

รวมแนวข้อสอบ



A-Level

ครบ 9 วิชาหลัก

มั่นใจเต็ม

100



เหมาะสำหรับนักเรียนระดับชั้น ม.ปลาย ทุกๆระดับชั้นหรือผู้ที่มีความประสงค์วางแผนศึกษาต่อในคณะหรือสาขาที่มีการใช้คะแนนการสอบ A-Level เพื่อนำคะแนนไปใช้ยื่นเข้าสู่อบบการคัดเลือกกลางบุคคลเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษา



65 Chem



81 Thai



64 Phy



61 Math 1



66 Bio



63 Sci



62 Math2



70 Soc



82 Eng



- โครงสร้างข้อสอบตรงตาม Exam Blueprint
- แนวข้อสอบ A-Level อัปเดตจากการสอบปีล่าสุด
- เฉลยละเอียด เข้าใจง่าย พร้อมจุดเน้น แนวเทคนิค เก็บแต้มทุกข้อในระยะเวลาที่จำกัด

จัดทำโดย
IDC
PREMIUM

พศ.ดร.ปฐมนิธิ จันทรเลิศ

ชนิด อินทกนก

จุฑาทิพย์ จิตวิสัย

จุฑาทิพย์ แสนเพ็ชร

ธีระยุทธ พุทธานุกูล

รัชชิตกษัตริย์ โชติภักดีไพศาล

ไพสิน จันทนาวงศ์

ณภัทรา นิรมลวนิช

วิรุฬห์วัชร กอดวันสัน ภัทรมนัสกานต์



มีเพียง “ความรู้” เท่านั้นที่มนุษย์ใช้พลิก “โลก”
และเปลี่ยน “ชีวิต” เราจึงสร้างสรรค์ และส่งมอบ “ความรู้”
ในรูปแบบที่ดีกว่า เพื่อให้คนไทย “เรียนรู้” ได้ตลอดชีวิต

Only “Knowledge” can help human
change “The World” and “Their Lives”.

With this truth, it drives us to deliver
“Knowledge” for Thai being able to
“Learn” better everyday.



รวมแนวข้อสอบ A-Level ครบ 9 วิชาหลัก มั่นใจเต็ม 100

AUTHORS

ผศ.ดร.ปรีนทร จันทร์เลิศ, จุฬารัตน์ แสงเพชร,
ธีระยุทธ พุทธานุกุล, จุฬารัตน์ จิตวิสัย,
ชนัด อินทะกนก, รักษิตภัสร์ โชติกิตติไพศาล,
ณปภัช นิรมลวณิช, วิรุฬห์วัชร กอดวินสัน ภัทรมนัสสถานต์,
ไพลิน จินตนาวงศ์

EDITORIALS

ศิริกาญจน์ วงศ์เศวตศิลา, พรรณณิดา วาสกุล,
ชีวิน ปิ่นมูข

EXECUTIVE EDITORS

สัจจะ จรัสรุ่งโรจน์, อรรณพ ชันธิกุล

PRODUCTION MANAGER

วรพล ณธิกุล

GRAPHIC DESIGNER

ชวรินทร์ รัตนะ

PAGE LAYOUT

อนงค์นาฏ รัตนะ

PROOFREADER

อัญชลีพร ณ บางช้าง

PUBLISHING COORDINATORS

สุริย์รัตน์ จิ๋ว, อดิเรก นัย ศรีสวัสดิ์

PRODUCT SPECIALIST

ระพีพัฒน์ โทจำปา

PUBLISHED AND DISTRIBUTED BY

IDC
PREMIER

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด
200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901
อาคารจัดมินิอินเตอร์เนชั่นแนลทาวเวอร์
ถ.แจ้งวัฒนะ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
โทรศัพท์ 0-2962-1081 (อัตราในมิตี 10 คู่สาย)
โทรสาร 0-2962-1084

สมาชิกสัมพันธ์

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 121
โทรสาร 0-2962-1084

ร้านค้าและตัวแทนจำหน่าย

โทรศัพท์ 0-2962-1081-3 ต่อ 112-114
โทรสาร 0-2962-1084



ข้อมูลทางบรรณานุกรม

ผศ.ดร.ปรีนทร จันทร์เลิศ
รวมแนวข้อสอบ A-Level ครบ 9 วิชาหลัก มั่นใจเต็ม 100
นนทบุรี : ไอดีซีฯ, 2567
536 หน้า

1. เคมี--ข้อสอบและเฉลย

I จุฬารัตน์ แสงเพชร

II ธีระยุทธ พุทธานุกุล

III จุฬารัตน์ จิตวิสัย

IV ชนัด อินทะกนก

V รักษิตภัสร์ โชติกิตติไพศาล

VI ณปภัช นิรมลวณิช

VII วิรุฬห์วัชร กอดวินสัน ภัทรมนัสสถานต์

VIII ไพลิน จินตนาวงศ์ (ผู้แต่งร่วม)

IX ชื่อเรื่อง

BARCODE 885-916-101-311-2

พิมพ์ครั้งที่ 1 มกราคม 2567

พิมพ์ครั้งที่ 2 ตุลาคม 2567

E-Book กรกฎาคม 2569

เครื่องหมายการค้าอื่นๆ ที่อ้างถึงเป็นของบริษัทนั้นๆ

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

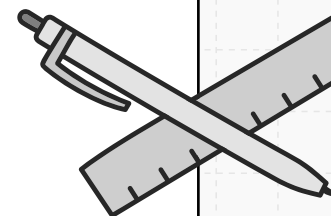
โดยบริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ ไม่ว่าในรูปแบบใด ๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด จัดตั้งขึ้นเพื่อเผยแพร่ความรู้ที่มีคุณภาพ
สู่ผู้อ่านชาวไทย เรายินดีต้อนรับงานเขียนของนักวิชาการและนักเขียนทุกท่าน
ท่านผู้สนใจกรุณาติดต่อผ่านทางอีเมลที่ infopress@idcpremier.com หรือ
ทางโทรศัพท์หมายเลข 0-2962-1081 (อัตราในมิตี 10 คู่สาย)

โทรสาร 0-2962-1084

ราคา 480 บาท

คำนำ



ข้อสอบ A-Level เป็นข้อสอบสำหรับวัดความรู้ ความสามารถ การประยุกต์ใช้ความรู้ ซึ่งมีเนื้อหาตามสาระการเรียนรู้แกนกลางและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ระดับชั้น ม.4-ม.6 เพื่อใช้ในการคัดเลือกบุคคลเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษา ซึ่งหนังสือเล่มนี้ได้สร้างแนวข้อสอบตามโครงสร้างข้อสอบจริงปีล่าสุด 9 รายวิชา ได้แก่ คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1, คณิตศาสตร์ประยุกต์ 2, วิทยาศาสตร์ประยุกต์, ฟิสิกส์, เคมี, ชีววิทยา, สังคมศึกษา, ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ เพื่อให้ผู้อ่านได้เข้าถึงเข้าใจลักษณะเนื้อหาที่ใช้ออกสอบและโครงสร้างของข้อสอบ ได้ฝึกฝนจนเกิดความเข้าใจ เกิดความชำนาญก่อนเจอข้อสอบจริงด้วยวิธีการเฉลยที่ละเอียดอิงตามเนื้อหา พร้อมหลักการคิดที่เข้าใจได้ง่ายสามารถเก็บคะแนนได้ในทุกวิชา

ทั้งนี้หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะช่วยให้ผู้อ่านได้คะแนน A-Level ในแต่ละวิชาที่ใช้สอบได้อย่างที่ตั้งใจไว้และสามารถนำคะแนนไปใช้ยื่นในสาขา/คณะ/ตามระบบการคัดเลือกกลางบุคคลเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษาต่อไป

คณะผู้จัดทำ



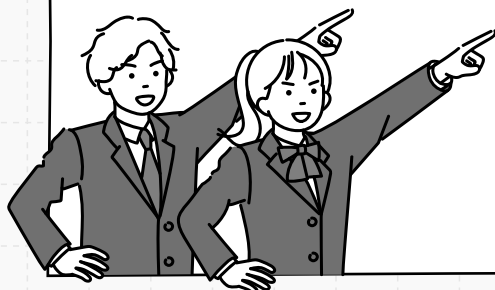
บทบรรณาธิการ



ข้อสอบ A-Level ในแต่ละวิชาจะมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 90 นาที โดยมีทั้งข้อสอบปรนัย แบบระบายคำตอบ และแบบเลือกตอบเชิงซ้อน โดยน้ำหนักคะแนนหรือสัดส่วนของคะแนนนั้นต้องเป็นไปตามหลักเกณฑ์ที่มหาวิทยาลัยในแต่ละสาขาและคณะกำหนด ซึ่งส่วนใหญ่จะอยู่ในรอบที่ 2 Quota รอบที่ 3 Admission และรอบที่ 4 Direct Admission ในระบบการคัดเลือกกลางบุคคลเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษา สำหรับเล่มนี้จะมีเฉพาะแนวข้อสอบ 9 วิชาดังนี้

รายชื่อวิชา	รูปแบบข้อสอบ
A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ 75 คะแนน ✧ ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ 25 คะแนน
A-Level 62 Math 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ 75 คะแนน ✧ ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ 25 คะแนน
A-Level 63 Sci วิชาวิทยาศาสตร์ประยุกต์	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 26 ข้อ 83.2 คะแนน ✧ เลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 4 ข้อ 16.8 คะแนน
A-Level 64 Phy วิชาฟิสิกส์	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ 75 คะแนน ✧ ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ 25 คะแนน
A-Level 65 Chem วิชาเคมี	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ 75 คะแนน ✧ ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ 25 คะแนน
A-Level 66 Bio วิชาชีววิทยา	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ 84 คะแนน ✧ เลือกตอบเชิงซ้อน จำนวน 5 ข้อ 16 คะแนน
A-Level 70 Soc วิชาสังคมศึกษา	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ 100 คะแนน
A-Level 81 Thai วิชาภาษาไทย	✧ ปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ 100 คะแนน
A-Level 82 Eng วิชาภาษาอังกฤษ	✧ ปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 80 ข้อ 100 คะแนน

