัติ	ท	ป	รวม
13 - 14	บทเรียนที่ 8 วงจรคอมไบเนชัน	ใบงานที่ 8.1 ทดสอบวงจรเข้ารหัส ใบงานที่ 8.2 ทดสอบวงจรถอดรหัส	2	6	8
15	บทเรียนที่ 9 วงจรฟลิปฟล็อปและวงจรนับ	ใบงานที่ 9.1 ทดสอบวงจรฟลิปฟล็อปและวงจรนับเลขไบนารี	1	3	4
16 - 17	บทเรียนที่ 10 วงจรเลื่อนข้อมูลและการแสดงผลเบื้องต้น	ใบงานที่ 10.1 ทดสอบวงจรเลื่อนข้อมูลแบบอนุกรมเข้าและอนุกรมออก ใบงานที่ 10.2 ทดสอบการแสดงผลด้วยเซเวนเซกเมนต์	2	6	8
18	ประเมินผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา		1	3	4
รวม			18	54	72



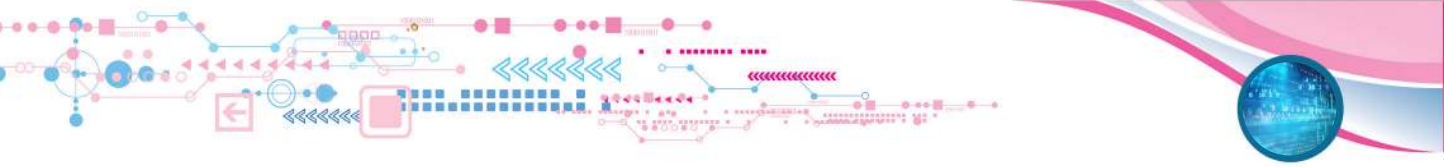
คำนำ

บริษัท วังอักษร จำกัด ได้จัดทำหนังสือวิชา **ดิจิทัลเบื้องต้น (Basic Digital Systems)** เพื่อใช้บูรณาการและประกอบการเรียนการสอน ตามหลักสูตรอาชีวศึกษา (สอศ.) หลักสูตรส่งเสริมการเรียนรู้ (สกร.) หลักสูตรอุดมศึกษา ผู้สนใจในการพัฒนาการเรียนรู้และทักษะ

หนังสือเล่มนี้ประกอบด้วยเนื้อหาสาระ ใบกิจกรรม ใบงาน แบบฝึกหัด แบบทดสอบคู่ขนาน มีจุดประสงค์ในการยกระดับผู้เรียนให้เรียนทฤษฎีและปฏิบัติ เพื่อเสริมสร้างทักษะ ประสิทธิภาพ และการประยุกต์ใช้ได้จริง โดยเน้นกระบวนการเรียนรู้ที่มีคุณธรรม จริยธรรม จรรยาบรรณวิชาชีพ และกีนิสัยในการทำงาน เพื่อสร้างสมรรถนะตามความต้องการของสถานประกอบการ เนื้อหาในหนังสือเล่มนี้แบ่งออกเป็น 10 บทเรียน คือ **บทเรียนที่ 1 ระบบตัวเลขและระบบเลขฐาน** **บทเรียนที่ 2 ไอซีดิจิทัลพื้นฐาน** **บทเรียนที่ 3 รหัสดิจิทัล** **บทเรียนที่ 4 ฟังก์ชันลอจิกและวงจรเกตพื้นฐาน** **บทเรียนที่ 5 พีชคณิตบูลีน** **บทเรียนที่ 6 หลักการเขียนสมการของวงจรลอจิก** **บทเรียนที่ 7 แผนผังคาร์โนห์** **บทเรียนที่ 8 วงจรคอมไบเนชัน** **บทเรียนที่ 9 วงจรฟลิปฟล็อปและวงจรนับ** **บทเรียนที่ 10 วงจรเลื่อนข้อมูลและการแสดงผลเบื้องต้น**

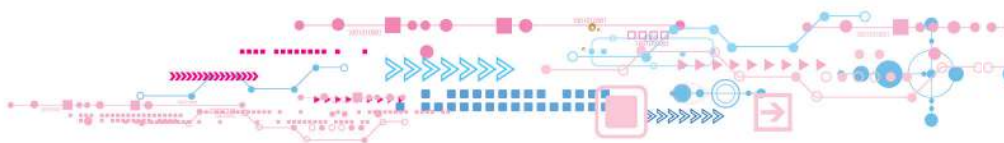
หนังสือเล่มนี้มีเนื้อหาที่ทันสมัย ตามแผนการพัฒนาศึกษาด้านวิชาชีพ ซึ่งสอดคล้องกับยุทธศาสตร์ชาติและแผนการศึกษาแห่งชาติ เพื่อให้ผู้เรียนมีผลลัพธ์การเรียนรู้และสมรรถนะตามมาตรฐานมาตรฐานฝีมือแรงงานแห่งชาติ กรมพัฒนาฝีมือแรงงาน สาขาช่างควบคุมระบบโปรแกรมเมเบิลลอจิกคอนโทรลเลอร์ ระดับ 1

