

คณิตศาสตร์

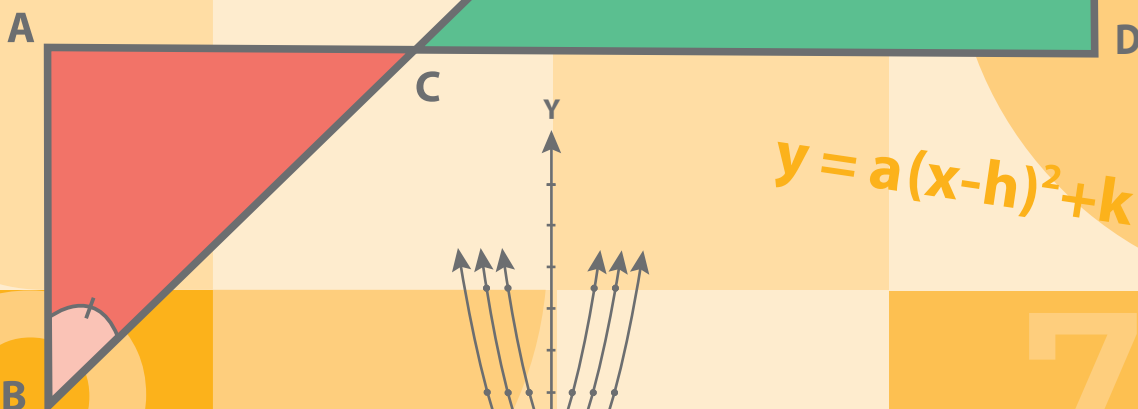
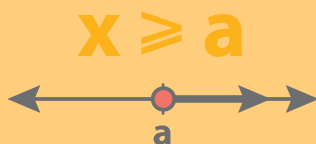
ม. 3

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

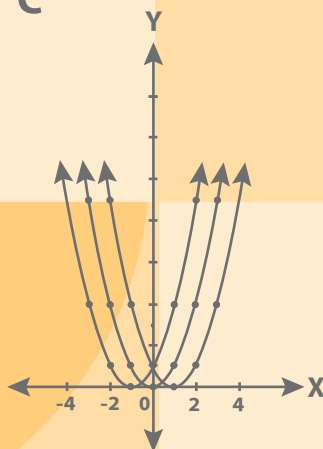
ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เล่ม 1



$$y = a(x-h)^2 + k$$



หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง

รศ. ดร.กฤษณะ โสสุมา

ผู้ตรวจ

ผศ. ดร.กัญย์ สุนัยชัน

ผศ.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ

พนิดา พิสิฐอมรชัย

บรรณาธิการ

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง รศ. ดร.กฤษณะ โสขุมมา
ผู้ตรวจ ผศ. ดร.กันย์ สุนัยชั้น
ผศ.พัชรีย์ หิรัญมาศสุวรรณ
พนิดา พิสิฐอมรชัย
บรรณาธิการ ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

กฤษณะ โสขุมมา.

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1.

--กรุงเทพฯ : แม็คเอดดูเคชั่น, 2568.

240 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--การศึกษาและการสอน (มัธยมศึกษา). I. ชื่อเรื่อง.

510.7

ISBN 978-616-345-323-5

พิมพ์ครั้งที่ 1

จำนวน : 8,000 เล่ม

สงวนลิขสิทธิ์ : ธันวาคม 2568

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามลอกเลียน ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

จัดทำโดย

 IMAC EDUCATION

ส่งชานิตีสงาย ไปรษณีย์ลาดพร้าว

ในนาม บริษัท แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด

9/99 อาคารแม็ค ซอยลาดพร้าว 38 ถนนลาดพร้าว

แขวงจันทระเกษม เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร. 0-2512-0661, 0-2938-2022-7 แฟกซ์ 0-2938-2028

www.MACeducation.com

พิมพ์ที่ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด ที.เอส.บี โปรดักส์

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1 ได้เรียบเรียงขึ้นตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กิจกรรม-การเรียนรู้ในหนังสือเรียนเล่มนี้เน้นการบูรณาการสาระการเรียนรู้กับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีทักษะที่จำเป็นสอดคล้องกับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 และมีคุณลักษณะที่พึงประสงค์ มีการฝึกทักษะตามสาระการเรียนรู้ มีการวัดผลประเมินผลด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังมีกิจกรรมส่งเสริมให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