สุดท้ายนี้ขอให้นักน้อง ๆ ฝึกฝนทำแนวข้อสอบที่ตรงตามสนามสอบเพื่อที่จะได้เข้าถึงเข้าใจลักษณะข้อสอบว่าเป็นอย่างไร เพราะข้อสอบบางข้อมีการบูรณาการระหว่างเนื้อหา อีกทั้งยังทำให้นักน้อง ๆ รู้ว่าควรอ่านเนื้อหาใดเพิ่มเติมเพื่อเป็นการเพิ่มความมั่นใจในการทำข้อสอบ



A-Level มากยิ่งขึ้น และควรหมั่นติดตามจากประกาศการรับสมัครในสาขา/คณะ/มหาวิทยาลัยที่ต้องการเข้าศึกษาต่อ เพื่อที่จะได้ทราบข้อมูลที่ถูกต้องสำหรับการวางแผนการใช้คะแนนจากสนามสอบอื่นๆ ร่วมด้วย จะได้ไม่เสียสิทธิ์ในการสอบและการเข้าศึกษาต่อในสถาบันอุดมศึกษานะคะ



สารบัญ

PART 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1	3
ข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 2	11
เฉลยข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1	18
เฉลยข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 2	47

PART 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2

ข้อสอบ A-Level 62 Math 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 ชุดที่ 1	73
ข้อสอบ A-Level 62 Math 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 ชุดที่ 2	82
เฉลยข้อสอบ A-Level 62 Math 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 ชุดที่ 1	90
เฉลยข้อสอบ A-Level 62 Math 2 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 ชุดที่ 2	105

PART 3 วิชาวิทยาศาสตร์ประยุกต์

ข้อสอบ A-Level 63 Sci วิชาวิทยาศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1	127
ข้อสอบ A-Level 63 Sci วิชาวิทยาศาสตร์ประยุกต์ 2 ชุดที่ 2	136
เฉลยข้อสอบ A-Level 63 Sci วิชาวิทยาศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1	144
เฉลยข้อสอบ A-Level 63 Sci วิชาวิทยาศาสตร์ประยุกต์ 2 ชุดที่ 2	151

PART 4 วิชาฟิสิกส์

ข้อสอบ A-Level 64 Phy วิชาฟิสิกส์ ชุดที่ 1.....	161
ข้อสอบ A-Level 64 Phy วิชาฟิสิกส์ ชุดที่ 2.....	175
เฉลยข้อสอบ A-Level 64 Phy วิชาฟิสิกส์ ชุดที่ 1.....	188
เฉลยข้อสอบ A-Level 64 Phy วิชาฟิสิกส์ ชุดที่ 2.....	211

PART 5 วิชาเคมี

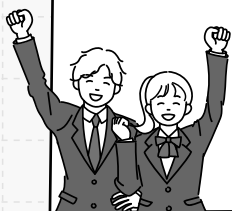
ข้อสอบ A-Level 65 Chem วิชาเคมี ชุดที่ 1.....	235
ข้อสอบ A-Level 65 Chem วิชาเคมี ชุดที่ 2.....	250
เฉลยข้อสอบ A-Level 65 Chem วิชาเคมี ชุดที่ 1.....	262
เฉลยข้อสอบ A-Level 65 Chem วิชาเคมี ชุดที่ 2.....	273

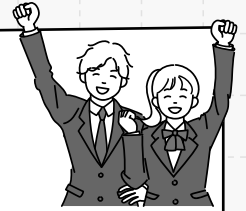
PART 6 วิชาชีววิทยา

ข้อสอบ A-Level 66 Bio วิชาชีววิทยา ชุดที่ 1.....	289
ข้อสอบ A-Level 66 Bio วิชาชีววิทยา ชุดที่ 2.....	311
เฉลยข้อสอบ A-Level 66 Bio วิชาชีววิทยา ชุดที่ 1.....	330
เฉลยข้อสอบ A-Level 66 Bio วิชาชีววิทยา ชุดที่ 2.....	342

PART 7 วิชาสังคมศึกษา

ข้อสอบ A-Level 70 Soci วิชาสังคมศึกษา ชุดที่ 1.....	353
ข้อสอบ A-Level 70 Soci วิชาสังคมศึกษา ชุดที่ 2.....	364
เฉลยข้อสอบ A-Level 70 Soci วิชาสังคมศึกษา ชุดที่ 1.....	376
เฉลยข้อสอบ A-Level 70 Soci วิชาสังคมศึกษา ชุดที่ 2.....	388





PART 8 วิชาภาษาไทย

ข้อสอบ A-Level 81 Thai วิชาภาษาไทย ชุดที่ 1	399
ข้อสอบ A-Level 81 Thai วิชาภาษาไทย ชุดที่ 2	413
เฉลยข้อสอบ A-Level 81 Thai วิชาภาษาไทย ชุดที่ 1	428
เฉลยข้อสอบ A-Level 81 Thai วิชาภาษาไทย ชุดที่ 2	433

PART 9 วิชาภาษาอังกฤษ

ข้อสอบ A-Level 82 Eng วิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 1	441
ข้อสอบ A-Level 82 Eng วิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 2	465
เฉลยข้อสอบ A-Level 82 Eng วิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 1	490
เฉลยข้อสอบ A-Level 82 Eng วิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 2	509



PART 1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ข้อสอบ A-Level 61 Math1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1

ข้อสอบ A-Level 61 Math1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 2

เฉลยข้อสอบ A-Level 61 Math1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 1

เฉลยข้อสอบ A-Level 61 Math1

วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ชุดที่ 2





ชุดที่ 1

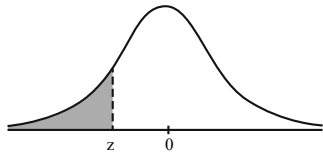
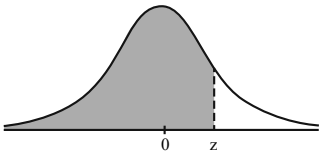
ข้อสอบ A-Level 61

Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 25 ข้อ
(ข้อที่ 1-25) ข้อละ 3 คะแนน รวม 75 คะแนน

- ถ้า A เป็นเซตของจำนวนเต็มที่สุดค้อยกับอสมการ $|3x - 11| \leq x - 3$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของเซต A
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์นี้เท่ากับ a และ b ตามลำดับ ถ้ามีนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์น้อยกว่า 20.6 คะแนน คิดเป็น 33% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และมีนักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า 45.2 คะแนน คิดเป็น 2.2% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แล้วสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้มีค่าตรงกับข้อใด

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้

						
z	-2.10	-0.82	-0.44	0.44	1.53	2.02
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.022	0.206	0.330	0.670	0.937	0.978

- 2.5
- 1.7
- 1
- 0.6
- 0.4

- รวมแนวข้อสอบ A-Level ครบ 9 วิชาหลัก มั่นใจเต็ม 100

9. ในจำนวนนักท่องเที่ยว 50 คน เป็นนักท่องเที่ยวชาวจีน 50% ชาวเกาหลี 15% ชาวญี่ปุ่น 20% และที่เหลือเป็นชาติอื่นๆ หากสุ่มถามนักท่องเที่ยว 2 คน ความน่าจะเป็นที่ได้นักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นอย่างน้อยหนึ่งคนเท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{76}{245}$ 2) $\frac{89}{245}$ 3) $\frac{95}{245}$
 4) $\frac{156}{245}$ 5) $\frac{165}{245}$

10. ร้อยละของผลคะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นไปตามตาราง ดังนี้

คะแนนสอบ (ร้อยละ)	ความถี่สะสม
51-60	4
61-70	10
71-80	16
81-90	27
91-100	30

ค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนกลุ่มนี้มีค่าเท่าใด

- 1) 74.5 2) 75.5 3) 76.5
 4) 77.5 5) 78.5
11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ และ C เป็นเมทริกซ์ขนาด 2×2 ถ้า $\det(AB^{-1}C) = 4$ แล้ว $\det(-2C^t)$ มีค่าตรงกับข้อใด
- 1) -8 2) -4 3) -2
 4) 4 5) 8

12. กำหนดให้ $A = \left\{ x \left| \frac{\sqrt{5}}{5} \left(25^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \right) + 5\sqrt{5} = 6 \left(5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \right) \right\}$ แล้วผลบวกของสมาชิกในเซต $\{x^2 \mid x \in A\}$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 1.25 2) 1.5 3) 2
 4) 2.25 5) 3

13. กำหนดให้ x เป็นคำตอบของสมการ $(\sqrt{3})^{x-2} \cdot (\sqrt{15})^{3x+2} = 75^{2x-1}$ แล้ว $5x$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
(กำหนดให้ $\log_5 3 = 0.68$)

- 1) 0.34 2) 1.28 3) 6.8
4) 7.36 5) 10.2

14. ข้อใดคือสมการวงรีที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(4, -1)$ และจุด $(-6, -1)$ และวงรีนี้ผ่านจุด $\left(2, \frac{7}{5}\right)$