ไวพจน์ ศรีธัญ
ผศ.ดร. เศรษฐชัย ชัยสนิท

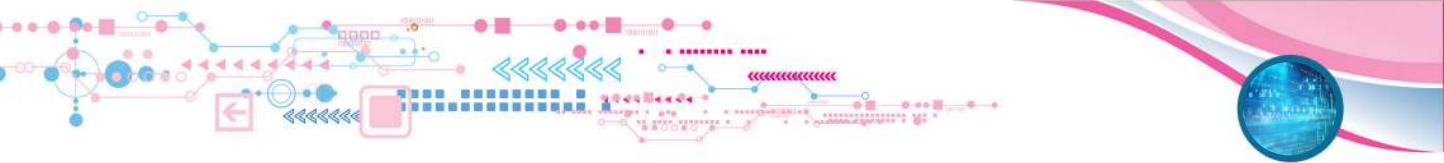


สารบัญ

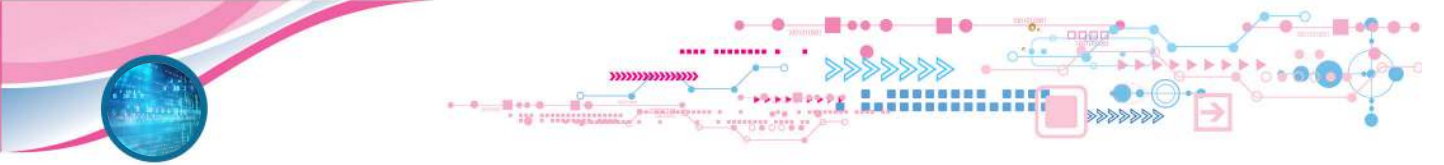
บทเรียนที่ 1 ระบบตัวเลขและระบบเลขฐาน.....	1
1.1 ระบบตัวเลขฐานสิบที่ใช้ในชีวิตประจำวัน.....	2
1.2 ระบบเลขฐาน.....	2
1.3 การแปลงระบบเลขฐาน.....	3
1.4 การบวกและการลบเลขฐานสอง.....	12
1.5 คอมพลิเมนต์.....	13
1.6 การคูณและการหารเลขฐานสอง.....	17
ใบกิจกรรมที่ 1.1 การแปลงเลขฐานทางดิจิทัลคอมพิวเตอร์.....	20
ใบกิจกรรมที่ 1.2 ปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ของระบบเลขฐานสอง.....	22
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 1.....	24
บทเรียนที่ 2 ไอซีดิจิทัลพื้นฐาน.....	26
2.1 ความหมายของไอซีดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัล.....	27
2.2 ชนิดของไอซีดิจิทัล.....	28
2.3 พารามิเตอร์ เกตพื้นฐาน และตารางความจริง.....	31
2.4 เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในงานไอซีดิจิทัล.....	35
ใบกิจกรรมที่ 2.1 จำแนกไอซีดิจิทัลเกี่ยวกับตำแหน่งขาใช้งานและชนิดของเกต.....	37
ใบกิจกรรมที่ 2.2 การจำแนกตระกูลของไอซีดิจิทัล.....	39
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 2.....	41
บทเรียนที่ 3 รหัสดิจิทัล.....	43
3.1 ระบบตัวเลขฐานสิบที่ใช้ในชีวิตประจำวัน.....	44
3.2 รหัส BCD 8421 Code.....	45
3.3 รหัสเลขฐานแปดและรหัสเลขฐานสิบหก.....	46
3.4 รหัสเกิน 3.....	46
3.5 รหัสเกรย์.....	47
3.6 พาริตีบิต.....	50
3.7 รหัสแอสกี.....	51
ใบกิจกรรมที่ 3.1 รหัสดิจิทัล.....	54
ใบกิจกรรมที่ 3.2 การแปลงเลขฐานสองเป็นรหัสเกรย์ และแปลงกลับ.....	57
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 3.....	59



บทเรียนที่ 4	ฟังก์ชันลอจิกและวงจรเกตพื้นฐาน.....	61
4.1	ลอจิกเกตพื้นฐาน.....	62
4.2	ตารางความจริง.....	64
4.3	ฟังก์ชันลอจิก.....	65
	ใบงานที่ 4.1 ทดสอบไอซีชนิดแอนด์เกต.....	74
	ใบงานที่ 4.2 ทดสอบไอซีชนิดออร์เกต.....	77
	ใบงานที่ 4.3 ทดสอบไอซีชนิดน็อตเกต.....	80
	ใบงานที่ 4.4 ทดสอบไอซีชนิดแนนด์เกต.....	83
	ใบงานที่ 4.5 ทดสอบไอซีชนิดนอร์เกต.....	87
	ใบงานที่ 4.6 ทดสอบไอซีชนิดเอกซ์คลูซีฟออร์เกต.....	90
	ใบงานที่ 4.7 ทดสอบไอซีชนิดเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต.....	93
	ใบงานที่ 4.8 ทดสอบการใช้แนนด์เกตหรือนอร์เกตเพียงอย่างเดียว.....	96
	แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 4.....	100
บทเรียนที่ 5	พีชคณิตบูลีน.....	102
5.1	ทฤษฎีพีชคณิตบูลีน.....	103
5.2	ทฤษฎีของเดอมอร์แกน.....	106
5.3	การใช้พีชคณิตบูลีนลดรูปสมการ.....	107
	ใบงานที่ 5.1 ทดสอบทฤษฎีพีชคณิตบูลีน.....	110
	ใบงานที่ 5.2 ทดสอบการเขียนวงจรลอจิกจากสมการ.....	116
	แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 5.....	119
บทเรียนที่ 6	หลักการเขียนสมการของวงจรลอจิก.....	121
6.1	หลักการเขียนสมการลอจิก.....	122
6.2	การเขียนสมการลอจิก.....	124
6.3	การเขียนวงจรลอจิก.....	126
	ใบงานที่ 6.1 ทดสอบวงจรลอจิก.....	130
	แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 6.....	135
บทเรียนที่ 7	แผนผังคาร์โนห์.....	138
7.1	การลดรูปสมการด้วยแผนผังคาร์โนห์.....	139
7.2	การแทนฟังก์ชันบนแผนผังคาร์โนห์.....	142
7.3	การใช้แผนผังคาร์โนห์ลดรูปสมการวงจรลอจิก.....	143
7.4	เทอมไม่สน.....	150



ใบงานที่ 7.1 ทดสอบการลดรูปสมการวงจรถ่วงโดยใช้แผนผังคาร์โนห์.....	153
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 7.....	158
บทเรียนที่ 8 วงจรคอมไบเนชัน.....	163
8.1 วงจรคอมไบเนชันเบื้องต้น.....	164
8.2 การออกแบบวงจรถ่วงโดยใช้แนนด์เกตและนอร์เกต.....	166
8.3 ระดับของวงจร.....	170
8.4 วงจรบวกเลขฐานสอง.....	172
8.5 การขยายจำนวนอินพุตของลอจิกเกต.....	175
8.6 การประยุกต์ใช้งานของวงจรคอมไบเนชัน.....	176
8.7 วงจรเข้ารหัสและวงจรถอดรหัส.....	176
ใบงานที่ 8.1 ทดสอบวงจรเข้ารหัส.....	183
ใบงานที่ 8.2 ทดสอบวงจรถอดรหัส.....	186
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 8.....	189
บทเรียนที่ 9 วงจรฟลิปฟล็อปและวงจรรนับ.....	192
9.1 วงจรฟลิปฟล็อปและสัญญาณนาฬิกา.....	193
9.2 ประเภทของวงจรฟลิปฟล็อป.....	194
9.3 วงจรรนับ.....	200
ใบงานที่ 9.1 ทดสอบวงจรฟลิปฟล็อปและวงจรรนับเลขไบนารี.....	204
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 9.....	209
บทเรียนที่ 10 วงจรเลื่อนข้อมูลและการแสดงผลเบื้องต้น.....	212
10.1 วงจรเลื่อนข้อมูล.....	213
10.2 ชนิดของรีจิสเตอร์.....	213
10.3 ชิฟต์รีจิสเตอร์แบบอนุกรมเข้าและอนุกรมออก.....	214
10.4 การแสดงผลเบื้องต้น.....	218
ใบงานที่ 10.1 ทดสอบวงจรเลื่อนข้อมูลแบบอนุกรมเข้าและอนุกรมออก.....	222
ใบงานที่ 10.2 ทดสอบการแสดงผลด้วยเซเวนเซกเมนต์.....	224
แบบฝึกหัดบทเรียนที่ 10.....	228
คำศัพท์.....	230
บรรณานุกรม.....	236