หนังสือเรียนเล่มนี้ประกอบด้วย 6 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความคล้าย หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง และหน่วยการเรียนรู้ที่ 6 สถิติ แต่ละหน่วยการเรียนรู้ได้มีสาระการเรียนรู้ ระบุตัวชี้วัด มีภาพและคำถามที่นำเข้าสู่บทเรียน กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและท้าทายให้ผู้เรียนตรวจสอบความเข้าใจบทสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อเป็นการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผู้เรียบเรียงขอขอบคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้เลือกใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นสื่อการเรียนรู้ ผู้เรียบเรียงหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียน และผู้สนใจ โดยส่งผลต่อการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ ค่านิยม และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ตามเจตนารมณ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

รศ. ดร.กฤษณะ โสขมา

คำชี้แจง

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1 เล่มนี้ได้นำเสนอให้แต่ละหน่วยการเรียนรู้มีคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ฝึกฝนทักษะและความเชี่ยวชาญด้วยกิจกรรมตามธรรมชาติวิชาเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ที่คงทน มีการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเป็นระยะๆ โดยสอดแทรกกิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ซึ่งสัมพันธ์กับเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา ในท้ายหน่วยการเรียนรู้จะมีสรุปสำหรับทบทวนองค์ความรู้ทั้งหมด และประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ นอกจากนี้ยังเพิ่มเติมด้วยกิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์หรือดัดแปลงให้เหมาะสมกับบริบทของโรงเรียนและผู้เรียน ในส่วนของเนื้อหาและแบบทดสอบเพิ่มเติมที่ผ่านการคัดกรองมาแล้วว่าเหมาะสมกับการเรียนรู้จะมีสัญลักษณ์   ซึ่งสามารถใช้สมาร์ทโฟนสแกนคิวอาร์โค้ด (QR Code) ได้ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ มากยิ่งขึ้นและผู้สอนสามารถประเมินผู้เรียนได้



คำถามนำเข้าสู่บทเรียน

เป็นคำถามที่กระตุ้นความสนใจในสิ่งที่จะได้เรียนรู้ ฝึกผู้เรียนให้รู้จักแสดงความคิดเห็นและปรึกษาหารือร่วมกัน



แบบฝึกหัด

เป็นแบบฝึกที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่ผู้เรียนได้เรียนมาแล้ว พร้อมทั้งมีเกณฑ์การตรวจสอบด้วยตนเอง



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้

กิจกรรมเพื่อฝึกทักษะในการทำงานเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มของผู้เรียน เพื่อแก้ปัญหาตามหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อนั้นๆ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายและรวดเร็ว



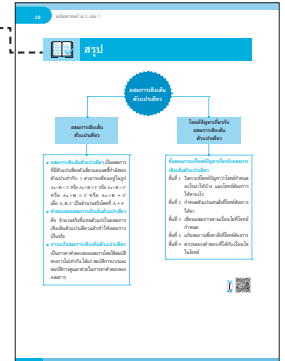
กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อต่อยอดในการทำกิจกรรมต่างๆ เพิ่มเติมจนเกิดชิ้นงาน



สรุป

เป็นการให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาโดยรวมของหน่วยการเรียนรู้นั้นๆ เพื่อทบทวนความรู้



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของหน่วยการเรียนรู้นั้นๆ ให้เป็นไปตามตัวชี้วัดของหลักสูตรฯ พร้อมทั้งมีเกณฑ์การตรวจสอบด้วยตนเอง



อภิธานศัพท์

ให้ผู้เรียนเข้าใจคำสำคัญ คำยาก และคำใหม่ที่จำเป็นต้องรู้



แนะนำตัวละคร

ตัวละครที่กล่าว
เกริ่นนำเข้าสู่
เนื้อหา



ตัวละครที่กล่าวถึง
ข้อควรระวังในเนื้อหา



ตัวละครที่สร้าง
กิจกรรมชวนคิด



ตัวละคร
ที่ใช้ถามคำถาม



ตัวละครที่ถามคำถาม
ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรมและ
วัฒนธรรม และกล่าวถึงข้อความ
ที่นำไปใช้ในชีวิตจริง



สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.3 ม.3/1)

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3
2. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 12
3. การนำความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 29
39

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง 40

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.3/1)

1. ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง 42
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม 57
3. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มโดยใช้ทฤษฎีบท
เศษเหลือ 64
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 75

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว 76

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.3 ม.3/2)

1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว 78
2. การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว 81
3. การนำความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 102
109

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความคล้าย 110

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/1)

1. รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน 112
2. รูปสามเหลี่ยมคล้าย 123
3. การนำความรู้เกี่ยวกับความคล้ายไปใช้ในการแก้ปัญหา
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 140
149

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

150

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 1.2 ม.3/2)

1. กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ 152
2. กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + c$ เมื่อ $a \neq 0$ 163
3. กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ 170
4. กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ 182
5. การนำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหา
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 188
195

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 สถิติ

196

(ตรงตามตัวชี้วัด ค 3.1 ม.3/1)