- 1) $9x^2 + 25y^2 + 18x + 50y - 191 = 0$
2) $9x^2 + 25y^2 - 18x - 50y - 191 = 0$
3) $9x^2 + 25y^2 - 18x + 50y - 191 = 0$
4) $25x^2 + 9y^2 + 50x + 18y - 191 = 0$
5) $25x^2 + 9y^2 - 50x - 18y - 191 = 0$

15. กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในสองมิติ
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $\vec{u} + \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{u} - \vec{v}$ แล้ว $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

ข. ถ้า $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}|$ แล้ว $\vec{u}$ ตั้งฉากกับ $\vec{v}$

ค. ถ้า $\vec{u}$ ตั้งฉากกับ $\vec{v}$ แล้ว $|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2$

ง. $|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2 = 2\vec{u} \cdot \vec{v}$

แล้วจำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 0 2) 1 3) 2
4) 3 5) 4

16. กำหนดพาราโบลา P เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอด $(0, k)$ และมีสมการไตเรกตริกซ์ $y = k + 1$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงบวก และเส้นตรง L ผ่านจุดยอดและจุดตัดแกน X ของพาราโบลา P โดยที่เส้นตรง L มีความชันเป็นบวก ถ้าพื้นที่ระหว่างพาราโบลา P และเส้นตรง L ที่อยู่ในจุดภาคที่ 2 มีค่าเท่ากับ 9 ตารางหน่วย แล้ว k อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

- 1) $(-\infty, 4)$ 2) $(4, 7]$ 3) $(7, 10]$
4) $(11, 14]$ 5) $(14, \infty)$

20. กำหนดให้ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-4)^{20}}{(5-an)^5(n+7)^{15}} = -243$ เมื่อ a เป็นค่าคงตัว แล้ว a มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) -3 2) $-\frac{1}{3}$ 3) 0
4) $\frac{1}{3}$ 5) 3

21. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n(\sqrt{n^2-1}-n)} = -1$ แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{a})^n$ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ 3) $\frac{2}{\sqrt{2}}$
4) $\frac{1}{\sqrt{2}-2}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

22. ในการออกรางวัลสลากกินแบ่งรัฐบาล จะออกรางวัลทุกเดือน เดือนละ 2 งวด ในทุกวันที่ 1 และ 16 ของเดือน ซึ่งรางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะมีเพียงงวดละ 1 รางวัล ความน่าจะเป็นที่ผลการออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะเป็นเลขสองหลักที่ซ้ำกันจำนวน 3 งวด ใน 1 ปี มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) $\left(\frac{24}{3}\right)\left(\frac{1}{100}\right)^3\left(\frac{99}{100}\right)^{21}$
2) $\left(\frac{24}{3}\right)\left(\frac{1}{10}\right)^3\left(\frac{9}{10}\right)^{21}$
3) $\left(\frac{24}{3}\right)\left(\frac{1}{100}\right)^3\left(\frac{99}{100}\right)^9$
4) $\left(\frac{24}{3}\right)\left(\frac{1}{10}\right)^3\left(\frac{9}{10}\right)^9$
5) $\left(\frac{24}{3}\right)\left(\frac{1}{100}\right)^2\left(\frac{99}{100}\right)^{22}$

23. ในการเลือกตั้งคณะกรรมการนักเรียน ซึ่งประกอบไปด้วยตำแหน่งประธาน รองประธาน เลขานุการ และเหรัญญิก จากตัวแทนนักเรียน 5 ห้อง โดยแต่ละห้องต้องส่งนักเรียนมาเป็นตัวแทนห้องละ 2 คน เป็นนักเรียนชาย 1 คน เป็นนักเรียนหญิง 1 คน ความน่าจะเป็นที่ผู้ได้รับตำแหน่งเป็นผู้ชายไม่น้อยกว่าผู้หญิง และประธานต้องเป็นนักเรียนชายเป็นเท่าใด

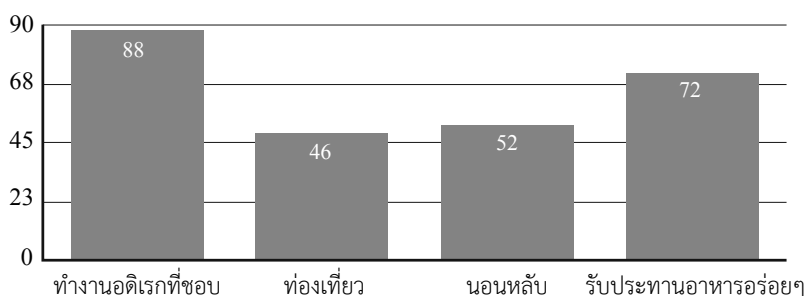
- 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{5}{42}$ 3) $\frac{19}{42}$
4) $\frac{17}{84}$ 5) $\frac{37}{84}$

24. กำหนดให้ $P(E)$ แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E และ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใดๆ ที่เป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ S

ถ้า $P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{4}$ และ $P(E_1' \cap E_2') = \frac{1}{5}$ แล้ว $P((E_1 - E_2) \cup (E_2 - E_1))$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{4}{5}$ 3) $\frac{3}{10}$
 4) $\frac{7}{20}$ 5) $\frac{11}{20}$

25. จากการสอบถามผู้คนในกรุงเทพฯ ถึงวิธีการพักผ่อนหลังจากการทำงาน จำนวน 225 คน ได้ผลสำรวจดังนี้



วิธีการพักผ่อน หลังจากการทำงานของผู้คนในกรุงเทพฯ

ถ้าได้ข้อมูลเพิ่มเติมดังต่อไปนี้

มีคนจำนวน 12 คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการท่องเที่ยวและนอนหลับ

มีคนจำนวน 10 คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการท่องเที่ยวและการรับประทานอาหารอร่อยๆ

มีคนจำนวน 19 คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการนอนหลับและการรับประทานอาหารอร่อยๆ

ไม่มีคนที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการทำงานอดิเรกที่ชอบ พร้อมกับการท่องเที่ยว การนอนหลับ และการรับประทานอาหารอร่อยๆ

แล้วมีคนทั้งหมดกี่คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนอย่างน้อย 2 วิธี

- 1) 8 คน 2) 17 คน 3) 25 คน
 4) 33 คน 5) 55 คน

ตอนที่ 2 ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ (ข้อที่ 26-30) ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

26. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ $a > b$ ถ้า $\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ แล้วค่าของ $\log_a(6a-b) + \log_a b$ มีค่าเท่าใด
27. กำหนดให้ $A = \left\{ |z|^2 |z + 1 + 8i| = |z|(1+i) \right\}$ แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ A มีค่าเท่าใด
28. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{21}$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และ $b_n = \frac{a_n + a_{n+1}}{2}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 20$ ถ้า $\sum_{n=1}^{20} b_n = 250$ แล้ว a_{21} มีค่าเท่าใด
29. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวด้าน AB, BC และ AC เป็น $2\sqrt{6}, 6$ และ $3\sqrt{2} + \sqrt{6}$ ตามลำดับ แล้วมุม C มีค่าเท่าใด
30. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่ง เรียงจากน้อยไปมากเป็นดังนี้ $a, 7, 10, 15, b$ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 11 และผลต่างระหว่างควอร์ไทล์ที่ 3 กับควอร์ไทล์ที่ 1 มีค่าเท่ากับ 10.5 แล้ว $a^2 + b^2$ มีค่าเท่าใด



ชุดที่

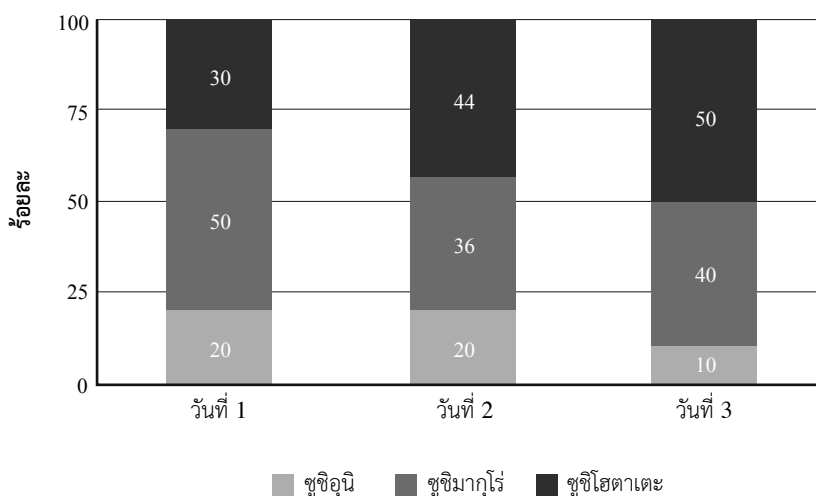
2

ข้อสอบ A-Level 61

Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 25 ข้อ
(ข้อที่ 1-25) ข้อละ 3 คะแนน รวม 75 คะแนน

1. ร้านอาหารญี่ปุ่นแห่งหนึ่งมีซูชิที่เป็นเมนูโปรโมชั่นอยู่ 3 เมนู ได้แก่ ซูชิอุนิ ซูชิมากุโร่ และซูชิโตะตะ โดยทางร้านเก็บข้อมูลการขายซูชิประเภทต่างๆ โดยนับจำนวนชิ้นของซูชิที่ขายได้ในแต่ละวัน เป็นระยะเวลา 3 วัน แสดงด้วยแผนภูมิแท่งได้ดังนี้