หัวเรื่องหลัก

- 1.1 ระบบตัวเลขฐานสิบที่ใช้ในชีวิตประจำวัน
- 1.2 ระบบเลขฐาน
- 1.3 การแปลงระบบเลขฐาน
- 1.4 การบวกและการลบเลขฐานสอง
- 1.5 คอมพลิเมนต์
- 1.6 การคูณและการหารเลขฐานสอง

สแกนดู E-book

4 สี



ผลลัพธ์การเรียนรู้

อธิบายระบบเลขฐานที่เกี่ยวข้องกับการทำงานของคอมพิวเตอร์ แปลงเลขฐานต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง และสามารถบวก ลบ คูณ หารเลขฐานสอง รวมถึงใช้คอมพลิเมนต์ในการลบเลขฐานสอง โดยสามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้ในการเขียนรหัสข้อมูลดิจิทัลหรือวิเคราะห์ระบบเลขฐานในงานจริง



แนวคิดหลัก

ระบบเลขฐาน เช่น ฐานสิบ ฐานสอง ฐานแปด ฐานสิบหก เป็นพื้นฐานสำคัญของการทำงานในระบบดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ การเข้าใจการแปลงเลขฐานและการคำนวณด้วยเลขฐานสองช่วยให้สามารถเข้าใจกลไกการประมวลผลของอุปกรณ์ดิจิทัลและสามารถวิเคราะห์ข้อมูลดิจิทัลได้อย่างมีประสิทธิภาพ



สมรรถนะการเรียนรู้

1. แสดงความรู้แปลงเลขฐานสิบ ฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหก ได้อย่างถูกต้อง
2. แสดงความรู้บวก ลบ คูณ และหารเลขฐานสองได้อย่างถูกต้อง
3. แสดงความรู้ลบเลขฐานสองด้วยวิธีใช้วัณคอมพลิเมนต์ และทุคอมพลิเมนต์ได้อย่างแม่นยำ
4. ประยุกต์ความรู้เรื่องเลขฐานในระบบดิจิทัลและการเขียนรหัสข้อมูล



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายระบบเลขฐานสิบ ฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหกได้
2. มีทักษะการแปลงเลขจากระบบเลขฐานหนึ่งไปเป็นอีกระบบหนึ่งได้อย่างถูกต้อง
3. บวก ลบ คูณ และหารเลขฐานสองได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ
4. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องเลขฐานในการวิเคราะห์และเขียนรหัสข้อมูลในระบบดิจิทัล
5. ปฏิบัติงานด้วยความรอบคอบ รับผิดชอบ และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ



เนื้อหาสาระ

ระบบตัวเลขเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงจำนวนต่าง ๆ ซึ่งระบบตัวเลขแต่ละระบบมีจำนวนตัวเลขที่ใช้เหมือนกับชื่อระบบตัวเลขนั้น เช่น ระบบเลขฐานสิบ ระบบเลขฐานสอง ระบบเลขฐานแปด ระบบเลขฐานสิบหก เป็นต้น

ระบบตัวเลขที่รู้จักเป็นอย่างดีคือ ระบบเลขฐานสิบที่มนุษย์ใช้ติดต่อสื่อสารกัน ส่วนระบบเลขฐานในคอมพิวเตอร์จะช่วยให้ในเรื่องการจัดการระบบดิจิทัลให้ทำงานสอดคล้องตรงกันได้แก่ ระบบเลขฐานสอง ระบบเลขฐานแปดและระบบเลขฐานสิบหก

1.1 ระบบตัวเลขฐานสิบที่ใช้ในชีวิตประจำวัน

ระบบตัวเลขที่รู้จักและคุ้นเคยกันทั่วไป คือ เลขฐานสิบ (Decimal Number) ซึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 10 ตัว คือ เลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 เมื่อนำสมาชิกรวมต่อเรียงกันจะได้ค่าตัวเลขที่มากขึ้น เช่น

$$456 = (4 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (6 \times 10^0)$$

นั่นคือ ค่าตัวเลขในระบบเลขฐานใด ๆ ก็ตาม จะใช้สูตรต่อไปนี้

$$N = d_n R^n + \dots d_3 R^3 + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0 + d_{-1} R^{-1} + \dots d_{-m} R^{-m}$$

เมื่อ N = เป็นจำนวนตัวเลข

d_n และ d_{-m} เป็นตัวเลขในตำแหน่งที่ n และ $-m$ ตามลำดับ

R เป็นฐานของระบบตัวเลข

ด้วยกำลังหรือตัวห้อย เช่น R^n, R^3, R^2 ฯลฯ เป็นตัวบอกตำแหน่งค่า

1.2 ระบบเลขฐาน

ระบบเลขฐาน (Numerical Systems) ที่มีความเกี่ยวข้องกับคอมพิวเตอร์ คือ ช่วยในเรื่องการจัดการระบบดิจิทัลหรือระบบอิเล็กทรอนิกส์ในคอมพิวเตอร์ หรือแทนรหัสข้อมูลในระบบ BCD, EBCDIC, ASCII โดยส่วนใหญ่ระบบเลขฐานที่ใช้ในคอมพิวเตอร์เป็นระบบเลขฐานสอง ระบบเลขฐานแปด และระบบเลขฐานสิบหก โดยจำเป็นต้องนำระบบเลขฐานดังกล่าวมาคำนวณผลลัพธ์ด้วยตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการแปลงระบบเลขฐานต่าง ๆ เพื่อให้มนุษย์เกิดความเข้าใจระบบการทำงานของคอมพิวเตอร์ ซึ่งการประมวลผลข้อมูลด้วยคอมพิวเตอร์นั้น ข้อมูลต่าง ๆ จะถูกนำเข้าเป็นลำดับของบิต (Bit) หรือเลขฐานสองก่อน เช่น 110100110110, 110101100110, 110110110110 เป็นต้น

1.2.1 ระบบเลขฐานสอง (Binary Numerical System)

ระบบเลขฐานสองประกอบด้วยตัวเลข 2 ตัว คือ 0 และ 1 เท่านั้น เป็นระบบที่มีค่าตำแหน่งหรือนำหนักเขียนอยู่ในรูปการยกกำลังของเลขฐานสอง ซึ่งตัวเลข (Digit) ที่ตำแหน่งต่าง ๆ เรียกว่า **บิต (Bit)** โดยที่บิตทางซ้ายมือจะมีน้ำหนักบิตมากที่สุด เรียกว่า **บิตที่มีนัยสำคัญมากที่สุด (Most Significant**

