

เตรียมสอบ
เด็กสายวิทย์



เตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ม.3 เข้า ม.4

(เตรียมอุดม มหิดลวิทยานุสรณ์ สาธิตฯ)



สรุปเนื้อหาครบถ้วน ครอบคลุมทุกสนามสอบ
โรงเรียนเตรียมอุดม • มหิดลวิทยานุสรณ์ • โรงเรียนเครือสาธิต
จุฬารณราชวิทยาลัย และโรงเรียนดังประจำจังหวัด
แนวข้อสอบหลากหลาย พร้อมเฉลยละเอียดทุกข้อ



โดย JetzPond

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญต่อการพัฒนากระบวนการคิดของเด็กๆ ในวัยเรียน การหมั่นฝึกฝนทำโจทย์จะทำให้เด็กๆ สามารถเข้าใจบทเรียนได้เป็นอย่างดี หนังสือเล่มนี้ได้รวบรวมแนวข้อสอบที่ผู้เขียนได้ใช้ในการสอนน้องๆ เพื่อสอบแข่งขันเข้าศึกษาต่อระดับชั้นมัธยมปลายในโรงเรียนเตรียมอุดม มหิดลวิทยานุสรณ์ หรือสาธิตฯ ซึ่งการสอบเข้าโรงเรียนเหล่านี้จำเป็นต้องฝึกฝนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มากกว่าปกติ

จากประสบการณ์การแข่งขันที่ผ่านมาสมัยมัธยมและการเรียนทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เขียนพบว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ใช่แค่การแทนสูตรแล้วคิดเลข แต่เป็นการเรียนรู้ที่จะเข้าใจหลักของเหตุและผล นั่นคือผลลัพธ์หรือคำตอบของโจทย์จะเกิดขึ้นได้ต้องมีที่มาที่ไป หากเราสามารถคิดย้อนกลับจากสิ่งที่โจทย์ถามไปจนถึงสิ่งที่โจทย์ให้มาได้ เราจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาในข้อนั้นได้ ผู้เขียนหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยฝึกฝนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนที่ต้องการเตรียมตัวสอบเข้า ม.4

หนังสือเล่มนี้จะช่วยให้เด็กๆ ได้ฝึกทำโจทย์ที่หลากหลาย ได้ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาโจทย์ ภายในเล่มยังมีเฉลยอย่างละเอียดทุกข้อเพื่อให้น้องๆ ได้ทำความเข้าใจด้วยตัวเองได้ และยังได้รวมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มัธยมต้นที่จำเป็นอย่างยิ่งด้วย หากมีข้อเสนอแนะ หรือติชมประการใดสามารถติดต่อผู้เขียนได้ที่ Facebook : easy.tutorr สุดท้ายนี้พี่ปอนด์ขอฝากให้น้องๆ นักเรียนทุกคนหมั่นฝึกฝนทำโจทย์ให้เยอะ เพื่อเป็นประโยชน์ที่ดีแก่ตัวน้องๆ เองนะครับ



เจษฎา ช่วยชูวงศ์ ∞ ฟีปอนด์

ปริญญาตรี : ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปัจจุบัน : ตัวเต็งและครูสอนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์มัธยมต้น
และมัธยมปลาย รักการถ่ายภาพ ทำภาพกราฟิก
และวิดีโอคอนเทนต์เป็นงานอดิเรก

สมัยฟีปอนด์เรียนมัธยมปลาย ได้มีโอกาสเป็นตัวแทนโรงเรียนไปสอบแข่งขัน
ทางคณิตศาสตร์หลายรายการ เช่น

- โครงการคณิตศาสตร์เพชรยอดมงกุฏ
- การสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ของทางสมาคมคณิตศาสตร์
- การแข่งขันคณิตศาสตร์งานศิลปหัตถกรรมนักเรียน
- โครงการ สอวน. คณิตศาสตร์
- โครงการ สอวน. คอมพิวเตอร์

ในช่วงที่ฟีปอนด์ได้เข้าร่วมอบรมในค่าย สอวน. (ที่เป็นโครงการที่สอบคัดเลือก
นักเรียนที่มีความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์, คอมพิวเตอร์, ฟิสิกส์, เคมี, หรือชีววิทยา)
ซึ่งโครงการนี้ทำให้ฟีปอนด์ได้พัฒนาความสามารถในวิชานั้นมากขึ้น ได้ประสบการณ์ที่ดี
เช่น กระบวนการคิดและเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ละเอียดมากขึ้น และมีมิตรภาพระหว่าง
เพื่อนต่างโรงเรียนที่มีความสามารถในด้านเดียวกันอีกด้วย