จากการเก็บข้อมูล พบว่า

ร้านอาหารญี่ปุ่นแห่งนี้ขายซูชิที่เป็นเมนูโปรโมชั่นได้ทั้งหมด 705 ชิ้น

ในวันที่ 2 ร้านอาหารญี่ปุ่นแห่งนี้ขายซูชิอุนิได้น้อยกว่าซูชิมากุโร่จำนวน 44 ชิ้น

ร้านอาหารญี่ปุ่นแห่งนี้ขายซูชิมากุโร่ในวันที่ 2 ได้มากกว่าซูชิโตะตะในวันที่ 3 อยู่ 76 ชิ้น

แล้วในวันที่ 1 ร้านอาหารญี่ปุ่นแห่งนี้ขายซูชิโตะตะได้มากกว่าซูชิอุนิอยู่กี่ชิ้น

- 1) 5 ชิ้น 2) 8 ชิ้น 3) 10 ชิ้น
4) 16 ชิ้น 5) 20 ชิ้น

2. ถ้าเส้นตรง $y + 3x - 5 = 0$ สัมผัสเส้นโค้ง $y = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + ax + 4$ ที่จุด $(-1, 8)$ แล้ว a มีค่าตรงกับข้อใด

 - 4
 - 1
 - 1
 - 4
 - 8

3. ถ้า C เป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดตัดของเส้นตรง $L_1 : 3x + 2y = -1$ และ $L_2 : x - 3y = 7$ และวงกลมตัดเส้นตรง L_2 ที่จุด $(4, -1)$ แล้วรัศมีของวงกลม C มีค่าเท่ากับเท่าใด

 - $\sqrt{8}$
 - $\sqrt{9}$
 - $\sqrt{10}$
 - $\sqrt{12}$
 - $\sqrt{14}$

4. ผลคูณของคำตอบทั้งหมดที่สอดคล้องสมการ $4\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{11-x^2}}\right) - \pi = 0$ มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

 - $[-10, 7]$
 - $[-7, 4]$
 - $[-4, -1]$
 - $[-1, 2]$
 - $[2, 5]$

5. กำหนดให้ $\vec{u}, \vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ในสามมิติ
ถ้า $\vec{u} \times \vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ แล้วเวกเตอร์ $\vec{w}$ ที่ทำให้ $\vec{u} \cdot (\vec{w} \times \vec{v})$ มีค่าน้อยที่สุดตรงกับข้อใด

 - $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$
 - $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$
 - $-\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$
 - $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$
 - $-\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

6. มีนักเรียนชาย 2 คน นักเรียนหญิง 3 คน และครู 2 คน จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนโดยไม่ให้ครู 2 คน อยู่ติดกันมีกี่วิธี

 - 1,200
 - 1,800
 - 2,400
 - 3,600
 - 4,800

7. ข้อใดเป็นเซตคำตอบของอสมการ $\frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$

 - $[-2, 1) \cup [3, \infty)$
 - $[-\infty, -2] \cup [1, \infty)$
 - $(-2, -1) \cup (1, \infty)$
 - $[-1, 1) \cup (2, \infty)$
 - $[-2, 1) \cup (2, \infty)$

14. กำหนดให้ X, Y และ Z เป็นจุดในระบบสองมิติ ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่มีจุด X, Y และ Z เป็นจุดยอดมีพื้นที่เท่ากับ 4 ตารางหน่วย ถ้า $|\overline{XY}| = 8$ และ $|\overline{XZ}| = \sqrt{5}$ แล้ว $\cos^2 \theta$ มีค่าเท่ากับเท่าใด เมื่อ θ แทนมุมระหว่างเวกเตอร์ $\overline{XY}$ และเวกเตอร์ $\overline{XZ}$

- 1) 0.2 2) 0.4 3) 0.6
4) 0.8 5) 1

15. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $(28)^x (49)^{\frac{1}{y}} = \frac{(\sqrt{14})^{x+y}}{7}$ แล้ว $x^2 - x$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $\frac{3}{4}$
4) $\frac{2}{5}$ 5) $\frac{3}{5}$

16. ผลคูณของคำตอบของสมการ $(2\log x + 1)^2 + \log(\sqrt{x})^8 = \log_{\sqrt{2}} 4^9 + 1$ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 1 2) 0.1 3) 0.01
4) 0.001 5) 0.0001

17. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x+3a} - 2\sqrt{x}}{\sqrt{2x+a} - \sqrt{3a}}$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 2) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 3) $-\frac{4\sqrt{3}}{4}$
4) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 5) $-3\sqrt{3}$

18. กำหนดสมการเส้นโค้งผ่านจุด (1, 1) และ (4, 3) โดยมีความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด x ใดๆ เท่ากับ $\frac{a}{\sqrt{x}}$ เมื่อ $x \neq 0$ แล้วสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $x = 16$ ตรงกับข้อใด

- 1) $y - 4x + 12 = 0$ 2) $y - 4x - 12 = 0$ 3) $4y + x - 12 = 0$
4) $4y - x + 12 = 0$ 5) $4y - x - 12 = 0$

19. เอกลักษณ์เงินจำนวนหนึ่งจากธนาคาร โดยผ่อนชำระคืนทุกเดือนเป็นเวลา 1 ปี ถ้าเขาชำระเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยให้กับธนาคาร เป็นจำนวนเงินเดือนละ 3,600 บาท โดยตลอดสัญญาธนาคารคิดดอกเบี้ยในอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี แบบทบต้นทุกเดือน เมื่อครบ 1 ปี เขาจะชำระเงินหมดพอดี แล้วจำนวนเงินต้นที่เอกลูกจากธนาคารเป็นเท่าใด

$$\begin{array}{lll} 1) 3,600 \left(\frac{1.005^{12} - 1}{1.005^{12}} \right) & 2) 720,000 \left(\frac{1.005^{12} - 1}{1.005^{12}} \right) & 3) 3,600 \left(\frac{1.005^{13} - 1}{1.005^{13}} \right) \\ 4) 720,000 \left(\frac{1.005^{13} - 1}{1.005^{13}} \right) & 5) 3,600 \left(\frac{1.005^{12} - 1}{1.005} \right) & \end{array}$$

20. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม r ซึ่ง $r < 0$

ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 320$ และ $\sum_{i=1}^{10} (a_i - 31)^2$ มีค่าน้อยที่สุด แล้วลำดับในข้อใดต่อไปนี้ มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ r

$$\begin{array}{l} 1) 1, \sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, 9, \dots \\ 2) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots \\ 3) 1, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{9}, \frac{1}{9}, \dots \\ 4) \sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \dots \\ 5) -4, 2\sqrt{2}, -2, \sqrt{2}, -1, \dots \end{array}$$

21. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง โดยที่ $|a| > 1$ และ $|b| < 1$

ถ้า $A_n = 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \dots + \frac{1}{a^n}$ และ $B_n = 1 + b + b^2 + \dots + b^n$

แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n}$ มีค่าตรงกับข้อใด

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{1-b}{a-1} & 2) \frac{a(1-b)}{a-1} & 3) \frac{a(1-a)}{b-1} \\ 4) \frac{a}{(a-1)(1-b)} & 5) \frac{b}{(a-1)(1-b)} & \end{array}$$

22. ในการทำข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบแบบ 5 ตัวเลือก มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว จำนวน 20 ข้อ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะสอบได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ 90 มีค่าเท่าใด

1) $\frac{3,121}{5^{20}}$

2) $\frac{3,061}{5^{20}}$

3) $\frac{1,541}{5^{20}}$

4) $\frac{1,221}{5^{20}}$

5) $\frac{401}{5^{20}}$

23. ถ้าไฮเพอร์โบลารูปหนึ่งมีจุดยอดทั้งสองจุดอยู่บนจุดยอดและจุดโฟกัสของพาราโบลา $y^2 - 24x - 2y - 23 = 0$ และจุดปลายแกนสังยุคด้านหนึ่งตัดกับสมการเส้นตรง $y = 2x - 1$ แล้วระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองมีค่าเท่าใด

1) $2\sqrt{13}$

2) $2\sqrt{7}$

3) $2\sqrt{5}$

4) 10

5) 8

24. ค่าของ $\left(\frac{\sec 40^\circ - 1}{\sec 80^\circ - 1} \right) \left(\frac{\tan 80^\circ}{\tan 20^\circ} \right)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) $\frac{1}{2}$

2) 0

3) 1

4) $\sqrt{2}$

5) $\sqrt{3}$

25. กำหนดข้อมูลชุดหนึ่ง ดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่
6-8	2
9-11	a
12-14	9
15-17	5
18-20	1

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 13 แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 2

2) 3

3) 5

4) 7

5) 9

ตอนที่ 2 ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ (ข้อที่ 26-30) ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

26. รากของสมการ $\log_2(x+2) + \log_4(x^2 - 8x + 16) = \frac{1}{\log_7 2}$ มีค่าเท่าใด

27. กำหนดให้ $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 9$ เมื่อหาร $P(x)$ ด้วย $x + 1$ ลงตัว และเมื่อหาร $P(x)$ ด้วย $x - 2$ เหลือเศษ 3 แล้ว $a - 2b$ มีค่าเท่าใด

28. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริงไปยังเซตของจำนวนจริง โดยที่ $g(x) = 3x - 1$

และ $g(f(x)) = -9x^2 + 3x + 14$ แล้ว $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(-1)}{h}$ มีค่าเท่าใด

29. กำหนดให้ $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & b & b \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \right\}$ ถ้าสุ่มหยิบ 1 เมทริกซ์จากเซต S และ
ความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ที่เป็นเมทริกซ์เอกฐานเท่ากับ $\frac{x}{y}$ เมื่อ ห.ร.ม. ของ x และ y เท่ากับ 1
แล้ว $x + y$ มีค่าเท่าใด

30. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งซึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีนาย ก และนาย ข เป็นนักเรียน
ห้องนี้ด้วย ถ้านาย ก สอบได้คะแนน 90 คะแนน ซึ่งคิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 1 และนาย ข สอบได้ 45
คะแนน ซึ่งคิดเป็นค่ามาตรฐาน เท่ากับ -0.5 แล้วสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบของนักเรียน
ในห้องนี้เท่ากับเท่าใด

ชุดที่

1

เฉลยข้อสอบ A-Level 61 Math 1 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1



ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 25 ข้อ
(ข้อที่ 1-25) ข้อละ 3 คะแนน รวม 75 คะแนน

ข้อ	เฉลย	ข้อ	เฉลย	ข้อ	เฉลย	ข้อ	เฉลย	ข้อ	เฉลย
1.	❶	6.	❺	11.	❶	16.	❸	21.	❶
2.	❺	7.	❸	12.	❶	17.	❹	22.	❷
3.	❷	8.	❹	13.	❹	18.	❸	23.	❺
4.	❶	9.	❷	14.	❶	19.	❺	24.	❺
5.	❸	10.	❸	15.	❷	20.	❹	25.	❸

1. เฉลย 1)

เนื่องจาก ถ้า $|x| \leq a$ แล้ว $-a \leq x \leq a$

จากอสมการ $|3x - 11| \leq x - 3$

จะได้ว่า $-(x - 3) \leq 3x - 11 \leq x - 3$

พิจารณา

$$\begin{array}{l|l}
 -x + 3 \leq 3x - 11 & 3x - 11 \leq x - 3 \\
 14 \leq 4x & 2x \leq 8 \\
 3.5 \leq x & x \leq 4
 \end{array}$$

ดังนั้น $3.5 \leq x \leq 4$ เพราะฉะนั้น $A = \{4\}$ นั่นคือ $4 \in A$

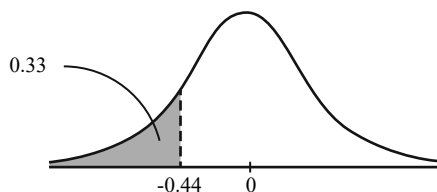
2. เฉลย 5)

จากโจทย์จะได้ $\mu = a$ และ $\sigma = b$

พิจารณานักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์น้อยกว่า 20.6 คะแนน

สมมติให้คะแนน 20.6 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐาน z_1

จะได้พื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของ z_1 เท่ากับ $33\% = 0.33$ ดังรูป



จากตาราง จะได้ $z_1 = -0.44$

ดังนั้น

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma}$$

$$-0.44 = \frac{20.6 - a}{b}$$

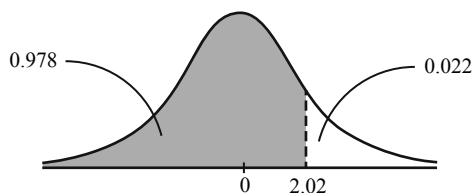
$$-0.44b = 20.6 - a \quad \dots\dots\dots (1)$$

พิจารณานักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า 45.2 คะแนน

สมมติให้คะแนน 45.2 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐาน z_2

จะได้พื้นที่ใต้เส้นโค้งด้านขวาของ z_2 เท่ากับ $2.2\% = 0.022$

เพราะฉะนั้นพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของ z_2 เท่ากับ $1 - 0.022 = 0.978$ ดังรูป



จากตาราง จะได้ $z_2 = 2.02$

ดังนั้น

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

$$2.02 = \frac{45.2 - a}{b}$$

$$2.02b = 45.2 - a \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{นำสมการ (2) - (1) จะได้} \quad 2.02b - (-0.44b) = (45.2 - a) - (20.6 - a)$$

$$2.46b = 24.6$$

$$b = 10$$

$$\text{แทน } b = 10 \text{ ในสมการ (2) จะได้} \quad 2.02(10) = 45.2 - a$$

$$20.2 = 45.2 - a$$

$$a = 25$$

เพราะฉะนั้นสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้

$$\text{เท่ากับ } \frac{\sigma}{\mu} = \frac{b}{a} = \frac{10}{25} = 0.4$$

3. เฉลย 2)

$$\log 8 + \log 200 + \log_{\frac{1}{10}} 1.6 = \log 8 + \log 200 + \log_{10^{-1}} 1.6$$

$$= \log 8 + \log 200 - \log 1.6$$

$$= \log \frac{8 \times 200}{1.6}$$

$$= \log 1,000$$

$$= \log 10^3$$

$$= 3 \log 10$$

$$= 3$$

4. เฉลย 1)

$$\text{จะได้ว่า} \quad S = \sum_{n=1}^{2020} (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$= 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2019 - 2020$$

$$= (1 + 3 + 5 + \dots + 2019) - (2 + 4 + 6 + \dots + 2020)$$

จะเห็นว่า $1 + 3 + 5 + \dots + 2019$ และ $2 + 4 + 6 + \dots + 2020$ ต่างก็เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม $d = 2$

$$\text{จาก} \quad S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$S = (1 + 3 + 5 + \dots + 2019) - (2 + 4 + 6 + \dots + 2020)$$

$$= \left(\frac{1010}{2} \times (1 + 2019) \right) - \left(\frac{1010}{2} \times (2 + 2020) \right)$$

$$= (505 \times 2020) - (505 \times 2022)$$

$$= 505(2020 - 2022)$$

$$= 505(-2)$$

$$= -1010$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } i^S = i^{-1010} = \frac{1}{i^{1010}} = \frac{1}{i^2} = \frac{1}{-1} = -1$$

5. เฉลย 3)

สังเกตได้ว่า เมื่อแทน $x = 2$ ใน $\frac{x+2}{\sqrt{6+x}-\sqrt{2-x}}$ จะอยู่ในรูป $\frac{0}{0}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{\sqrt{6+x}-\sqrt{2-x}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2}{\sqrt{6+x}-\sqrt{2-x}} \right) \left(\frac{\sqrt{6+x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{6+x}+\sqrt{2-x}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(\sqrt{6+x}+\sqrt{2-x})}{\sqrt{6+x}^2 - \sqrt{2-x}^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(\sqrt{6+x}+\sqrt{2-x})}{(6+x)-(2-x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(\sqrt{6+x}+\sqrt{2-x})}{2x+4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x+2)}(\sqrt{6+x}+\sqrt{2-x})}{2\cancel{(x+2)}} \\ &= \frac{\sqrt{6+(-2)}+\sqrt{2-(-2)}}{2} \\ &= \frac{2+2}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

6. เฉลย 5)

เนื่องจาก $\det(kA) = k^n \det A$ เมื่อ A มีมิติ $n \times n$

$$\text{ดังนั้น } \det(2A) = 16$$

$$2^3 \det A = 16$$

$$\det A = 2$$

เนื่องจาก $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$ เมื่อ $\det A \neq 0$

ดังนั้น

$$\det(B^{-1}) = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{\det B} = \frac{1}{10}$$

$$\det B = 10$$

เนื่องจาก $\det(AB) = \det A \det B$ และ $\det(A^t) = \det A$

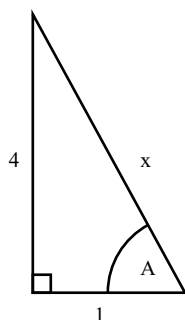
$$\text{จะได้ว่า } \det(B^t A^{-1}) = \det B^t \det A^{-1} = \det B \left(\frac{1}{\det A} \right) = \frac{10}{2} = 5$$

7. เฉลย 3)

กำหนดให้ $A = \arctan 4$ และ $B = \arccos \frac{2}{\sqrt{13}}$

$$\text{จะได้ว่า } \tan A = \tan(\arctan 4) = 4 \text{ และ } \cos B = \cos\left(\arccos \frac{2}{\sqrt{13}}\right) = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

จากข้อมูลข้างต้นนำมาวาดรูปสามเหลี่ยม จะได้

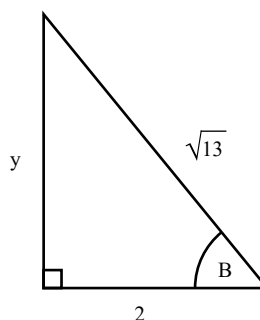


$$4^2 + 1^2 = x^2$$

$$16 + 1 = x^2$$

$$x^2 = 17$$

$$x = \sqrt{17}$$



$$y^2 + 2^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$y^2 + 4 = 13$$

$$y^2 = 9$$

$$y = 3$$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } \tan\left(\arctan 4 - \arccos \frac{2}{\sqrt{13}}\right) &= \tan(A - B) \\
 &= \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} \\
 &= \frac{4 - \frac{3}{2}}{1 + 4\left(\frac{3}{2}\right)} \\
 &= \frac{8 - 3}{1 + 6} \\
 &= \frac{5}{14}
 \end{aligned}$$

8. เฉลย 4)

เนื่องจาก $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ทำมุมกับ 60° จะได้ว่า $\theta = 60^\circ$

$$\text{จากสูตร } \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta \text{ และ } \vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{จะได้ } |\vec{u}||\vec{v}| \cos 60^\circ = 2\sqrt{5}$$

$$|\vec{u}||\vec{v}| \frac{1}{2} = 2\sqrt{5}$$

$$|\vec{u}||\vec{v}| = 4\sqrt{5}$$

$$\text{จากสูตร } |\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin \theta \text{ และ } |\vec{u}||\vec{v}| = 4\sqrt{5}$$

$$\text{จะได้ } |\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2 \sin^2 \theta$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = (|\vec{u}||\vec{v}|)^2 \sin^2 60^\circ$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = (4\sqrt{5})^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = (16 \cdot 5) \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = 60$$