Bit ; MSB) ส่วนบิตที่อยู่ด้านขวามือจะมีน้ำหนักบิตต่ำหรือน้อยที่สุด เรียกว่า **บิตที่มีนัยสำคัญน้อยที่สุด (Least Significant Bit ; LSB)** เช่น

10 มีค่าเท่ากับ 2 บิต หลักแต่ละหลักในระบบเลขฐานสอง โดยมีบิตที่มีนัยสำคัญสูงสุด คือ บิตที่อยู่ซ้ายมือสุด เป็นบิตที่มีค่าประจำหลักมากที่สุด คือ “1” และบิตที่มีนัยสำคัญต่ำสุด คือ บิตที่อยู่ขวามือสุด เป็นบิตที่มีค่าประจำหลักน้อยที่สุด บิตที่มีนัยสำคัญสูงสุด คือ “0”

01010 มีค่าเท่ากับ 5 บิต หลักแต่ละหลักในระบบเลขฐานสอง โดยมีบิตที่มีนัยสำคัญต่ำสุด คือ บิตที่อยู่ขวามือสุด เป็นบิตที่มีค่าประจำหลักน้อยที่สุด บิตที่มีนัยสำคัญสูงสุด คือ “0” และบิตที่มีนัยสำคัญสูงสุด คือ บิตที่อยู่ซ้ายมือสุด เป็นบิตที่มีค่าประจำหลักมากที่สุด คือ “0”

1.2.2 ระบบเลขฐานแปด (Octal Numerical System)

ระบบเลขฐานแปดประกอบด้วยตัวเลข 8 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 เมื่อนำมาเขียนเรียงต่อกันจะใช้วงเล็บกำกับไว้ เพื่อแสดงให้เห็นทราบว่าเป็นตัวเลขฐานแปด เช่น $(3702)_8$ $(61355)_8$ เป็นต้น

1.2.3 ระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal Numerical System)

ระบบเลขฐานสิบหกประกอบด้วยตัวเลข 16 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E และ F โดยที่ตัวอักษร A, B, C, D, E และ F จะใช้แทน 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 ตามลำดับเพื่อป้องกันการสับสนและไม่ให้ซ้ำกับเลขฐานอื่น

1.3 การแปลงระบบเลขฐาน

การแปลงระบบเลขฐาน (Conversion of Numerical Systems) สามารถแปลงหรือเปลี่ยนเลขฐานใด ๆ ไปเป็นเลขฐานอื่น ๆ ได้ ประกอบด้วย

- การแปลงเลขฐานสอง เลขฐานแปด และเลขฐานสิบหกให้เป็นเลขฐานสิบ
- การแปลงเลขฐานสิบให้เป็นเลขฐานสอง เลขฐานแปด และเลขฐานสิบหก
- การแปลงเลขฐานสองให้เป็นเลขฐานแปด และเลขฐานสิบหก
- การแปลงเลขฐานแปด และเลขฐานสิบหกให้เป็นเลขฐานสอง
- การแปลงเลขฐานแปดกับเลขฐานสิบหก

1.3.1 การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ

การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ จะใช้หลักเกณฑ์ดังนี้

1. เมื่อเป็นจำนวนเต็ม ใช้สูตร

$$N = 2^n d_n + \dots + 2^2 d_2 + 2^1 d_1 + 2^0 d_0$$

โดย d_2, d_1 และ d_0 เป็นเลขฐานสอง ตามจำนวนบิต (n บิต)

2. เมื่อเป็นเลขทศนิยม ใช้สูตร

$$N = 2^n d_n + \dots + 2^2 d_2 + 2^1 d_1 + 2^0 d_0 + 2^{-1} d_{-1} + 2^{-2} d_{-2}$$

โดยที่ d_{-1}, d_{-2} คือ เลขฐานสองที่อยู่หลังจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1.1 ให้แปลงเลขฐานสองค่า $(1010)_2$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (1010)_2 &= (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 8 + 0 + 2 + 0 \\ &= (10)_{10}\end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.2 ให้แปลงเลขฐานสองค่า $(0.1011)_2$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (0.1011)_2 &= (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3}) + (1 \times 2^{-4}) = \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{0}{4}\right) + \left(\frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{16}\right) \\ &= 0.5 + 0 + 0.125 + 0.0625 = (0.6875)_{10}\end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.3 ให้แปลงเลขฐานสองค่า $(10110.1100)_2$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (10110.1100)_2 &= (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1}) \\ &\quad + (1 \times 2^{-2}) + (0 \times 2^{-3}) + (0 \times 2^{-4}) \\ &= 16 + 0 + 4 + 2 + 0 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) + 0 + 0 = 22 + 0.5 + 0.25 \\ &= (22.75)_{10}\end{aligned}$$

ตอบ

วิธีการเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบที่กล่าวมาข้างต้น จะต้องทำตามขั้นตอน สำหรับการทำให้วิธีลัดที่ได้คำตอบรวดเร็ว มีดังนี้

1. เขียนเลขฐานสองแต่ละตำแหน่งให้ห่างกันเล็กน้อย
2. เขียนน้ำหนักเลขฐานสองแต่ละตำแหน่ง แสดงดังตารางที่ 1.1
3. รวม (บวก) น้ำหนักทุกตำแหน่งเข้าด้วยกัน โดยตัดน้ำหนักของเลขฐานสองที่ยกกำลังเป็นเลข "0" ทิ้งไป

ตารางที่ 1.1 แสดงน้ำหนักของแต่ละตำแหน่งของเลขฐานสอง

เลขยกกำลัง	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
ผลลัพธ์หรือน้ำหนัก	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125	0.0625

ตัวอย่างที่ 1.4 ให้แปลงเลขฐานสองค่า $(1011)_2$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{array}{rcccccccc} \text{วิธีทำ} & \text{เขียนเลขฐานสองให้ห่างกัน} & & = & 1 & & 0 & & 1 & & 1 \\ & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & \text{แทนด้วยน้ำหนักแต่ละตำแหน่ง} & & = & 8 & + & 4 & + & 2 & + & 1 \\ & \text{หรือตัดตำแหน่งที่มี 0 ทิ้งไปได้} & & = & 8 & + & 2 & + & 1 & & \\ (1011)_2 & & & = & (11)_{10} \end{array}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.5 ให้แปลงเลขฐานสองค่า $(1110.101)_2$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{array}{rcccccccc} \text{วิธีทำ} & \text{เขียนเลขฐานสองให้ห่างกัน} & & = & 1 & 1 & 1 & . & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \text{แทนด้วยน้ำหนักแต่ละตำแหน่ง} & & = & 8 & + & 4 & + & 2 & + & 0 & + & 0.5 & + & 0 & + & 0.125 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ตำแหน่งที่มี 0 ตัดทิ้ง} &= 8 + 4 + 2 + 0.5 + 0.125 \\
 (1110.101)_2 &= (14.625)_{10}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตารางที่ 1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานสิบ

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
10	1 0 1 0
11	1 0 1 1
12	1 1 0 0
13	1 1 0 1
14	1 1 1 0
15	1 1 1 1

1.3.2 การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบ

การแปลงเลขฐานแปดให้เป็นเลขฐานสิบ (Octal and Decimal System Convention)

จะมีวิธีการคล้ายกับการแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ แตกต่างกันตรงที่การนำแปดไปคูณเข้ากับระบบ (ในขณะที่เลขฐานสองจะนำสองไปคูณ)

ตัวอย่างที่ 1.6 ให้แปลงเลขฐานแปดค่า $(35)_8$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } (35)_8 &= (3 \times 8^1) + (5 \times 8^0) &= 24 + 5 \\
 &= (29)_{10}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.7 ให้แปลงเลขฐานแปดค่า $(0.35)_8$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (0.35)_8 &= (3 \times 8^{-1}) + (5 \times 8^{-2}) &= \left(\frac{3}{8}\right) + \left(\frac{5}{64}\right) \\ &= 0.375 + 0.078125 &= (0.453125)_{10}\end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.8 ให้แปลงเลขฐานแปดค่า $(730.66)_8$ เป็นเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (730.66)_8 &= (7 \times 8^2) + (3 \times 8^1) + (0 \times 8^0) + (6 \times 8^{-1}) + (6 \times 8^{-2}) \\ &= 448 + 24 + 0 + 0.75 + 0.09375 &= (472.84375)_{10}\end{aligned}$$

ตอบ

ตารางที่ 1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสอง เลขฐานแปด และเลขฐานสิบ

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด
0	0 0 0	0
1	0 0 1	1
2	0 1 0	2
3	0 1 1	3
4	1 0 0	4
5	1 0 1	5
6	1 1 0	6
7	1 1 1	7

1.3.3 การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบ

การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบ (Hexadecimal and Decimal System Convention)

จะคล้ายกับการแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ และคล้ายกับการแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบ จะแตกต่างกันตรงที่การนำสิบหกไปคูณ

ตารางที่ 1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสอง เลขฐานสิบ และเลขฐานสิบหก

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานสิบหก
0	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	1
2	0 0 1 0	2
3	0 0 1 1	3
4	0 1 0 0	4

ตารางที่ 1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสอง เลขฐานสิบ และเลขฐานสิบหก (ต่อ)

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานสิบหก
5	0 1 0 1	5
6	0 1 1 0	6
7	0 1 1 1	7
8	1 0 0 0	8
9	1 0 0 1	9
10	1 0 1 0	A
11	1 0 1 1	B
12	1 1 0 0	C
13	1 1 0 1	D
14	1 1 1 0	E
15	1 1 1 1	F

ตัวอย่างที่ 1.9 ให้แปลงเลขฐานสิบหกค่า $(4B)_{16}$ เป็นเลขฐานสิบวิธีทำ $(4B)_{16} = (4 \times 16^1) + (B \times 16^0) ;$

เมื่อ $(B \times 16^0)$ อ้างอิงจากตารางที่ 1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสอง เลขฐานสิบและเลขฐานสิบหก โดยเขียนแทนเป็นเลขฐานสิบได้ คือ $B = 11$ และ $16^0 = 1$ ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 (4B)_{16} &= (4 \times 16^1) + (11 \times 1) &= 64 + 11 \\
 &= (75)_{10}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.10 ให้แปลงเลขฐานสิบหกค่า $(0.DE)_{16}$ เป็นเลขฐานสิบวิธีทำ $(0.DE)_{16} = (13 \times 16^{-1}) + (14 \times 16^{-2}) ;$

เมื่อ D ในเลขฐานสิบหก คือ 13 ในเลขฐานสิบ และ E ในเลขฐานสิบหก คือ 14 ในเลขฐานสิบ โดยอ้างอิงจากตารางที่ 1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสอง เลขฐานสิบและเลขฐานสิบหก ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 (0.DE)_{16} &= (13 \times 16^{-1}) + (14 \times 16^{-2}) &= \left(\frac{13}{16}\right) + \left(\frac{14}{256}\right) \\
 &= 0.8125 + 0.0546875 &= (0.8671875)_{10}
 \end{aligned}$$

ตอบ

1.3.4 การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง

การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง (Convert Decimal to Binary) จะต้องพิจารณาเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม และส่วนที่เป็นทศนิยม

1. ส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม (Integer Part) จะใช้เลข 2 ทหารเลขฐานสิบ โดยการหารหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งหารต่อไปไม่ได้ เศษที่เหลือจากการหารแต่ละครั้ง ก็คือ คำตอบของสมการ (จะมีเฉพาะ 1 กับ 0) มีข้อกำหนด คือ

- เศษที่เหลือจากการหารครั้งสุดท้ายจะมีนัยสำคัญมากที่สุด (ตัวเลขจะอยู่ทางซ้ายสุด)
- เศษที่เหลือจากการหารครั้งแรกจะมีนัยสำคัญน้อยที่สุด (ตัวเลขจะอยู่ทางขวาสุด)

2. ส่วนที่เป็นทศนิยม (Decimal Part) จะใช้เลข 2 คูณเลขฐานสิบ โดยการคูณหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งคูณต่อไปไม่ได้ (หรือเท่ากับจำนวนทศนิยมที่ต้องการ) ผลลัพธ์จากการคูณจะนำส่วนที่เป็นเลขจำนวนเต็มมาเป็นคำตอบ

- ในกรณีที่นำเลข 2 คูณ เข้าไปหลายครั้งแต่ยังไม่สามารถเป็นจำนวนเต็มได้หมด ก็จะได้ค่าในเลขฐานสองเป็นเศษส่วนไม่รู้จบ ซึ่งเป็นค่าโดยประมาณ (Approximate)
- ตัวเลขที่ได้จากการคูณครั้งแรก (ทางซ้ายสุด) จะมีนัยสำคัญมากที่สุด

ตัวอย่างที่ 1.11 ให้แปลงเลขฐานสิบค่า $(35)_{10}$ เป็นเลขฐานสอง
วิธีทำ เนื่องจาก 35 เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น จึงใช้วิธีการตั้งหาร