1. ข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล 198
2. แผนภาพกล่อง 206
3. การแปลความหมายผลลัพธ์ 211
4. การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง 221
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 228

บรรณานุกรม

230

อภิธานศัพท์

231

$$x+1>2$$

หน่วยการเรียนรู้ที่

1



อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

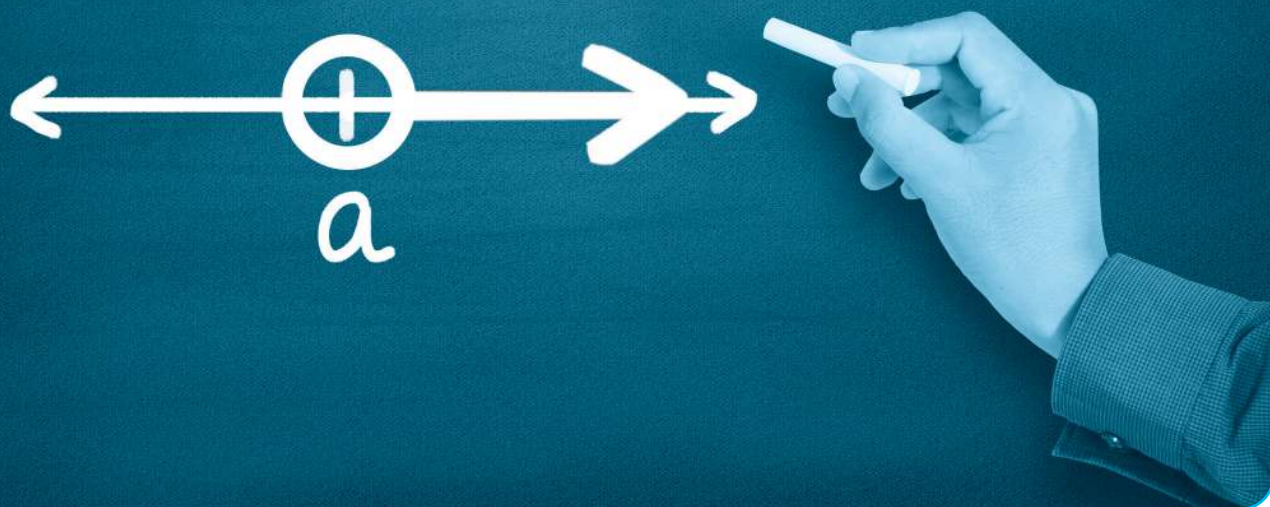
สาระการเรียนรู้

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. การนำความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากันเพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ค 1.3 ม.3/1)

$$x > a$$

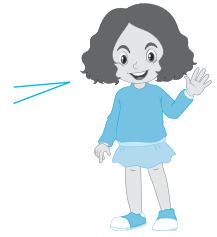


?

นักเรียนมีวิธีการ
แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างไร
และกราฟแสดงคำตอบของสมการ
มีลักษณะอย่างไร

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การศึกษาเรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะเกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ น้อยกว่า มากกว่า น้อยกว่าหรือเท่ากับ มากกว่าหรือเท่ากับ หรือไม่เท่ากับ และกราฟบนเส้นจำนวน



อสมการ (inequality) เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยใช้สัญลักษณ์ $<$ $>$ $\leq$ $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

- | | |
|--|--|
| $<$ แทนความสัมพันธ์น้อยกว่า | เช่น $4 < 5$ |
| $>$ แทนความสัมพันธ์มากกว่า | เช่น $9 > 6$ |
| $\leq$ แทนความสัมพันธ์น้อยกว่าหรือเท่ากับ | เช่น $x \leq 4$ หมายถึง $x < 4$ หรือ $x = 4$ |
| $\geq$ แทนความสัมพันธ์มากกว่าหรือเท่ากับ | เช่น $a \geq b$ หมายถึง $a > b$ หรือ $a = b$ |
| $\neq$ แทนความสัมพันธ์ไม่เท่ากับหรือไม่เท่ากัน | เช่น $y \neq 5$ หมายถึง $y > 5$ หรือ $y < 5$ |

พิจารณาการเขียนสัญลักษณ์แสดงข้อความต่อไปนี้

- | ข้อความ | สัญลักษณ์ |
|---|--------------------------|
| (1) 7 มากกว่า 3 | $7 > 3$ |
| (2) 2 น้อยกว่า 14 | $2 < 14$ |
| (3) $3x-13$ มากกว่า 11 | $3x-13 > 11$ |
| (4) $\frac{m}{5}+8$ น้อยกว่า 17 | $\frac{m}{5}+8 < 17$ |
| (5) $8x+3$ มากกว่าหรือเท่ากับ 19 | $8x+3 \geq 19$ |
| (6) $\frac{3}{4}m-6$ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 12 | $\frac{3}{4}m-6 \leq 12$ |
| (7) $5-3x$ ไม่เท่ากับ 22 | $5-3x \neq 22$ |