9. เฉลย 2)

จากโจทย์ในจำนวนนักท่องเที่ยว 50 คน เป็นนักท่องเที่ยวชาวจีน 50% ชาวเกาหลี 15% ชาวญี่ปุ่น 20% และที่เหลือเป็นชาติอื่นๆ

สุ่มถามนักท่องเที่ยว 2 คน จากนักท่องเที่ยวทั้งหมด 50 คน จะได้ว่า

$$n(S) = C_{50,2} = \frac{50!}{2!(50-2)!} = 1,225$$

มีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่น 20% คิดเป็น $\frac{20}{100} \times 50 = 10$ คน

ดังนั้น มีนักท่องเที่ยวที่ไม่ใช่ชาวญี่ปุ่น $50 - 10 = 40$ คน

จำนวนวิธีที่จะได้นักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นอย่างน้อยหนึ่งคน

= จำนวนวิธีทั้งหมด - จำนวนวิธีที่ไม่มีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่น

$$= C_{50,2} - C_{40,2}$$

$$= 1,225 - 780$$

$$= 445 \text{ คน}$$

จะได้ว่า $n(E) = 445$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้นักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นอย่างน้อยหนึ่งคนคือ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{445}{1,225} = \frac{89}{245}$$

10. เฉลย 3)

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลแบบแจกแจงความถี่ จาก $\bar{x} = a + I \left[\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i}{N} \right]$

เมื่อ a แทน จุดกึ่งกลางชั้นที่มีความถี่สูงสุด

I แทน ความกว้างของอันตรภาคชั้น

f_i แทน ความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น

$$d_i = \frac{x_i - a}{I}$$

(หรือจำง่ายๆ ว่า การหาค่า d_i เราจะกำหนดให้อันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุดมีค่า $d_i = 0$ และในอันตรภาคชั้นถัดไปที่ต่ำกว่าจะมีค่า d_i เป็น $-1, -2, -3, \dots$, ตามลำดับ ส่วนอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าจะมีค่า d_i เป็น $1, 2, 3, \dots$, ตามลำดับ)

คะแนนสอบ (ร้อยละ)	ความถี่สะสม	ความถี่ (f_i)	d_i	$f_i d_i$
51-60	4	4	-3	-12
61-70	10	6	-2	-12
71-80	16	6	-1	-6
81-90	27	11	0	0
91-100	30	3	1	3
		$N = 30$		$\sum_{i=1}^5 f_i d_i = -27$

$$\text{ดังนั้น} \quad \bar{x} = 85.5 + 10 \left(\frac{-27}{30} \right)$$

$$\bar{x} = 85.5 - 9$$

$$\bar{x} = 76.5$$

11. เฉลย 1)

ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว

1. $\det A^t = \det A$
2. $\det cA = c^n \det A$
3. $\det AB = \det A \det B$
4. $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$ เมื่อ $\det A \neq 0$

$$\text{จาก} \quad \det (AB^{-1}C) = 4$$

$$\det A \det B^{-1} \det C = 4$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \det A \cdot \frac{1}{\det B} \cdot \det C = 4 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{พิจารณาเมทริกซ์ A และ B จะได้} \quad \det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (-4) = 10$$

$$\text{และ} \quad \det B = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 7 - 12 = -5$$

$$\text{แทนค่า } \det A = 10 \text{ และ } \det B = -5 \text{ ในสมการที่ (1) จะได้} \quad 10 \cdot \frac{1}{-5} \cdot \det C = 4$$

$$-2 \cdot \det C = 4$$

$$\det C = -2$$

$$\text{เพราะฉะนั้น} \quad \det (-2C^t) = (-2)^2 \det C = 4(-2) = -8$$

12. เฉลย 1)

$$\begin{aligned}\text{จากโจทย์จะได้ว่า } \frac{\sqrt{5}}{5} \left(25^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \right) + 5\sqrt{5} &= 6 \left(5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \right) \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \left(5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \right)^2 + 5\sqrt{5} &= 6 \left(5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \right) \quad \dots\dots\dots (1)\end{aligned}$$

$$\text{กำหนดให้ } A = 5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} \text{ จากสมการ (1) จะได้ว่า } \frac{\sqrt{5}}{5} A^2 + 5\sqrt{5} = 6A \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{นำ } \frac{5}{\sqrt{5}} \text{ คูณสมการ (2) จะได้ว่า } \left(\frac{5}{\sqrt{5}} \right) \left(\frac{\sqrt{5}}{5} A^2 + 5\sqrt{5} \right) = \left(\frac{5}{\sqrt{5}} \right) 6A$$

$$A^2 + 25 = 6\sqrt{5}A$$

$$A^2 - 6\sqrt{5}A + 25 = 0$$

$$(A - 5\sqrt{5})(A - \sqrt{5}) = 0$$

$$A = 5\sqrt{5}, \sqrt{5}$$

ดังนั้น

$$A = 5\sqrt{5}$$

หรือ

$$A = \sqrt{5}$$

$$5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} = 5^{\frac{3}{2}}$$

$$5^{\left| 2x - \frac{1}{2} \right|} = 5^{\frac{1}{2}}$$

$$\left| 2x - \frac{1}{2} \right| = \frac{3}{2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left| 2x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

เนื่องจาก ถ้า $|x| = a$ แล้ว $x = a$ หรือ $x = -a$ และจากสมการ (3) จะได้

$$2x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

หรือ

$$2x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$2x = 2$$

$$2x = -1$$

$$x = 1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

จากสมการ (4) จะได้

$$2x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{หรือ} \quad 2x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$2x = 1$$

$$2x = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0$$

$$\text{ดังนั้น } A = \left\{ -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1 \right\}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } \{x^2 \mid x \in A\} = \left\{ \left(-\frac{1}{2}\right)^2, 0^2, \left(\frac{1}{2}\right)^2, 1^2 \right\} = \left\{ \frac{1}{4}, 0, 1 \right\}$$

$$\text{นั่นคือ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต } \left\{ \frac{1}{4}, 0, 1 \right\} \text{ เท่ากับ } \frac{1}{4} + 0 + 1 = 1.25$$

13. เฉลย 4)

$$\text{จะได้ว่า } (\sqrt{3})^{x-2} \cdot (\sqrt{15})^{3x+2} = 75^{2x-1}$$

$$3^{\frac{x-2}{2}} (3 \cdot 5)^{\frac{3x+2}{2}} = (5^2 \cdot 3)^{2x-1}$$

$$3^{\frac{x-2}{2}} \cdot 3^{\frac{3x+2}{2}} \cdot 5^{\frac{3x+2}{2}} = (5^2)^{2x-1} \cdot 3^{2x-1}$$

$$3^{\frac{x-2+3x+2}{2}} \cdot 5^{\frac{3x+2}{2}} = 5^{4x-2} \cdot 3^{2x-1}$$

$$3^{2x} \cdot 5^{\frac{3x+2}{2}} = 5^{4x-2} \cdot 3^{2x-1}$$

$$\frac{5^{\frac{3x+2}{2}}}{5^{4x-2}} = \frac{3^{2x-1}}{3^{2x}}$$

$$5^{\left(\frac{3x+2}{2}\right) - (4x-2)} = 3^{2x-1-2x}$$

$$5^{\left(\frac{3x+2-8x+4}{2}\right)} = 3^{-1}$$

$$5^{\frac{-5x}{2}+3} = 3^{-1}$$

$$\text{Take ลอการิทึมฐาน 5 ทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า } \log_5 \left(5^{\frac{-5x}{2}+3} \right) = \log_5 3^{-1}$$

$$\left(\frac{-5x}{2} + 3\right) \log_5 5 = -\log_5 3$$

$$-\frac{5x}{2} + 3 = -\log_5 3$$

เนื่องจาก $\log_5 3 = 0.68$ จะได้ว่า $-\frac{5x}{2} + 3 = -0.68$

$$-\frac{5x}{2} = -3.68$$

$$5x = 7.36$$

14. เฉลย 1)

สมการวงรีรูปมาตรฐานที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X (วงรีแนวนอน)

คือ $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

เนื่องจากสมการวงรีที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(4, -1)$ และจุด $(-6, -1)$

ดังนั้น จุดศูนย์กลาง (h, k) คือ จุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(4, -1)$ และจุด $(-6, -1)$

$$\text{จาก } (h, k) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{4 + (-6)}{2}, \frac{(-1) + (-1)}{2}\right) = (-1, -1)$$

จากความยาวแกนเอกเท่ากับ $2a$ จะได้ว่า $2a = |x_1 - x_2| = |4 - (-6)| = 10$ ดังนั้น $a = 5$

แทน $a = 5$ และ $(h, k) = (-1, -1)$ ลงในสมการวงรี

จะได้ $\frac{(x+1)^2}{5^2} + \frac{(y+1)^2}{b^2} = 1$ (1)

เนื่องจากจุด $\left(2, \frac{7}{5}\right)$ เป็นจุดบนวงรี

จะได้ว่า $\frac{(2+1)^2}{5^2} + \frac{\left(\frac{7}{5}+1\right)^2}{b^2} = 1$

$$\frac{9}{25} + \frac{\frac{144}{25}}{b^2} = 1$$

$$\frac{\frac{144}{25}}{b^2} = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\frac{\frac{144}{25}}{b^2} = \frac{16}{25}$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{16}{25} \times \frac{25}{144}$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{1}{9}$$

$$b = 3$$

แทนค่า $b = 3$ ในสมการ (1) จะได้ $\frac{(x+1)^2}{5^2} + \frac{(y+1)^2}{3^2} = 1$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{25} + \frac{y^2 + 2y + 1}{9} = 1$$

$$9x^2 + 18x + 9 + 25y^2 + 50y + 25 = 225$$

$$9x^2 + 25y^2 + 18x + 50y - 191 = 0$$

15. เฉลย 2)