2	35		
2	17	เศษ 1	
2	8	เศษ 1	
2	4	เศษ 0	
2	2	เศษ 0	
2	1	เศษ 0	
	0	เศษ 1	

↑

(เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด)

(เลขนัยสำคัญมากที่สุด)

นั่นคือ $(35)_{10} = (100011)_2$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.12 ให้แปลงเลขฐานสิบค่า $(0.6875)_{10}$ เป็นเลขฐานสอง
วิธีทำ

$\begin{array}{r} 0.6875 \\ \times 2 \\ \hline 1.3750 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.3750 \\ \times 2 \\ \hline 0.7500 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.7500 \\ \times 2 \\ \hline 1.5000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.5000 \\ \times 2 \\ \hline 1.0000 \end{array}$
↓	↓	↓	↓
1	0	1	1

(เลขนัยสำคัญมากที่สุด)

(เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด)

นั่นคือ $(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$

ตอบ

1.3.5 การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานแปด

การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานแปด (Decimal and Octal System Conversion) จะคล้ายกับการแปลงเลขฐานสิบเป็นฐานสองจะแตกต่างกันตรงที่การนำแปดไปหาร หรือนำแปดไปคูณเข้ากับเลขฐานสิบในส่วนที่เป็นจำนวนเต็มและทศนิยมตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1.13 ให้แปลงเลขฐานสิบค่า $(48.1875)_{10}$ เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ จำนวนเต็ม คือ 48 ทศนิยม คือ 0.1875

8 48		
8 6	เศษ 0	↑ (เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด) (เลขนัยสำคัญมากที่สุด)
0	เศษ 6	

0.1875	×	0.50000	×	0.0000	×
8		8		8	
1.5000	↗	4.0000	↗	0.0000	
↓		↓		↓	
1		4		0	
(เลขนัยสำคัญมากที่สุด)		(เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด)			

นั่นคือ $(48.1875)_{10} = (60.140)_2$ หรือ $= (60.14)_2$

ตอบ

1.3.6 การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสิบหก

การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสิบหก (Decimal and Hexadecimal System Conversion)

จะคล้ายกับการแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง และฐานแปด จะแตกต่างกันตรงที่การนำสิบหกไปหาร หรือไปคูณเข้ากับระบบ

ตัวอย่างที่ 1.14 ให้แปลงเลขฐานสิบค่า 867.64 เป็นเลขฐานสิบหก

วิธีทำ จำนวนเต็ม คือ 867 ทศนิยม คือ 0.64

16 867		
16 54	เศษ 3	(เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด)
16 3	เศษ 6	
0	เศษ 3	(เลขนัยสำคัญมากที่สุด)

$$\begin{array}{r}
 0.64 \\
 \times 16 \\
 \hline
 10.24
 \end{array}
 \nearrow
 \begin{array}{r}
 0.24 \\
 \times 16 \\
 \hline
 3.84
 \end{array}
 \nearrow
 \begin{array}{r}
 0.84 \\
 \times 16 \\
 \hline
 13.44
 \end{array}
 \nearrow
 \begin{array}{r}
 0.44 \\
 \times 16 \\
 \hline
 7.04
 \end{array}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 A 3 D 7

(เลขนัยสำคัญมากที่สุด)

(เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด)

$$\text{นั่นคือ } (867.64)_{10} = (363.A3D7)_{16}$$

ตอบ

1.3.7 การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด

การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด (Binary and Octal Systems Conversion) ทำได้โดย

การแบ่งเลขฐานสองออกเป็นชุด หนึ่งชุดจะมีเลขฐานสองจำนวน 3 บิต เพื่อใช้แทนเลขฐานแปด 1 ตัว

- จำนวนเต็ม ให้นำเลขฐานสองจากขวาไปซ้าย ถ้าทางซ้ายมือไม่ครบ 3 บิต ให้เติมเลข 0 จนครบ 3 บิต

- ทศนิยม ให้นำเลขฐานสองจากซ้ายไปขวา ถ้าทางขวามือไม่ครบ 3 บิต ให้เติมเลข 0 จนครบ 3 บิต

ตัวอย่างที่ 1.15 ให้แปลงเลขฐานสองค่า 11101010100.01011001 เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ แบ่งตัวเลขออกเป็นชุด ๆ ละ 3 บิต

$$\begin{array}{ccccccc}
 011 & 101 & 010 & 100 & . & 010 & 110 & 010 \\
 3 & 5 & 2 & 4 & . & 2 & 6 & 2
 \end{array}$$

$$\text{นั่นคือ } (11101010100.01011001)_2 = (3524.262)_8$$

ตอบ

1.3.8 การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหก

การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหก (Binary and Hexadecimal System Conversion)

ทำได้โดยการแบ่งเลขฐานสองออกเป็นชุด หนึ่งชุดประกอบด้วยเลขฐานสอง จำนวน 4 บิต เพื่อให้แทนเลขฐานสิบหก 1 ตัว สำหรับการเติมเลข 0 จะใช้หลักเกณฑ์เดียวกับการแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด

ตัวอย่างที่ 1.16 ให้แปลงเลขฐานสองค่า $(1010110010011.0111100001011100)_2$ เป็นเลขฐานสิบหก (อ้างอิงตารางที่ 1.4)

วิธีทำ แบ่งตัวเลขออกเป็นชุด ๆ ละ 4 บิต

$$\begin{array}{ccccccc}
 0001 & 0101 & 1001 & 0011 & . & 0111 & 1000 & 0101 & 1100 \\
 1 & 5 & 9 & 3 & . & 7 & 8 & 5 & c
 \end{array}$$

$$\text{นั่นคือ } (1010110010011.0111100001011100)_2 = (1593.785C)_{16}$$

ตอบ

1.3.9 การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสอง

การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสอง (Octal and Binary System Conversion) ทำได้

โดยการเขียนแทนเลขฐานแปดแต่ละหลักด้วยเลขฐานสองจำนวน 3 บิต

ตัวอย่างที่ 1.17 ให้แปลงเลขฐานแปดค่า $(7654.321)_8$ เป็นเลขฐานสอง (อ้างอิงตารางที่ 1.3)

วิธีทำ แยกเลขฐานแปดให้ห่างกัน จากนั้นเขียนแทนด้วยเลขฐานสองให้ครบ 3 บิต

7	6	5	4	.	3	2	1
111	110	101	100	.	011	010	001

$$\text{นั่นคือ } (7654.321)_8 = (111110101100.011010001)_2$$

ตอบ

1.3.10 การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสอง

การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสอง (Hexadecimal and Binary System Conversion) ทำได้โดยการเขียนแทนเลขฐานสิบหกแต่ละหลักด้วยเลขฐานสอง จำนวน 4 บิต