ฝากติดตามผลงานของฟีปอนด์ทาง Facebook : easy.tutorr ด้วยนะครับ

บทที่ 1 จำนวนเต็ม

1.1	การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม	2
1.2	ค่าสัมบูรณ์ (Absolute)	2
1.3	การคูณและการหารจำนวนเต็ม	2
1.4	สมบัติของจำนวนเต็ม	3
1.5	สมบัติของศูนย์และหนึ่ง	5
1.6	จำนวนเฉพาะ	5
1.7	ตัวประกอบ	6
1.8	หารร่วมมาก (ห.ร.ม.) และคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)	6

บทที่ 2 เลขยกกำลัง

2.1	สมบัติเลขยกกำลัง	12
2.2	สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	15

บทที่ 3 เศษส่วนและทศนิยม

3.1	ประเภทของเศษส่วน	16
3.2	การเปรียบเทียบเศษส่วน	16
3.3	การบวกและการลบเศษส่วน	17
3.4	การคูณและการหารเศษส่วน	17
3.5	ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนกับทศนิยม	18
3.6	ทศนิยมซ้ำ	18
3.7	การบวกและการลบทศนิยม	19
3.8	การคูณและการหารทศนิยม	19
3.9	การประมาณค่า	20

บทที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ

4.1 อัตราส่วน 21

4.2 ร้อยละ 21

บทที่ 5 จำนวนตรรกยะและอตรรกยะ

5.1 จำนวนตรรกยะ 24

5.2 จำนวนอตรรกยะ 24

บทที่ 6 เอกนามและพหุนาม

6.1 เอกนาม 27

6.2 พหุนาม 28

บทที่ 7 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

7.1 คู่อันดับ 30

7.2 กราฟของคู่อันดับ 30

7.3 กราฟและการนำไปใช้ 31

บทที่ 8 สมการและอสมการ

8.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 33

8.2 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว 33

8.3 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 34

8.4 อสมการ 36

บทที่ 9 รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

9.1 เส้นขนาน 37

9.2 สามเหลี่ยม 38

9.3 วงกลม	41
9.4 การแปลงทางเรขาคณิต	43
9.5 พื้นที่ผิวและปริมาตรการแปลงทางเรขาคณิต	44
9.6 สามเหลี่ยมมุมฉาก	47

บทที่ 10 สถิติ

10.1 ตารางแจกแจงความถี่	50
10.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	51
10.3 มัธยฐาน	52
10.4 ฐานนิยม	52
10.5 แผนภูมิแท่ง	53
10.6 แผนภูมิวงกลม	53
10.7 กราฟเส้น	54

บทที่ 11 ความน่าจะเป็น

11.1 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	55
11.2 ความน่าจะเป็น	56

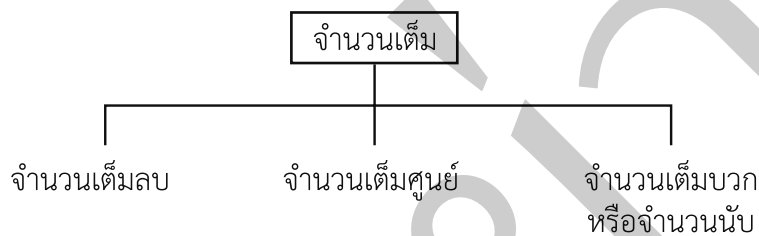
สรุปสูตรคณิตศาสตร์ ม.ต้น

แนวข้อสอบ ชุดที่ 1	64
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 1	78
แนวข้อสอบ ชุดที่ 2	120
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 2	134
แนวข้อสอบ ชุดที่ 3	185
เฉลยแนวข้อสอบ ชุดที่ 3	199

1

จำนวนเต็ม

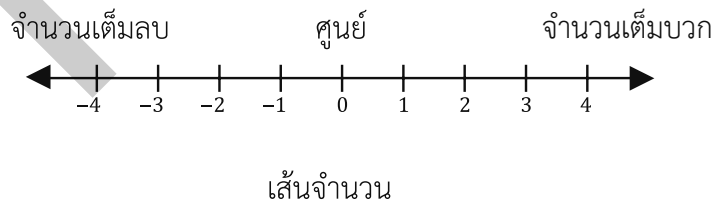
โครงสร้างระบบจำนวน



จำนวนเต็มสามารถจำแนกได้ทั้งหมด 3 ประเภท ได้แก่

1. จำนวนเต็มบวก คือ จำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าศูนย์ เช่น 20, 49, 160
2. จำนวนเต็มศูนย์ คือ ศูนย์
3. จำนวนเต็มลบ คือ จำนวนเต็มที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ เช่น -12 , -16 , -48

สามารถแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนเต็มได้ตามรูปด้านล่าง ลูกศรสามารถลากต่อได้เรื่อยๆ ไม่มี
สิ้นสุด โดยที่ค่าทางด้านซ้ายมีค่าลดลงเรื่อยๆ และค่าด้านขวามีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ



1.1 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

ในระบบจำนวนมีการเปรียบเทียบอยู่ทั้งหมด 4 ลักษณะ ตัวอย่างเช่น

มีค่าเท่ากัน (=)	$1 = 1$	อ่านว่า หนึ่ง เท่ากับ หนึ่ง
มีค่าไม่เท่ากัน ($\neq$)	$16 \neq 48$	อ่านว่า สิบหก ไม่เท่ากับ สี่สิบแปด
มากกว่า (>)	$20 > 5$ $-5 > -20$	อ่านว่า ยี่สิบ มากกว่า ห้า อ่านว่า ลบห้า มากกว่า ลบยี่สิบ
น้อยกว่า (<)	$49 < 160$ $-9 < -4$	อ่านว่า สี่สิบเก้า น้อยกว่า หนึ่งร้อยหกสิบ อ่านว่า ลบเก้า น้อยกว่า ลบสี่

1.2 ค่าสัมบูรณ์ (Absolute)

ค่าสัมบูรณ์ ใช้สัญลักษณ์ $| \quad |$ คือ ระยะห่างบนเส้นจำนวนระหว่างจุดศูนย์กับจำนวนเต็มนั้น ๆ เช่น

$$|16| = 16, |-48| = 48 \quad \text{**มีค่าเป็นบวกหรือศูนย์เสมอ}$$

1.3 การคูณและการหารจำนวนเต็ม

ตัวอย่างเช่น

$$\text{จำนวนเต็มบวก} \times \text{จำนวนเต็มบวก} = \text{จำนวนเต็มบวก}$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$\text{จำนวนเต็มบวก} \div \text{จำนวนเต็มบวก} = \text{จำนวนเต็มบวก}$$

$$10 \div 5 = 2$$

$$\text{จำนวนเต็มลบ} \times \text{จำนวนเต็มลบ} = \text{จำนวนเต็มบวก}$$

$$(-3) \times (-2) = 6$$

$$\text{จำนวนเต็มลบ} \div \text{จำนวนเต็มลบ} = \text{จำนวนเต็มบวก}$$

$$(-9) \div (-3) = 3$$

$$\text{จำนวนเต็มบวก} \times \text{จำนวนเต็มลบ} = \text{จำนวนเต็มลบ}$$

$$2 \times (-4) = -8$$

$$\text{จำนวนเต็มบวก} \div \text{จำนวนเต็มลบ} = \text{จำนวนเต็มลบ}$$

$$12 \div (-4) = -3$$

$$\text{จำนวนเต็มลบ} \times \text{จำนวนเต็มบวก} = \text{จำนวนเต็มลบ}$$

$$(-3) \times 3 = -9$$

$$\text{จำนวนเต็มลบ} \div \text{จำนวนเต็มบวก} = \text{จำนวนเต็มลบ}$$

$$(-27) \div 3 = -9$$

การหารสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $10 \div 5 = \frac{10}{5}$

ข้อสังเกต :

$$(-1) \times 2 \times (-3) \times 1 \times (-4) \times (-5) = 120$$

จำนวนเต็มลบมีจำนวนทั้งหมดเป็นเลขคู่ ผลคูณจะเป็นบวก

$$(-1) \times 2 \times (-3) \times 1 \times (-4) = -24$$

จำนวนเต็มลบมีจำนวนทั้งหมดเป็นเลขคี่ ผลคูณจะเป็นลบ

1.4 สมบัติของจำนวนเต็ม

1 สมบัติการสลับที่

เมื่อมีจำนวนเต็มสองจำนวนบวกกันหรือคูณกัน สามารถสลับที่ได้โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่าเดิมนั่นคือ $a+b = b+a$ และ $a \times b = b \times a$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ เช่น

$$\begin{aligned} 48 + (-16) &= (-16) + 48 \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-5) \times 20 &= 20 \times (-5) \\ &= -100 \end{aligned}$$

2 สมบัติการเปลี่ยนหมู่

เมื่อมีจำนวนเต็มสามจำนวนบวกกันหรือคูณกัน สามารถทำคู่แรกหรือคู่หลังก่อนก็ได้โดยที่ผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน นั่นคือ $(a+b)+c = a+(b+c)$ และ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ เช่น

$$\begin{aligned} 1 + [(-5) + 20] &= [1 + (-5)] + 20 \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \times [5 \times (-1)] &= [2 \times 5] \times (-1) \\ &= -10 \end{aligned}$$