☀ พิจารณา ก. กล่าวถูกต้อง

เนื่องจาก $\vec{u} + \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{u} - \vec{v}$ จะได้ว่า $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$

$$|\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 = 0$$

$$|\vec{u}|^2 = |\vec{v}|^2$$

$$|\vec{u}| = |\vec{v}|$$

☀ พิจารณา ข. กล่าวผิด

เนื่องจาก $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|$ จะได้ว่า $||\vec{u}||\vec{v}|\cos \theta| = |\vec{u}||\vec{v}|$

$$|\vec{u}||\vec{v}|\cos \theta = |\vec{u}||\vec{v}|$$

$$|\cos \theta| = 1$$

$$\cos \theta = 1, -1$$

$$\theta = 0, \pi$$

ดังนั้น เวกเตอร์ $\vec{u}$ และเวกเตอร์ $\vec{v}$ ขนานกัน

☀ พิจารณา ค. กล่าวผิด เนื่องจากเวกเตอร์ $\vec{u}$ และเวกเตอร์ $\vec{v}$ ตั้งฉากกัน จะได้ว่า $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$$\text{ดังนั้น } |\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2$$

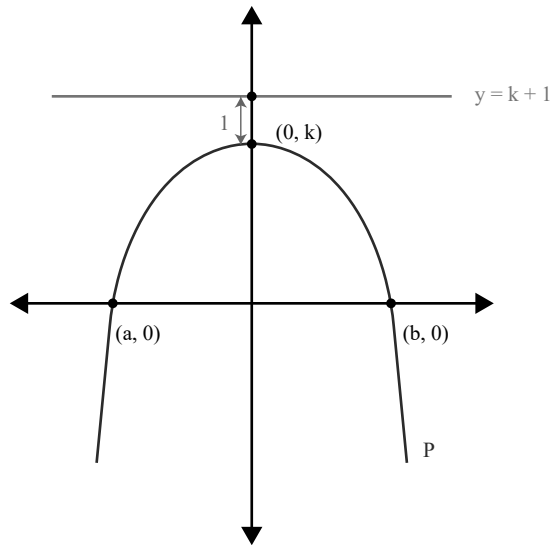
☀ พิจารณา ง. กล่าวผิด เนื่องจาก $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$

$$\text{และ } |\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

$$\text{จะได้ว่า } |\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2 = 4\vec{u} \cdot \vec{v}$$

16. เฉลย 3)

พาราโบลา P เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอด $(0, k)$ และมีสมการไตเรกตริกซ์ $y = k + 1$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงบวก จะได้ว่า เส้นไตเรกตริกซ์อยู่เหนือจุดยอดของพาราโบลา P ดังนั้น พาราโบลา P เป็นพาราโบลาคว่ำ และกำหนดให้พาราโบลาดัดแกน X ที่จุด $(a, 0)$ และ $(b, 0)$ ดังรูป



รูปมาตรฐานของสมการพาราโบลา P ที่เป็นพาราโบลาคว่ำและมีจุดยอดอยู่ที่ (h, k) และระยะโฟกัสเท่ากับ c หน่วย คือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ เมื่อ $c < 0$

เนื่องจากพาราโบลา P เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอด $(0, k)$ และมีสมการไตเรกตริกซ์ $y = k + 1$ ดังนั้น $c = -1$ จะได้สมการพาราโบลา P ดังนี้

$$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$

$$(x - 0)^2 = 4(-1)(y - k)$$

$$x^2 = -4(y - k)$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + k \quad \dots\dots\dots (1)$$

เนื่องจากพาราโบลา P ผ่านจุด $(a, 0)$ และสมการ (1) ดังนั้น

$$0 = -\frac{1}{4}a^2 + k$$

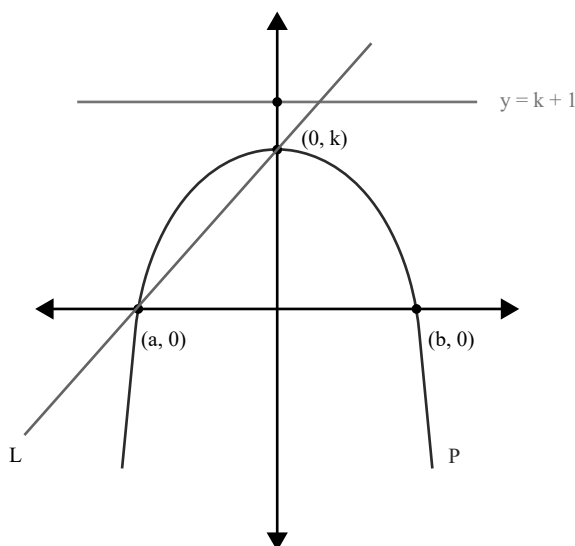
$$k = \frac{a^2}{4}$$

$$a^2 = 4k$$

$$a = 2\sqrt{k}, -2\sqrt{k}$$

เนื่องจาก $a < 0$ ดังนั้น $a = -2\sqrt{k}$ (2)

เนื่องจากเส้นตรง L ผ่านจุดยอดและจุดตัดแกน X ของพาราโบลา P โดยที่เส้นตรง L มีความชันเป็นบวก ดังนั้น เส้นตรง L ตัดแกน X ที่จุด $(a, 0)$ ดังรูป



รูปมาตรฐานของสมการเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ m คือ $y = mx + d$

เนื่องจากเส้นตรงผ่านจุดยอด $(0, k)$ และจุด $(a, 0)$ จะได้ว่า

$$k = m(0) + d$$

$$k = d$$

..... (3)

$$0 = m(a) + d$$

$$-ma = d$$

..... (4)

จากสมการ (3) และ (4) จะได้ว่า

$$-ma = k$$

$$m = -\frac{k}{a}$$

..... (5)

จากสมการ (2) แทนค่า $a = -2\sqrt{k}$ ในสมการ (5)

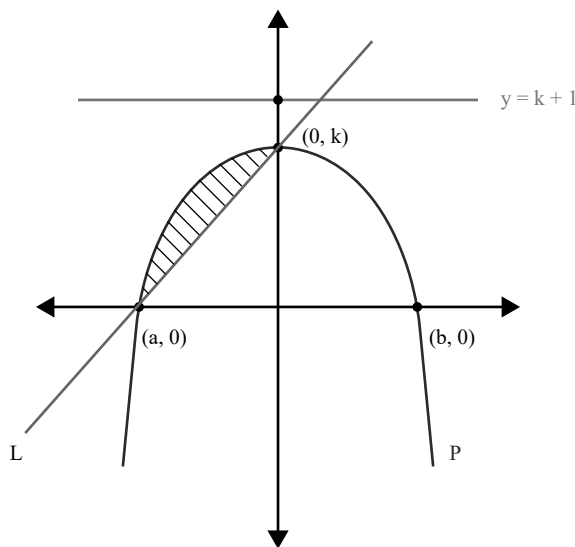
$$\text{จะได้ } m = -\frac{k}{a} = -\frac{k}{-2\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{k}}{2}$$

..... (6)

จากสมการ (3) และสมการ (6) จะได้สมการเส้นตรงคือ

$$y = mx + d = \frac{\sqrt{k}}{2}x + k \quad \dots\dots\dots (7)$$

เนื่องจากพื้นที่ระหว่างพาราโบลา P (สมการ (1)) และเส้นตรง L (สมการ (7)) ที่อยู่ในจุดภาคที่ 2 ตั้งแต่ $x = a = -2\sqrt{k}$ ถึง $x = 0$ มีค่าเท่ากับ 9 ตารางหน่วย



$$\begin{aligned} \text{เพราะฉะนั้น} \quad 9 &= \int_{-2\sqrt{k}}^0 \left(-\frac{1}{4}x^2 + k \right) - \left(\frac{\sqrt{k}x}{2} + k \right) dx \\ 9 &= \int_{-2\sqrt{k}}^0 \left(-\frac{1}{4}x^2 + k - \frac{\sqrt{k}}{2}x - k \right) dx \\ 9 &= \int_{-2\sqrt{k}}^0 \left(-\frac{1}{4}x^2 - \frac{\sqrt{k}}{2}x \right) dx \\ 9 &= \left[-\frac{x^3}{12} - \frac{\sqrt{k}x^2}{4} \right]_{-2\sqrt{k}}^0 \\ 9 &= \left(\frac{-(0)^3}{12} - \frac{\sqrt{k}(0)^2}{4} \right) - \left(\frac{-(-2\sqrt{k})^3}{12} - \frac{\sqrt{k}(-2\sqrt{k})^2}{4} \right) \\ \frac{-2k\sqrt{k}}{3} + k\sqrt{k} &= 9 \\ \frac{k\sqrt{k}}{3} &= 9 \\ k\sqrt{k} &= 27 \end{aligned}$$

$$k^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$k = 9$$

ดังนั้น $k = 9 \in (7, 10]$

17. เฉลย 4)

เนื่องจากสมการเส้นตรงตัดกับสมการเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $x = 1$ และ $x = -1$

นั่นคือ เส้นตรงผ่านจุด $(1, f(1))$ และ $(-1, f(-1))$

เนื่องจากฟังก์ชัน g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกจุดบนช่วง $(-2, \infty)$

ดังนั้น ฟังก์ชัน g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $x = 1$ และ $x = -1$

$$\text{จะได้ว่า } \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = g(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) \text{ และ } \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = g(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$$