ตัวอย่างที่ 1.18 ให้แปลงเลขฐานสิบหกค่า $C74F.1A5$ (อ้างอิงตารางที่ 1.4)

C	7	4	F	.	1	A	5
1100	0111	0100	1111	.	0001	1010	0101

$$\text{นั่นคือ } (C74F.1A5)_{16} = (1100011101001111.000110100101)_2$$

ตอบ

1.3.11 การแปลงเลขฐานแปดกับเลขฐานสิบหก

1. การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก (Conversion Octal to Hexadecimal) ทำได้

โดยแปลงเลขฐานแปดให้เป็นเลขฐานสอง จากนั้นจึงแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหกอีกครั้ง ก็จะได้ผลลัพธ์ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 1.19 ให้แปลงเลขฐานแปดค่า $(1234.567)_8$ เป็นเลขฐานสิบหก (อ้างอิงตารางที่ 1.3 และ ตารางที่ 1.4 เปรียบเทียบกัน)

วิธีทำ 1. แปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสอง

1	2	3	4	.	5	6	7
001	010	011	100	.	101	110	111

2. แปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหก โดยแยกออกเป็นชุดละ 4 บิต

0010	1001	1100	.	1011	1011	1000
2	9	C	.	B	B	8

$$\text{นั่นคือ } (1234.567)_8 = (29C.BB8)_{16}$$

ตอบ

2. การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานแปด (Convert Hexadecimal to Octal) ทำได้โดยแปลงเลขฐานสิบหกให้เป็นเลขฐานสอง จากนั้นจึงแปลงเลขฐานสอง เป็นเลขฐานแปดอีกครั้ง ก็จะได้ผลลัพธ์ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 1.20 ให้แปลงเลขฐานสิบหกค่า $(A92.0F)_{16}$ เป็นเลขฐานแปด (อ้างอิงตารางที่ 1.3 และตารางที่ 1.4 เปรียบเทียบกัน)

วิธีทำ 1. แปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสอง

$$\begin{array}{ccccccc} A & 9 & 2 & . & 0 & F & \\ 1010 & 1001 & 0010 & . & 0000 & 1111 & \end{array}$$

2. แปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด โดยแยกออกเป็นชุดละ 3 บิต

$$\begin{array}{ccccccc} 101 & 010 & 010 & 010 & . & 000 & 011 & 110 \\ 5 & 2 & 2 & 2 & . & 0 & 3 & 6 \end{array}$$

$$\text{นั่นคือ } (A92.0F)_{16} = (5222.036)_8$$

ตอบ

1.4 การบวกและการลบเลขฐานสอง

การบวกและการลบเลขฐานสอง (Binary Addition and Subtraction) มีความสำคัญต่อการคำนวณทางดิจิทัลคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีตัวเลขเพียงสองตัว คือ 0 กับ 1

1.4.1 การบวกเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง (Binary Addition) จะใช้หลักเกณฑ์ดังนี้

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ ทดไปยังหลักต่อไป คือ } 1$$

(เนื่องจาก $1 + 1 = 2$ ซึ่งเกินค่าของเลขฐานสอง ต้องนำ 2 ไปลบออกจากผลลัพธ์ คือ $2 - 2 = 0$ จึงใส่ 0 แล้วทดในหลักถัดไปอีก 1)

ตัวอย่างที่ 1.21 จงบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

$$1. (1001)_2 + (1101)_2$$

$$2. (10110)_2 + (10111)_2$$

วิธีทำ 1.

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + \\ 1101 \\ \hline (10110)_2 \end{array}$$

ตอบ

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \quad \quad 10110 \\
 \quad \quad \quad \quad + \\
 \quad \quad \quad 10111 \\
 \hline
 (101101)_2
 \end{array}$$

ตอบ

1.4.2 การลบเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง (Binary Subtraction) จะใช้หลักเกณฑ์ดังนี้

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ ยืมจากบิตที่มีน้ำหนักมากกว่ามา 1}$$

เนื่องจากตัวตั้งน้อยกว่าตัวลบ จึงต้องยืมจากหลักหน้ามา 1 แต่จะมีค่าเท่ากับ 2 (เนื่องจากเป็นเลขฐานสอง) แล้วหักออกจากตัวลบจะได้ผลลัพธ์เป็น 1

ตัวอย่างที่ 1.22 จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$1. (10110)_2 - (1101)_2$$

$$2. (101101)_2 - (10110)_2$$

วิธีทำ 1.

$$\begin{array}{r}
 10110 \\
 - 1101 \\
 \hline
 (1001)_2
 \end{array}$$

ตอบ

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \quad 101101 \\
 \quad \quad \quad - 10110 \\
 \hline
 (10111)_2
 \end{array}$$

ตอบ

1.5 คอมพลิเมนต์

การลบเลขฐานสองโดยตรงนั้น ในทางปฏิบัติเป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากและซับซ้อน ดังนั้น จึงใช้วิธีการบวก โดยใช้หลักการที่ว่า การลบก็คือการบวกด้วยเลขที่เป็นลบ ดังนั้น การลบโดยวิธีนี้ทำได้โดยการหาค่าลบของตัวลบ แล้วนำมาบวกกับตัวตั้ง ซึ่งเรียกวิธีการหาค่าลบของตัวลบนี้นว่า **การทำคอมพลิเมนต์ (Complement)**

การคอมพลิเมนต์ (Complement) เลขฐานสอง มี 2 รูปแบบ คือ

1. **1'S Complement (วัน คอมพลิเมนต์)** รูปแบบของวัน คอมพลิเมนต์ของเลขฐานสอง คือ การกลับสถานะของตัวเลขฐานสองให้เป็นตรงข้าม นั่นคือ ถ้าเดิมเป็น 1 จะเปลี่ยนเป็น 0 หรือเปลี่ยนจาก 0 เป็น 1

2. 2'S Complement (ทู คอมพลีเมนต์) รูปแบบของทู คอมพลีเมนต์ของเลขฐานสอง คือ ผลบวก

ของวัน คอมพลีเมนต์ กับเลข “1” และใช้หลักการบวกเลขฐานสองมาประกอบการหาค่า ทู คอมพลีเมนต์