3 สมบัติการแจกแจง

เมื่อมีจำนวนเต็มไปคูณกับในวงเล็บที่มีจำนวนเต็มบวกหรือลบกันอยู่ สามารถกระจายจำนวนเต็มนั้นเข้าไปคูณทุกจำนวนในวงเล็บได้ นั่นคือ $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$ และ $(b+c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$ เช่น

$$\begin{aligned} 2 \times [20 + (-5)] &= [2 \times 20] + [2 \times (-5)] \\ &= 40 + (-10) \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2 + 20] \times (-5) &= [2 \times (-5)] + [20 \times (-5)] \\ &= (-10) + (-100) \\ &= -110 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

- 1) $7 \times [(-2) + 18] = [(-2) + 18] \times 7$
- 2) $29 \times [(-5) \times (-11)] = [29 \times (-11)] \times (-5)$
- 3) $48 + [(-16) \times 25] = [(-16) + 48] \times 25$
- 4) $[(-6) + 21] \times (-18) = [(-6) \times (-18)] + [21 \times (-18)]$

คำตอบ คือ ข้อ 3) ไม่ถูกต้อง เพราะ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ทำได้เมื่อจำนวนเต็มสามจำนวนบวกกันทั้งหมด หรือคูณกันทั้งหมด

สำหรับ ข้อ 1) และ 2) เป็นการใช้สมบัติการเปลี่ยนหมู่

ข้อ 4) เป็นการใช้สมบัติการแจกแจง

1.5 สมบัติของศูนย์และหนึ่ง

สมบัติของศูนย์

- 1) $a+0=0+a=a$ เมื่อ a แทนจำนวนเต็มใดๆ
- 2) $a\times 0=0\times a=0$ เมื่อ a แทนจำนวนเต็มใดๆ
- 3) $0\div a=0$ เมื่อ a แทนจำนวนเต็มใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์
- 4) ถ้า $a\times b=0$ จะได้ $a=0$ หรือ $b=0$

สมบัติของหนึ่ง

- 1) $a\times 1=1\times a=a$ เมื่อ a แทนจำนวนเต็มใดๆ
- 2) $a\div 1=a$ เมื่อ a แทนจำนวนเต็มใดๆ

หมายเหตุ

$0\div a=0$ เพราะ $0=0\times a$ แต่ $a\div 0$ หาค่าไม่ได้ เพราะไม่มีจำนวนใดที่คูณ 0 แล้วได้ a
 $a\div 1=a$ เพราะ $a=1\times a$ แต่ $1\div a\neq a$ เพราะ $1\neq a\times a$ ถ้า $a\neq 1$

1.6 จำนวนเฉพาะ

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนเต็มบวกที่มีตัวหารที่เป็นบวกอยู่ 2 ตัว คือ 1 กับตัวมันเอง จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1–100 (ควรจำได้) ได้แก่

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1.7 ตัวประกอบ

ตัวประกอบ หมายถึง จำนวนนับใดๆ ที่สามารถหารจำนวนนับจำนวนหนึ่งได้ลงตัว เช่น ตัวประกอบของ 12 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 12 ซึ่งมีตัวประกอบเฉพาะ คือ 2 และ 3

การแยกตัวประกอบ หมายถึง การเขียนในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะของจำนวนนับนั้นๆ ทำได้โดยแยกผลคูณของจำนวนนั้น

ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบของ 84

$$84 = 2 \times 42$$

$$84 = 2 \times 2 \times 21$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

ดังนั้น 84 สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น $2 \times 2 \times 3 \times 7$

พหุคูณ คือ จำนวนนับใดๆ ที่มีค่าเป็นจำนวนเท่าของจำนวนนับหนึ่ง เช่น 48 เป็นพหุคูณของ 8, พหุคูณของ 3 ได้แก่ 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

1.8 การร่วมมาก (ห.ร.ม.) และคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) คือ จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุด ซึ่งนำไปหารจำนวนเต็มบวกอื่นๆ ตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไปได้ลงตัวพอดี ใช้สัญลักษณ์เป็น $\text{gcd}(12, 42)$ แทนการหา ห.ร.ม. ของ 12, 42

ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) คือ จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งนำไปหารด้วยจำนวนเต็มบวกอื่นๆ ตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป ได้ลงตัวพอดี ใช้สัญลักษณ์เป็น $\text{lcm}(12, 42)$ แทนการหา ค.ร.น. ของ 12, 42
วิธีการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. สามารถทำได้โดยการแยกตัวประกอบดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง

จงหา ห.ร.ม. ของ 16, 20, 48

วิธีทำ แยกตัวประกอบแล้วนำตัวประกอบที่เหมือนกันของทั้ง 3 จำนวนคูณกัน

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

จำนวนเฉพาะที่เหมือนกันของทั้ง 3 จำนวน ได้แก่ 2, 2

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 16, 20, 48 คือ $2 \times 2 = 4$