ประโยคสัญลักษณ์แสดงข้อความข้างต้นเป็นอสมการ ซึ่งจะเห็นได้ว่าอสมการอาจมีตัวแปร หรือไม่มีตัวแปรก็ได้

อสมการข้อ (1)–(2) เป็นอสมการที่ไม่มีตัวแปร

อสมการข้อ (3)–(7) เป็นอสมการที่มีตัวแปร

อสมการในลักษณะเช่นเดียวกับข้อ (3)–(7) เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (linear inequality with one variable) เป็นอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 1 สามารถเขียนอยู่ในรูป $Ax+B < C$ หรือ $Ax+B \leq C$ หรือ $Ax+B > C$ หรือ $Ax+B \geq C$ หรือ $Ax+B \neq C$ เมื่อ A, B, C เป็นจำนวนจริง โดยที่ $A \neq 0$

ตัวอย่างของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$(1) 2x+6 > 7$$

$$(2) \frac{x}{5} \leq 6$$

$$(3) 2.8a-3 \neq 12$$

$$(4) \frac{4}{5}m \geq 4m-5$$

เมื่อศึกษาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะสนใจว่าจำนวนใดที่ทำให้อสมการเป็นจริง เช่น

กำหนดอสมการ $x+2 < 7$

ถ้าแทน x ด้วย 4 จะได้ $4+2 < 7$

$$6 < 7 \quad \text{เป็นจริง และเป็นเพียงคำตอบหนึ่ง}$$

ถ้าแทน x ด้วย 4.2 จะได้ $4.2+2 < 7$

$$6.2 < 7 \quad \text{เป็นจริง และเป็นเพียงคำตอบหนึ่ง}$$

ถ้าแทน x ด้วย 4.5 จะได้ $4.5+2 < 7$

$$6.5 < 7 \quad \text{เป็นจริง และเป็นเพียงคำตอบหนึ่ง}$$

ถ้าแทน x ด้วย 4.9 จะได้ $4.9+2 < 7$

$$6.9 < 7 \quad \text{เป็นจริง และเป็นเพียงคำตอบหนึ่ง}$$

ถ้าแทน x ด้วย 5 จะได้ $5+2 < 7$

$$7 < 7 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

จะพบว่า เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใดๆ ที่น้อยกว่า 5 จะทำให้อสมการเป็นจริง

มีข้อความที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือข้อความอื่นๆ ที่สามารถอธิบายได้โดยใช้อสมการ ตัวอย่างต่อไปนี้แสดงข้อความที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของอสมการ

<

1. สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 8 น้อยกว่า 30
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $2x+8 < 30$ เมื่อ x แทนจำนวนนั้น
2. สองในสามของอายุของปลายน้อยกว่า 24 ปี
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $\frac{2}{3}y < 24$ เมื่อ y แทนอายุของปลาย

>

1. ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 13 มากกว่า 50
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $5n+13 > 50$ เมื่อ n แทนจำนวนนั้น
2. ครึ่งหนึ่งของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 10 มากกว่า 30
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $\frac{1}{2}(a-10) > 30$ เมื่อ a แทนจำนวนนั้น

≤

1. สายชอล์กซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง รับประทานไป 4 ผล ยังคงเหลือส้มไม่เกิน 15 ผล
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $x-4 \leq 15$ เมื่อ x แทนจำนวนส้มที่สายชอล์กซื้อ
2. หวานมีเงินมากกว่าเปรี๊ยะ 150 บาท แต่ทั้งสองคนมีเงินรวมกันไม่เกิน 450 บาท
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $m+(m-150) \leq 450$ เมื่อ m แทนจำนวนเงินของหวาน

≥

1. อีก 10 ปีข้างหน้า พ่อมีอายุไม่น้อยกว่า 60 ปี
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $k+10 \geq 60$ เมื่อ k แทนอายุปัจจุบันของพ่อ
2. สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 4 ไม่น้อยกว่า 10
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $2(t-4) \geq 10$ เมื่อ t แทนจำนวนนั้น

≠

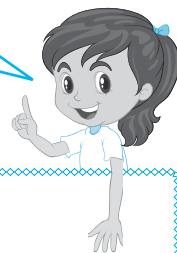
1. เศษหนึ่งส่วนสามของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 ไม่เท่ากับ 12
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $\frac{1}{3}(p+5) \neq 12$ เมื่อ p แทนจำนวนนั้น
2. ครึ่งหนึ่งของอายุของปรีชาลบด้วย 6 ไม่เท่ากับ 8 ปี
เขียนในรูปอสมการได้เป็น $\frac{q}{2}-6 \neq 8$ เมื่อ q แทนอายุของปรีชา