ตัวอย่างที่ 1.23 ให้หาค่าวัน คอมพลีเมนต์ และทู คอมพลีเมนต์ ของเลขฐานสอง ต่อไปนี้

$$1. (1010101)_2$$

$$2. (100100)_2$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 1. \text{ เลขฐานสอง} &= (1010101)_2 \\ 1'S \text{ Complement} &= (0101010)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2'S \text{ Complement} &= (0101010)_2 \\ &\quad \underline{1} \\ &= \underline{\underline{(0101011)_2}} \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned} 2. \text{ เลขฐานสอง} &= (100100)_2 \\ 1'S \text{ Complement} &= (011011)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2'S \text{ Complement} &= (011011)_2 \\ &\quad \underline{1} \\ &= \underline{\underline{(011100)_2}} \end{aligned}$$

ตอบ

การลบเลขฐานสองด้วยวิธีใช้วัน คอมพลีเมนต์ มีขั้นตอนดังนี้

1. หาค่าวัน คอมพลีเมนต์ ของตัวลบ (ก่อนหาค่าวัน คอมพลีเมนต์จะต้องทำจำนวนบิตของตัวลบให้เท่ากับจำนวนบิตของตัวตั้ง โดยการเติม 0 จนครบจำนวนบิต)

2. นำค่าวัน คอมพลีเมนต์บวกเข้ากับตัวตั้ง

3. พิจารณาตัวทดตัวสุดท้าย จากผลการบวก ดังนี้

3.1 ถ้ามีตัวทดตัวสุดท้าย ให้นำตัวทอนั้นไปบวกเข้ากับหลักทางขวามือสุด ผลบวกที่ได้ คือ คำตอบของการลบกัน และมีค่าเป็นบวก (+)

3.2 ถ้าไม่มีตัวทดตัวสุดท้าย ให้นำผลบวกนั้นมาหาค่าวัน คอมพลีเมนต์อีกครั้ง ค่าที่ได้ คือ คำตอบของการลบกัน และมีค่าเป็นลบ (-)

ตัวอย่างที่ 1.24 ให้ลบเลขฐานสองโดยใช้วิธี วัน คอมพลีเมนต์ ดังต่อไปนี้

$$1. (10110)_2 - (1101)_2$$

$$2. (101101)_2 - (110100)_2$$

$$\text{วิธีทำ } 1. (10110)_2 - (1101)_2$$

เนื่องจากตัวลบ คือ 1101 มี 4 บิต แต่ตัวตั้งมี 5 บิต ดังนั้น จึงเพิ่มจำนวนบิตของตัวลบด้วยการเติมเลข 0 ด้านหน้า จะได้ 01101

$$\begin{array}{r}
 \text{วัน คอมพลิเมนต์ของ } 01101 = 10010 \\
 \text{นำมาบวกกับตัวตั้ง} \quad \quad \quad 10110 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 10010 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \textcircled{1}01000 \quad (\text{มีตัวทด}) \\
 \text{นำตัวทดมาบวก} \quad \quad \quad 01000 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 01001
 \end{array}$$

$$\text{นั่นคือ } (10110)_2 - (1101)_2 = (1001)_2$$

ตอบ

2. ตัวลบและตัวตั้งมีจำนวนบิตเท่ากัน

$$\begin{array}{r}
 \text{วัน คอมพลิเมนต์ ของ } 110100 = 001011 \\
 \text{นำมาบวกกับตัวตั้ง} \quad \quad \quad 101101 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 001011 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{111000} \quad (\text{ไม่มีตัวทด})
 \end{array}$$

นำผลบวกมาทำวัน คอมพลิเมนต์ จะได้

$$000111$$

$$\text{นั่นคือ } (101101)_2 - (110100)_2 = (-111)_2$$

ตอบ

1.5.2 การลบเลขฐานสองโดยใช้วิธีทวิ คอมพลิเมนต์

วิธีการของวัน คอมพลิเมนต์จะมีข้อยุ่งยากที่ต้องนำตัวทดที่เกิดขึ้นจากบิตสูงสุดมารวมเข้าไปด้วย เพื่อตัดปัญหานี้จึงใช้วิธีทวิ คอมพลิเมนต์ มีขั้นตอนดังนี้

1. ทำทวิ คอมพลิเมนต์ของตัวลบ
2. บวกตัวตั้งและตัวลบเข้าด้วยกัน
3. พิจารณาผลบวกดังนี้

3.1 ถ้ามีตัวทดตัวสุดท้ายให้ตัดทิ้งไป ส่วนที่เหลือคือคำตอบ และมีค่าเป็นบวก

3.2 ถ้าไม่มีตัวทดให้นำตัวเลขของผลบวกมาทำทวิ คอมพลิเมนต์อีกครั้ง ค่าที่ได้คือคำตอบ และ

มีค่าเป็นลบ

ตัวอย่างที่ 1.25 ให้ลบเลขฐานสองด้วยวิธีใช้ทูล คอมพลิเมนต์

$$1. (11010)_2 - (1101)_2$$

$$2. (101101)_2 - (110100)_2$$

วิธีทำ 1. เนื่องจากตัวลบ คือ 1101 มี 4 บิต แต่ตัวตั้งมี 5 บิต ดังนั้น จึงเพิ่มจำนวนบิตของตัวลบด้วยการเติมเลข 0 ด้านหน้า จะได้ 01101

ทำทูล คอมพลิเมนต์ของ 01101 โดยการนำวัน คอมพลิเมนต์ของ 01101 แล้วบวกกับ 1

$$= \begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ + \\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

นำตัวตั้งกับตัวลบมาบวกกัน

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ + \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \text{ตัดทิ้ง} \rightarrow \underline{\underline{1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1}} \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{ตัวตั้ง} \\ \leftarrow \text{ตัวลบ} \end{array}$$

ตัวทดด้านหน้าตัดทิ้งไป คำตอบคือ $(1101)_2$

ตอบ

$$2. (101101)_2 - (110100)_2$$

ตัวลบและตัวตั้งมีจำนวนบิตเท่ากัน

ทำทูล คอมพลิเมนต์ของ 110100 โดยการนำวันคอมพลิเมนต์ของ 110100 แล้วบวกกับ 1

$$= \begin{array}{r} 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ + \\ 1 \\ \hline \underline{\underline{0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0}} \end{array}$$

นำตัวตั้งกับตัวลบมาบวกกัน

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ + \\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ \hline \underline{\underline{1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1}} \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{ตัวตั้ง} \\ \leftarrow \text{ตัวลบ} \\ \text{(ไม่มีตัวทด)} \end{array}$$

นำผลบวกที่ไม่มีตัวทดมาทำทูล คอมพลิเมนต์อีกครั้ง ซึ่ง ทูล คอมพลิเมนต์ของ 111001 คือ

$$\begin{array}{r} 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ + \\ 1 \\ \hline \underline{\underline{0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1}} \end{array}$$

นั่นคือ $(101101)_2 - (110100)_2 = (-111)_2$

ตอบ