ตัวอย่าง

จงหา ค.ร.น. ของ 16, 20, 48

วิธีทำ

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

ตัวประกอบที่เหมือนกันใน 3 จำนวนนี้ ได้แก่ 2, 2

ตัวประกอบที่เหมือนกันใน 2 จำนวนนี้ ได้แก่ 2, 2

ตัวประกอบที่ไม่เหมือนกันใน 3 จำนวนนี้ ได้แก่ 3, 5

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 16, 20, 48 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 240$

ลักษณะโจทย์ปัญหา ห.ร.ม. จะเป็นการหาจำนวนนับที่มากที่สุด ซึ่งสามารถนำมาหาจำนวนที่โจทย์กำหนดให้ได้ลงตัว (Keywords : มากที่สุด, แบ่งให้แต่ละชนิดเท่ากัน) ตัวอย่างเช่น

1) มีไม้อยู่ 2 ท่อน ท่อนหนึ่งยาว 12 เมตร อีกท่อนหนึ่งยาว 8 เมตร ต้องการตัดเป็นท่อนสั้นๆ เท่ากัน โดยให้แต่ละท่อนยาวที่สุด จะแบ่งได้ทั้งหมดกี่ท่อน

2) มิวมีลูกกวาดอยู่ 4 ชนิด คือ ลูกกวาดสีชมพู 48 เม็ด สีแดง 16 เม็ด สีน้ำเงิน 56 เม็ด และสีเหลือง 88 เม็ด ต้องการแบ่งให้เด็กแต่ละคนเท่าๆ กัน โดยให้เด็กแต่ละคนได้ลูกกวาดมากที่สุด และเด็กคนหนึ่งจะได้รับลูกกวาดเพียงชนิดเดียว มิวสามารถแบ่งให้เด็กได้กี่คน คนละกี่เม็ด

3) จงหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 356, 484 และ 1616 แล้วเหลือเศษเท่ากัน

ลักษณะโจทย์ปัญหา ค.ร.น. จะเป็นการหาจำนวนนับมากๆ ที่สามารถนำจำนวนนับที่โจทย์กำหนดไปหารได้ลงตัว (Keywords : น้อยที่สุด, พร้อมกันในครั้งถัดไป) ตัวอย่างเช่น

1) ไก่ตัวละ 80 บาท ปลาตัวละ 60 บาท และหมูตัวละ 90 บาท ถ้าต้องซื้อสัตว์ทั้งสามชนิดราคาเท่ากันและจ่ายเงินน้อยที่สุด จะสามารถซื้อได้อย่างละกี่ตัว

2) แอนและมิววิ่งรอบสนามใช้เวลา 8 นาที และ 12 นาทีตามลำดับ ทั้งสองคนจะวิ่งมาพบกันใหม่อีกกี่นาทีหลังจากปล่อยตัวจากจุดเริ่มต้นพร้อมกัน

3) กองลูกเสือหนึ่ง เมื่อจัดแถวเป็น 13 แถว หรือ 26 แถว หรือ 65 แถว แล้วจัดได้ลงตัวพอดี จงหาว่ามีลูกเสืออย่างน้อยที่สุดกี่คนในกองลูกเสือนี้

วิธีคิดโจทย์ปัญหา K.S.M.

- ① มีไม้อยู่ 2 ท่อน ท่อนหนึ่งยาว 12 เมตร อีกท่อนหนึ่งยาว 8 เมตร ต้องการตัดเป็นท่อนสั้นๆ เท่ากัน โดยให้แต่ละท่อนยาวที่สุด จะแบ่งได้ทั้งหมดกี่ท่อน

วิธีคิด จากประโยค “ต้องการตัดเป็นท่อนสั้นๆ เท่ากัน โดยให้แต่ละท่อนยาวที่สุด” แสดงว่าต้องหาตัวหารร่วมที่มากที่สุดของทั้ง 2 จำนวนนี้ จึงได้ความยาวท่อนไม้ที่ยาวที่สุดที่เท่ากัน

12 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 3$

8 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 2$

จะเห็นว่าทั้ง 2 จำนวนมีตัวประกอบเฉพาะที่เหมือนกัน คือ 2×2

ดังนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 12 และ 8 คือ $2 \times 2 = 4$

- ② มิวมีลูกกวาดอยู่ 4 ชนิด คือ ลูกกวาดสีชมพู 48 เม็ด สีแดง 16 เม็ด สีส้ม 56 เม็ด และ สีเหลือง 88 เม็ด ต้องการแบ่งให้เด็กแต่ละคนเท่าๆ กัน โดยให้เด็กแต่ละคนได้ลูกกวาดมากที่สุด และ เด็กคนหนึ่งจะได้รับลูกกวาดเพียงชนิดเดียว มิวสามารถแบ่งให้เด็กได้กี่คน คนละกี่เม็ด