พิจารณาเรื่องราวต่อไปนี้

ผู้เขียนนวนิยายชื่อ Lewis Carroll (จากหนังสือ Mathematics Application and Connections. Course 3, 1999) ได้เขียนนวนิยายเรื่อง Alice in wonderland กล่าวว่า เขาจะประหลาดใจมากถ้าหนังสือนวนิยายจะขายได้มากกว่า 2,000 เล่ม แต่ก่อนที่เขาจะถึงแก่กรรมในปี ค.ศ. 1898 เขาต้องประหลาดใจเป็นอย่างมากที่หนังสือของเขาขายไปได้มากกว่า 180,000 เล่ม

1. ถ้าให้ a เป็นจำนวนหนังสือที่ผู้เขียนคาดว่าจะขายได้ แล้วจะเขียนข้อความเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร
2. ถ้าให้ b เป็นจำนวนหนังสือที่ขายได้ แล้วจะเขียนข้อความเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร



1. จำนวนหนังสือที่ผู้เขียนคาดว่าจะขายได้ ไม่มากกว่า 2,000 เล่ม

$$a \leq 2,000$$

ค่าของ a จะเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2,000

2. จำนวนหนังสือที่ขายได้ มากกว่า 180,000 เล่ม

$$b > 180,000$$

ค่าของ b จะเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 180,000

คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (solution of an inequality) คือ

จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีได้หลายค่า เช่น

(1) $x \leq 9$ เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 9 จะทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \leq 9$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 9

(2) $x > -2$ เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2 จะทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x > -2$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2

(3) $x \neq 0$ เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่ใช่ 0 จะทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \neq 0$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 0

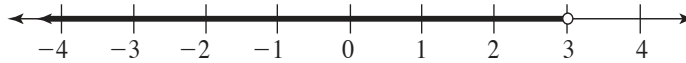
(4) $2x+1 > 2x-1$ เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนจะทำให้อสมการเป็นจริงเสมอ ดังนั้น คำตอบของอสมการ $2x+1 > 2x-1$ คือจำนวนจริงทุกจำนวน

(5) $x > x+4$ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดที่แทน x แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ดังนั้น อสมการ $x > x+4$ จึงไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

เนื่องจากคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีได้หลายค่า อาจแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้กราฟบนเส้นจำนวนได้ เช่น

(1) $x < 3$

คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3



เนื่องจาก 3 ไม่ใช่คำตอบของอสมการ $x < 3$ จะเขียนวงกลมโปร่ง ()
ล้อมรอบจุดที่แทน 3 เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน 3

(2) $x \leq 2$

คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2

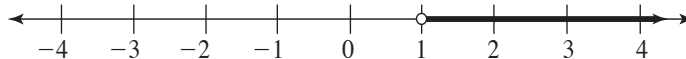


เนื่องจาก 2 เป็นคำตอบของอสมการ $x \leq 2$ จะเขียนวงกลมทึบ ()
ทับจุดที่แทน 2 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 2 ด้วย



(3) $x > 1$

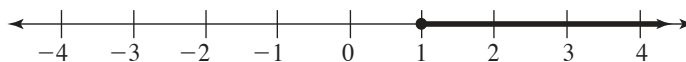
คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 1



เนื่องจาก 1 ไม่ใช่คำตอบของอสมการ $x > 1$ จะเขียนวงกลมโปร่ง ()
ล้อมรอบจุดที่แทน 1 เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน 1

(4) $x \geq 1$

คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1



เนื่องจาก 1 เป็นคำตอบของอสมการ $x \geq 1$ จะเขียนวงกลมทึบ ()
ทับจุดที่แทน 1 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 1 ด้วย



(5) $x \neq 2$

คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 2



เนื่องจาก 2 ไม่ใช่คำตอบของสมการ $x \neq 2$ จะเขียนวงกลมโปร่ง () ล้อมรอบจุดที่แทน 2 เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน 2

(6) $x \leq 3$ และ $x > -2$

คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 แต่มากกว่า -2 มีความหมายเช่นเดียวกับ $-2 < x \leq 3$

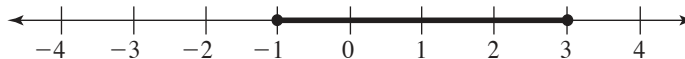


เนื่องจาก -2 ไม่เป็นคำตอบของสมการแต่ 3 เป็นคำตอบของสมการ $-2 < x \leq 3$ จะเขียนวงกลมโปร่ง () ล้อมรอบจุดที่แทน -2 เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน -2 และจะเขียนวงกลมทึบ () ที่จุดที่แทน 3 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 3 ด้วย