วิธีคิด จากประโยค “ต้องการแบ่งให้เด็กแต่ละคนเท่าๆ กัน โดยให้เด็กแต่ละคนได้ลูกกวาดมากที่สุด” แสดงว่าต้องหาตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 4 จำนวนนี้ จึงได้จำนวนลูกกวาดที่มากที่สุดที่เด็กแต่ละคนได้เท่ากัน

48 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

16 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 2 \times 2$

56 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 2 \times 7$

88 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 2 \times 11$

จะเห็นว่าทั้ง 4 จำนวนมีตัวประกอบเฉพาะที่เหมือนกัน คือ $2 \times 2 \times 2$

ดังนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 48, 16, 56 และ 88 คือ $2 \times 2 \times 2 = 8$

เพราะฉะนั้น สามารถแบ่งลูกอมให้เด็กได้มากที่สุดคนละ 8 เม็ด และแบ่งได้ทั้งหมด

$$(2 \times 3) + 2 + 7 + 11 = 26 \text{ คน}$$

3 จงหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 356, 484 และ 1616 แล้วเหลือเศษเท่ากัน

วิธีคิด ทั้งสามจำนวนถูกหารด้วยจำนวนเดียวกันและเหลือเศษเท่ากัน โดยที่เราไม่ทราบว่าเป็นเศษจำนวนนั้นมีค่าเท่าใด ดังนั้น เราจึงกำจัดเศษเหล่านั้นทิ้งไป โดยนำจำนวนทั้งสามมาหาผลต่าง ดังนี้

$$356 \text{ และ } 484 \text{ มีผลต่างกัน คือ } 484 - 356 = 128$$

$$356 \text{ และ } 1616 \text{ มีผลต่างกัน คือ } 1616 - 356 = 1260$$

$$484 \text{ และ } 1616 \text{ มีผลต่างกัน คือ } 1616 - 484 = 1132$$

จากนั้น นำ 128, 1132 และ 1260 มาแยกตัวหารร่วมที่มากที่สุดโดยการแยกตัวประกอบ

$$128 \text{ แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น } 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$1260 \text{ แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น } 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$1132 \text{ แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น } 2 \times 2 \times 283$$

จะเห็นว่าทั้ง 3 จำนวนมีตัวประกอบเฉพาะที่เหมือนกัน คือ 2×2

จะได้ว่าตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 128, 1132 และ 1260 คือ $2 \times 2 = 4$

ดังนั้น จำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 356, 484 และ 1616 แล้วเหลือเศษเท่ากัน คือ 4

วิธีคิดโจทย์ปัญหา ค.ร.น.

1 ไก่ตัวละ 80 บาท ปลาตัวละ 60 บาท และหมูตัวละ 90 บาท ถ้าต้องซื้อสัตว์ทั้งสามชนิดราคาเท่ากันและจ่ายเงินน้อยที่สุด จะสามารถซื้อได้อย่างละกี่ตัว

วิธีคิด จากประโยค “ต้องการซื้อสัตว์ทั้งสามชนิดราคาเท่ากันและจ่ายเงินน้อยที่สุด” แสดงว่าต้องหาคู่คูณร่วมน้อยที่สุดของ 3 จำนวนนี้ จึงได้ราคาที่น้อยที่สุดในการซื้อสัตว์ทั้งสามชนิดราคาเท่ากัน

$$80 \text{ แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น } 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$60 \text{ แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น } 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$90 \text{ แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น } 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

ตัวประกอบที่เหมือนกันทั้ง 3 จำนวน คือ 2, 5

ตัวประกอบที่เหมือนกัน 2 จำนวน คือ 2, 3

และมีตัวประกอบที่ไม่เหมือนกันทั้ง 3 จำนวน คือ 2, 2, 3

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 80, 60, 90 คือ $(2 \times 5) \times (2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) = 720$

2 แอนและมิววิ่งรอบสนามใช้เวลา 8 นาที และ 12 นาทีตามลำดับ ทั้งสองคนจะวิ่งมาพบกันใหม่อีกกี่นาทีหลังจากปล่อยตัวจากจุดเริ่มต้นพร้อมกัน

วิธีคิด จากประโยค “ทั้งสองคนจะวิ่งมาพบกัน หลังจากปล่อยตัวจากจุดเริ่มต้นพร้อมกัน” แสดงว่าต้องหาตัวคูณร่วมน้อยที่สุดของ 2 จำนวนนี้ จึงได้ระยะเวลาที่สั้นที่สุดที่ทั้งสองจะวิ่งมาพบกัน

8 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 2$

12 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น $2 \times 2 \times 3$

จะเห็นว่าทั้ง 2 จำนวนมีตัวประกอบเฉพาะที่เหมือนกัน คือ 2×2

จึงได้ว่าตัวคูณร่วมน้อยที่สุดของทั้ง 2 จำนวน คือ $2 \times 2 \times$ ตัวประกอบเฉพาะที่เหลือทั้งหมด

นั่นคือ $2 \times 2 \times (2) \times (3) = 24$

3 กองลูกเสือหนึ่ง เมื่อจัดแถวเป็น 13 แถว หรือ 26 แถว หรือ 65 แถว แล้วจัดได้ลงตัวพอดี จงหาว่ามีลูกเสืออย่างน้อยที่สุดกี่คนในกองลูกเสือนี้

วิธีคิด จากประโยค “มีลูกเสืออย่างน้อยที่สุด” แสดงว่าต้องหาตัวคูณร่วมน้อยที่สุดของ 3 จำนวนนี้ จึงได้จำนวนลูกเสือที่สามารถจัดแถวได้ลงตัวพอดีทั้งสามวิธี

13 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น 1×13

26 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น 2×13

65 แยกตัวประกอบเฉพาะได้เป็น 5×13

จะเห็นว่าทั้ง 3 จำนวนมีตัวประกอบเฉพาะที่เหมือนกัน คือ 13

จึงได้ว่าตัวคูณร่วมน้อยที่สุดของทั้ง 3 จำนวน คือ $13 \times$ ตัวประกอบเฉพาะที่เหลือทั้งหมด

นั่นคือ $13 \times (1 \times 2 \times 5) = 130$

2

เลขยกกำลัง

$$2^5$$

เลขชี้กำลัง

เลขฐาน

เลขยกกำลัง คือ การคูณเลขฐานตามจำนวนของเลขชี้กำลัง เช่น $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

2.1 สมบัติเลขยกกำลัง

① เลขชี้กำลังเป็นศูนย์และหนึ่ง

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

จำนวนใดก็ตามเมื่อยกกำลังด้วย 0 จะเท่ากับ 1 และเมื่อยกกำลังด้วย 1 จะได้ตัวเอง

② การคูณเลขยกกำลัง

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

เลขยกกำลังคูณกัน ถ้าฐานเท่ากันให้นำเลขชี้กำลังบวกกัน เช่น

$$2^5 \times 2^{11} = 2^{5+11}$$

$$= 2^{16}$$

$$= 65,536$$

$$3^{-2} \times 3^{-3} = 3^{(-2)+(-3)}$$

$$= 3^{-5}$$

$$= \frac{1}{243}$$

$$(-5)^2 \times (-5)^{-2} = (-5)^{2+(-2)}$$

$$= (-5)^0$$

$$= 1$$

3 การหารเลขยกกำลัง

$$a^b \div a^c = a^{(b-c)}$$

เลขยกกำลังหารกัน ถ้าฐานเท่ากันให้นำเลขชี้กำลังลบกัน เช่น

$$\begin{aligned} 2^{20} \div 2^{15} &= 2^{20-15} \\ &= 2^5 \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^{-2} \div 3^{-1} &= 3^{(-2)-(-1)} \\ &= 3^{-2+1} \\ &= 3^{-1} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-5)^3 \div (-5)^{-3} &= (-5)^{3-(-3)} \\ &= (-5)^6 \\ &= 15,625 \end{aligned}$$

4 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบ

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นลบ เมื่อกลับเศษส่วนเลขชี้กำลังจะเป็นบวก เช่น

$$2^{-16} = \frac{1}{2^{16}}$$

$$\frac{1}{3^{-7}} = 3^7$$

$$\left(\frac{7}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{7}\right)^1$$

5 เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง

$$(a^b)^c = a^{b \times c}$$

เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง สามารถนำเลขชี้กำลังคูณกันได้ เช่น

$$(2^8)^2 = 2^{16}$$

$$(2^{-4})^3 = 2^{-12}$$

$$(2^3)^{-2} = 2^{-6}$$

6 เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณหรือการหาร

$$(a \times b)^c = a^c \times b^c \quad \text{หรือ} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณหรือหาร สามารถแจกแจงเลขชี้กำลังได้ เช่น

$(2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$	$((-4) \times 9)^{-2} = (-4)^{-2} \times 9^{-2}$
$\left(\frac{7}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{2^3}$	$\left(\frac{-3}{8}\right)^{-4} = \frac{(-3)^{-4}}{8^{-4}}$

7 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน สามารถเขียนได้ในรูปกรณฑ์ เช่น