(7) $x \leq 3$ และ $x \geq -1$

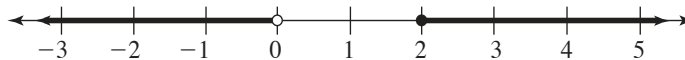
คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 แต่มากกว่าหรือเท่ากับ -1 มีความหมายเช่นเดียวกับ $-1 \leq x \leq 3$



เนื่องจาก -1 และ 3 เป็นคำตอบของสมการ $-1 \leq x \leq 3$ จะเขียนวงกลมทึบ () ที่จุดที่แทน -1 และ 3 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน -1 และ 3 ด้วย

(8) $x < 0$ หรือ $x \geq 2$

คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 0 หรือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2

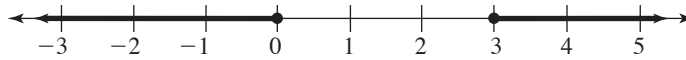


เนื่องจาก 0 ไม่เป็นคำตอบของสมการแต่ 2 เป็นคำตอบของสมการ $x < 0$ หรือ $x \geq 2$ จะเขียนวงกลมโปร่ง () ล้อมรอบจุดที่แทน 0 เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน 0 และจะเขียนวงกลมทึบ () ที่จุดที่แทน 2 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 2 ด้วย



(9) $x \leq 0$ หรือ $x \geq 3$

คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 หรือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 3



เนื่องจาก 0 และ 3 เป็นคำตอบของอสมการ $x \leq 0$ หรือ $x \geq 3$ จะเขียนวงกลมทึบ (●) ที่จุดที่แทน 0 และ 3 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 0 และ 3 ด้วย



(10) $x+1 > x-1$

คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวน



เมื่อคำตอบของอสมการคือจำนวนจริง เส้นจำนวนที่แสดงคำตอบของอสมการคือเส้นจำนวนที่ไม่ต้องเขียนวงกลมทึบและวงกลมโปร่ง

กราฟที่แสดงคำตอบของอสมการจะแสดงโดยใช้เส้นจำนวน

วงกลมโปร่ง ○ แสดงจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของอสมการ

วงกลมทึบ ● แสดงจำนวนนั้นเป็นคำตอบหนึ่งของอสมการ

เส้นทึบ — แสดงทุกจำนวนที่อยู่บนเส้นทึบเป็นคำตอบของอสมการ

กิจกรรมเสนอแนะ

ให้นักเรียนช่วยกันทำเส้นจำนวนบนฟิวเจอร์บอร์ด วงกลมทึบ วงกลมโปร่ง และเส้นลูกศร จากนั้นครูเลือกติดวงกลมทึบหรือวงกลมโปร่งและเส้นลูกศรเพื่อแสดงคำตอบของอสมการในรูปกราฟบนเส้นจำนวน 10 ข้อ ให้นักเรียนแข่งกันตอบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับคำตอบของอสมการ ใครตอบถูกจะได้รับ 1 คะแนน เมื่อครบ 10 ข้อ แล้วรวมคะแนนเพื่อหาผู้ชนะ



แบบฝึกหัดที่ 1

1. จากข้อความต่อไปนี้ข้อความใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ข้อความใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือไม่เป็นทั้งสองอย่าง (5 คะแนน)

(1) $3+x = 5-8$

(2) $5-6x$

(3) $35-2x \leq 1-\frac{x}{12}$

(4) $5n+16 = 0$

(5) $28 \geq 65x-4$

2. เปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ (โดยให้ x เป็นตัวแปรแทนจำนวนจำนวนหนึ่ง) (5 คะแนน)

(1) ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบกับสิบสามมากกว่าสิบหก

(2) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเศษสามส่วนห้าไม่มากกว่าเก้า

(3) เศษสองส่วนเก้าของผลบวกของสิบสามกับสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกินหก

(4) จำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วยสามน้อยกว่าหรือเท่ากับสองเท่าของจำนวนนั้นบวกกับสิบเจ็ด

(5) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบกับเศษสองส่วนเจ็ดของจำนวนนั้นไม่เท่ากับสามสิบหก

3. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้ (5 คะแนน)

(1) $x \geq -2$

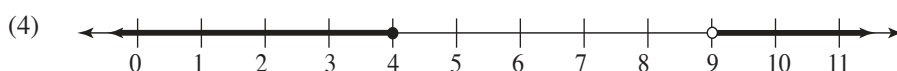
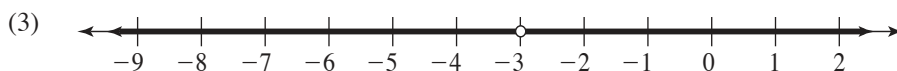
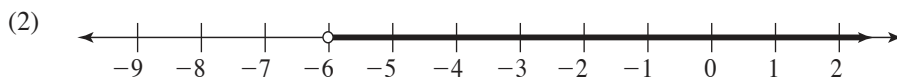
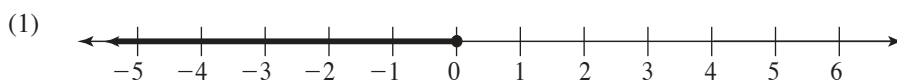
(2) $5 < x$

(3) $x \neq -2$

(4) $1 \leq x < 5$

(5) $x < -1$ หรือ $x > 3$

4. จากกราฟแสดงคำตอบต่อไปนี้ ให้เขียนในรูปสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (5 คะแนน)





ดีมาก	80% – 100%	16 – 20 คะแนน
ดี	60% – 79%	12 – 15 คะแนน
ปานกลาง	40% – 59%	8 – 11 คะแนน
ปรับปรุง	0% – 39%	0 – 7 คะแนน



กิจกรรมตรวจสอบการเรียนรู้ที่ 1

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3–4 คน
2. แต่ละกลุ่มสร้างประโยคภาษาที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มละ 5 ประโยค จากนั้นเปลี่ยนประโยคภาษาที่สร้างขึ้นให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. ส่งตัวแทนกลุ่มออกมาแนะนำเสนอที่หน้าชั้นเรียน

หลังจากทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. แสดงสัญลักษณ์ของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับประโยคภาษาให้เพื่อนในชั้นเรียนดู
2. เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้เพื่อนในชั้นเรียนดูและมีการอภิปรายร่วมกัน
3. อธิบายประโยชน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมนี้

2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย

$> \geq < \text{ และ } \leq$

การหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
สามารถทำได้โดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ
แต่ในทางปฏิบัติอาจไม่สะดวก เราจะใช้สมบัติ
ของการไม่เท่ากันในการหาคำตอบของสมการ



สมบัติของการไม่เท่ากัน (properties of inequality)

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (additive property of inequality)

ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$

ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$

ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a+c \geq b+c$

ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบ มีความหมายเช่นเดียวกับ

นำจำนวนนั้นมาลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของสมการ

นั่นคือ ถ้า $a < b$ แล้ว $a+(-c) < b+(-c)$

หมายถึง ถ้า $a < b$ แล้ว $a-c < b-c$

ตัวอย่างที่ 1 แก้อสมการ $x - 5 > -9$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$x - 5 > -9$$

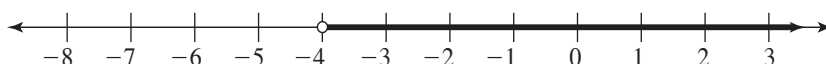
นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$x - 5 + 5 > -9 + 5$$

$$x > -4$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -4

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -4

ตัวอย่างที่ 2 แก้อสมการ $x + 2 \leq 5$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$x + 2 \leq 5$$

นำ -2 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการจะได้

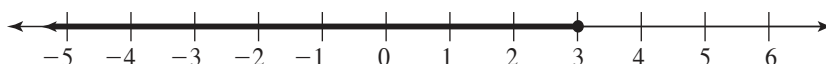
$$x + 2 + (-2) \leq 5 + (-2)$$

$$x + 2 - 2 \leq 5 - 2$$

$$x \leq 3$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3

ตัวอย่างที่ 3 แก้สมการ $4x \geq 3x+6$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$4x \geq 3x+6$$

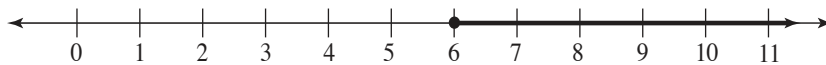
นำ $-3x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$4x+(-3x) \geq 3x+6+(-3x)$$

$$4x-3x \geq 3x+6-3x$$

$$x \geq 6$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 6
เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 6

ตัวอย่างที่ 4 แก้สมการ $5(x-2) < 4x+8$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$5(x-2) < 4x+8$$

$$5x-10 < 4x+8$$

นำ $-4x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$5x-10+(-4x) < 4x+8+(-4x)$$

$$5x-10-4x < 4x+8-4x$$

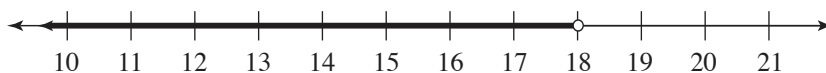
$$x-10 < 8$$

นำ 10 มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$x-10+10 < 8+10$$

$$x < 18$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 18
เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 18

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน (multiplicative property of inequality)

ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

เมื่อ $c > 0$ ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$

ถ้า $a \leq b$ แล้ว $ac \leq bc$

ถ้า $a > b$ แล้ว $ac > bc$

ถ้า $a \geq b$ แล้ว $ac \geq bc$

เมื่อ $c < 0$ ถ้า $a < b$ แล้ว $ac > bc$

ถ้า $a \leq b$ แล้ว $ac \geq bc$

ถ้า $a > b$ แล้ว $ac < bc$

ถ้า $a \geq b$ แล้ว $ac \leq bc$

ในกรณีที่คูณด้วย $\frac{1}{c}$ มีความหมายเช่นเดียวกับนำ c มาหารทั้งสองข้างของอสมการ

นั่นคือ ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $a \times \frac{1}{c} < b \times \frac{1}{c}$

หมายถึง ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

1. สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันจะไม่กล่าวถึงกรณีที่ $c = 0$ เพราะจะทำให้สมบัติไม่เป็นจริง เช่น ถ้า $a < b$ และ $c = 0$ แล้ว $a \times 0 < b \times 0$ เป็นเท็จ
2. เมื่อคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงลบ เครื่องหมายของอสมการจะเปลี่ยนจาก $<$ เป็น $>$
หรือเปลี่ยนจาก $>$ เป็น $<$
หรือเปลี่ยนจาก $\leq$ เป็น $\geq$
หรือเปลี่ยนจาก $\geq$ เป็น $\leq$



ตัวอย่างที่ 5 แก้สมการ $2x-5 < 13$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$2x-5 < 13$$

นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$2x-5+5 < 13+5$$

$$2x < 18$$

นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\frac{1}{2} \times 2x < \frac{1}{2} \times 18$$

$$x < 9$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 9

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 9

ตัวอย่างที่ 6 แก้สมการ $5x+8 \geq 6$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$5x+8 \geq 6$$

นำ -8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$5x+8+(-8) \geq 6+(-8)$$

$$5x+8-8 \geq 6-8$$

$$5x \geq -2$$

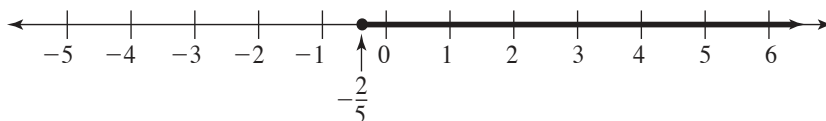
นำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\frac{1}{5} \times 5x \geq \frac{1}{5} \times (-2)$$

$$x \geq -\frac{2}{5}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ $-\frac{2}{5}$

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ $-\frac{2}{5}$

ตัวอย่างที่ 7 แก้อสมการ $4x-3 < 2x+3$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$4x-3 < 2x+3$$

นำ $-2x$ มาบวกทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$4x-3+(-2x) < 2x+3+(-2x)$$

$$4x-3-2x < 2x+3-2x$$

$$2x-3 < 3$$

นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$2x-3+3 < 3+3$$

$$2x < 6$$

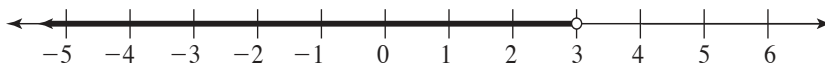
นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$\frac{1}{2} \times 2x < \frac{1}{2} \times 6$$

$$x < 3$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3

ตัวอย่างที่ 8 แก้อสมการ $\frac{2(x+1)}{3} < \frac{3x-5}{4}$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$\frac{2(x+1)}{3} < \frac{3x-5}{4}$$

นำ 12 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 3, 4 และ 6 มาคูณทั้งสองข้างของอสมการและจัดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายจะได้

$$12\left[\frac{2(x+1)}{3}\right] < 12\left(\frac{3x-5}{4}\right)$$

$$8(x+1) < 3(3x)-2(5)$$

$$8x+8 < 9x-10$$

นำ -8 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$8x+8+(-8) < 9x-10+(-8)$$

$$8x+8-8 < 9x-10-8$$

$$8x < 9x-18$$

นำ $-9x$ มาบวกทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$8x+(-9x) < 9x-18+(-9x)$$

$$8x-9x < 9x-18-9x$$

$$-x < -18$$

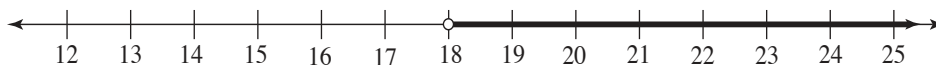
นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของอสมการจะได้

$$(-1)\times(-x) > (-1)\times(-18)$$

$$x > 18$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 18

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 18

คูณด้วยจำนวนลบ

ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายจาก $<$ เป็น $>$