$2^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{2^3}$	$3^{\frac{5}{-2}} = \frac{3^5}{3^2}$ $= \sqrt[2]{3^{-5}}$
-----------------------------------	--

8 การบวกเลขยกกำลัง

$$(m \times a^b) + (n \times a^b) = (m+n) \times a^b$$

เลขยกกำลังสามารถบวกกันได้ เมื่อฐานและเลขชี้กำลังเท่ากัน เช่น

$(1 \times 2^5) + (3 \times 2^5)$	$= (1+3) \times 2^5$ $= 4 \times 2^5$
$(-3 \times 2^5) + (4 \times 2^5)$	$= (-3+4) \times 2^5$ $= 1 \times 2^5$
$(-2 \times 3^{-3}) + (-1 \times 3^{-3})$	$= ((-2)+(-1)) \times 3^{-3}$ $= -3 \times 3^{-3}$

หากฐาน และเลขชี้กำลังไม่เท่ากัน ไม่สามารถรวมกันเป็นพจน์ยกกำลังพจน์เดียวได้ เช่น

$$2^5 + 3^5 \neq (2+3)^5$$

$$3^3 + 3^2 \neq 3^5$$

แต่สามารถใช้สมบัติการแจกแจงได้กรณีฐานเท่ากัน เช่น

$$\begin{aligned} 3^3 + 3^2 &= (3 \times 3^2) + (1 \times 3^2) \\ &= (3+1) \times 3^2 \end{aligned}$$

2.2 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์เป็นวิธีการหนึ่งในการเขียนจำนวนในรูป $a \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq a < 10$ เช่น
 $160,480,000 = 1.6048 \times 10^8$ (ใส่จุดทศนิยมหลังเลขแรกแล้วนับเลขโดดไปทางขวาได้ 8 ตัว)
 $0.0000200501 = 2.00501 \times 10^{-5}$ (ใส่จุดทศนิยมหลังเลขแรกที่ไม่ใช่ 0 แล้วนับเลข 0 ก่อนเลขนั้นได้ 5 ตัว)

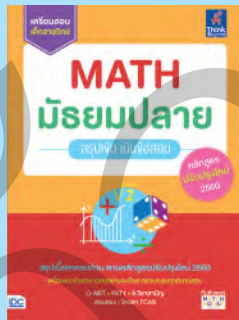
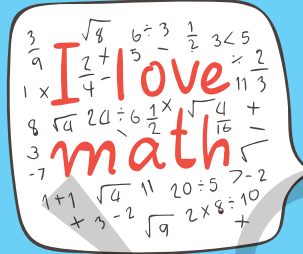
หมายเหตุ

เนื่องจาก $1.6048 = 1.60480000$ จึงเขียน 1.6048×10^8 แทน 1.60480000×10^8

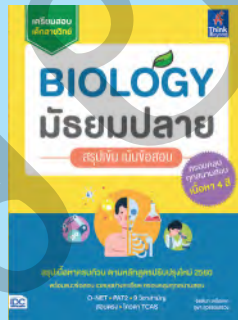
สรุปเนื้อหาสำคัญ

สำหรับเตรียมสอบเข้า ม. 4

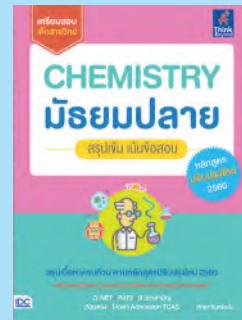
- ▶ บทที่ 1 จำนวนเต็ม
- ▶ บทที่ 2 เลขยกกำลัง
- ▶ บทที่ 3 เศษส่วนและทศนิยม
- ▶ บทที่ 4 อัตราส่วนและร้อยละ
- ▶ บทที่ 5 จำนวนตรรกยะ และอตรรกยะ
- ▶ บทที่ 6 เอกนามและพหุนาม
- ▶ บทที่ 7 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
- ▶ บทที่ 8 สมการและอสมการ
- ▶ บทที่ 9 รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- ▶ บทที่ 10 สถิติ
- ▶ บทที่ 11 ความน่าจะเป็น



MATH
มัธยมปลาย
สรุปเข้ม เน้นข้อสอบ



BIOLOGY
มัธยมปลาย
สรุปเข้ม เน้นข้อสอบ



CHEMISTRY
มัธยมปลาย
สรุปเข้ม เน้นข้อสอบ



ซื้อสะดวก ส่งถึงบ้านที่ Shopee และ Lazada หรือผ่านทาง
ร้านหนังสือออนไลน์ www.thinkbeyondbook.com



thinkbeyond books

ISBN(eBook) 885-909-931-175-5



8 859099 311755

ราคา 250 บาท