พิจารณาที่จุด $x = 1$ จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = g(1)$ เนื่องจาก x เข้าใกล้ 1 ทางขวา

$$\text{จะได้ว่า } g(x) = \frac{|1-x|}{1-x^2}$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = g(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|1-x|}{1-x^2} = f(1)$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(1-x)}{1-x^2}$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{-(1-x)}}{\cancel{(1-x)}(1+x)}$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{1+x}$$

$$f(1) = -\frac{1}{1+1}$$

$$f(1) = -\frac{1}{2}$$

พิจารณาที่จุด $x = -1$ จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = g(-1)$ เนื่องจาก x เข้าใกล้ -1 ทางซ้าย

$$\text{จะได้ว่า } g(x) = \frac{1-\sqrt{x+2}}{x^2+x}$$

ดังนั้น $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = g(-1)$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1 - \sqrt{x+2}}{x^2 + x} = f(-1)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1 - \sqrt{x+2}}{x^2 + x}$$

(เมื่อแทน $x = -1$ ใน $\frac{1 - \sqrt{x+2}}{x^2 + x}$ จะอยู่ในรูป $\frac{0}{0}$)

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(\frac{1 - \sqrt{x+2}}{x^2 + x} \right) \left(\frac{1 + \sqrt{x+2}}{1 + \sqrt{x+2}} \right)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(\frac{1^2 - (\sqrt{x+2})^2}{(x^2 + x)(1 + \sqrt{x+2})} \right)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(\frac{1 - (x+2)}{(x^2 + x)(1 + \sqrt{x+2})} \right)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(\frac{-x - 1}{(x^2 + x)(1 + \sqrt{x+2})} \right)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(\frac{-(x+1)}{x(x+1)(1 + \sqrt{x+2})} \right)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-\frac{1}{x(1 + \sqrt{x+2})} \right)$$

$$f(-1) = -\frac{1}{(-1)(1 + \sqrt{-1+2})}$$

$$f(-1) = \frac{1}{2}$$

จากสมการ (1) จะได้ว่า เส้นตรงผ่านจุด $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ และ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

กำหนดให้สมการเส้นตรงคือ $y = mx + c$

จะได้ความชันของเส้นตรง (m) เท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{-1 - 1} = -\frac{1}{2}$

แทนค่า $m = -\frac{1}{2}$ และจุด $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ในสมการเส้นตรง $y = mx + c$

จะได้ว่า
$$-\frac{1}{2} = \left(-\frac{1}{2}\right)(1) + c$$

$$c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$c = 0$$

เพราะฉะนั้น สมการเส้นตรงที่ตัดกับฟังก์ชัน f ที่จุด $x = 1$ และ $x = -1$ คือ $y = -\frac{1}{2}x$ หรือ $2y + x = 0$

☼ พิจารณาตัวเลือกที่ 1) ถ้า $x = 0$ จะได้ $y = -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}(0) = 0$

ดังนั้น จุด $(0, -3)$ ไม่อยู่บนเส้นตรง L

☼ พิจารณาตัวเลือกที่ 2) ถ้า $x = 0.5$ จะได้ $y = -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}(0.5) = -0.25$

ดังนั้น จุด $(0.5, -1)$ ไม่อยู่บนเส้นตรง L

☼ พิจารณาตัวเลือกที่ 3) ถ้า $x = -3$ จะได้ $y = -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}(-3) = 1.5$

ดังนั้น จุด $(-3, -1)$ ไม่อยู่บนเส้นตรง L

☼ พิจารณาตัวเลือกที่ 4) ถ้า $x = -2$ จะได้ $y = -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}(-2) = 1$

ดังนั้น จุด $(-2, 1)$ อยู่บนเส้นตรง L

☼ พิจารณาตัวเลือกที่ 5) กล่าวผิด ถ้า $x = -4$ จะได้ $y = -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}(-4) = 2$

ดังนั้น จุด $(-4, -2)$ ไม่อยู่บนเส้นตรง L

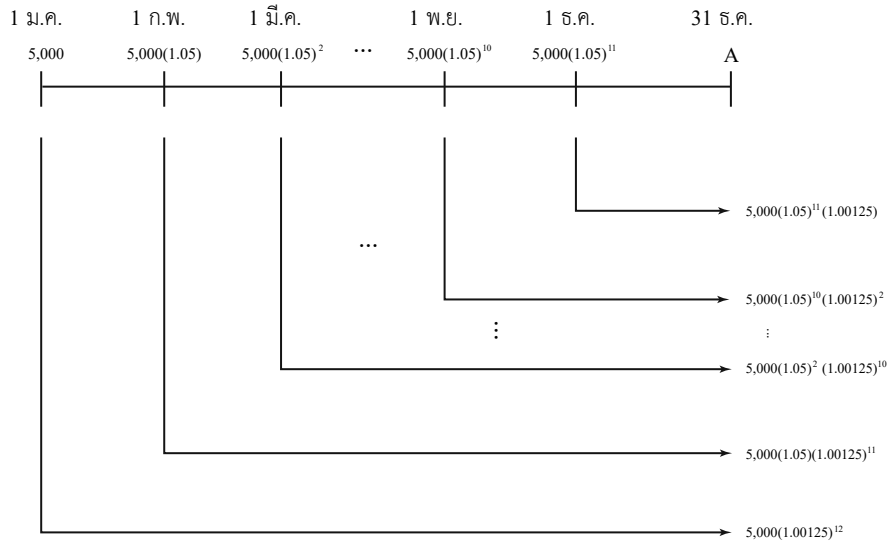
18. เฉลย 3)

จำนวนเงินที่ฝากในแต่ละเดือน จะเพิ่มขึ้นร้อยละ 5 ของเดือนก่อนหน้า ซึ่งจะเป็นลำดับเรขาคณิต ดังนี้

$$5,000, 5,000(1.05), 5,000(1.05)^2, 5,000(1.05)^3, \dots, 5,000(1.05)^{11}$$

อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1.5 ต่อปี คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน แสดงว่า ใน 1 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 12 ครั้ง โดยแต่ละครั้ง จะคิดอัตราดอกเบี้ย $\frac{0.015}{12} = 0.00125$

ให้ A แทน เงินฝากรวม ณ วันที่ 31 ธันวาคม



$$A = 5,000(1.00125)^{12} + 5,000(1.05)(1.00125)^{11} + 5,000(1.05)^2(1.00125)^{10} + \dots$$

$$+ 5,000(1.05)^9(1.00125)^3 + 5,000(1.05)^{10}(1.00125)^2 + 5,000(1.05)^{11}(1.00125)$$

$$A = \sum_{n=1}^{12} 5,000(1.05)^{n-1}(1.00125)^{13-n}$$

19. เฉลย 5)

จากการดำเนินการตามแถว

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & a \\ -1 & -1 & 2 & b \\ 6 & 3 & 1 & c \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{array} \right]$$

จะได้ว่า

$$\begin{array}{lll} 4z = 4 & \text{และ} & -y + 5z = 3 \quad \text{และ} \quad 3x + 2y - z = 0 \\ z = 1 & & -y + 5(1) = 3 \quad \quad \quad 3x + 2(2) - 1 = 0 \\ & & y = 2 \quad \quad \quad x = -1 \end{array}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ $(x, y, z) = (-1, 2, 1)$

แทนคำตอบลงในระบบสมการทั้งสามสมการ จะได้ว่า

$$\begin{array}{lcl} 3x + 2y - z = a & \left| \right. & -x - y + 2z = b \\ 3(-1) + 2(2) - 1 = a & \left| \right. & -(-1) - 2 + 2(1) = b \\ a = 0 & \left| \right. & b = 1 \end{array} \quad \left| \right. \quad \begin{array}{l} 6x + 3y + z = c \\ 6(-1) + 3(2) + 1 = c \\ c = 1 \end{array}$$

เพราะฉะนั้น $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

จะได้ว่า $\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (0 + 0 + 0) - (1 + 0 + 1) = -2$

20. เฉลย 4)

จะได้ว่า $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-4)^{20}}{(5-an)^5 (n+7)^{15}} = -243$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{20}}{(-an)^5 n^{15}} = -243$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{20}}{(-a)^5 n^5 n^{15}} = -243$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cancel{n^{20}}}{(-a)^5 \cancel{n^{20}}} = -243$$

$$-\frac{1}{a^5} = -3^5$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^5 = 3^5$$

$$\frac{1}{a} = 3$$

$$a = \frac{1}{3}$$

21. เฉลย 1)

จะได้ว่า $-1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n(\sqrt{n^2 - 1} - n)}$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(\sqrt{n^2 - 1} - n)} \times \left(\frac{\sqrt{n^2 - 1} + n}{\sqrt{n^2 - 1} + n} \right)$$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 - 1} + n)}{n((\sqrt{n^2 - 1})^2 - n^2)}$$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 - 1} + n)}{n(\cancel{n^2} - 1 - \cancel{n^2})}$$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 - 1} + n)}{-n}$$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} + n}{-n} \right)$$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} + n}{-n} \right)$$

$$-1 = a \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n \left(\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} + 1 \right)}{-n} \right)$$

$$-1 = -a \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} + 1 \right)$$

$$-1 = -2a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{a})^n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^n = \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^1 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^3 + \dots$$

เนื่องจาก $\left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^1 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^3 + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่มีอัตราส่วนร่วม

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{a})^n = \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^1 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^3 + \dots = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

22. เฉลย 2)

ความน่าจะเป็นที่ผลการออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะเป็นเลขสองหลักที่ซ้ำกัน เท่ากับ

$$p = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

จากโจทย์พิจารณาการออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว ใน 1 ปี คิดเป็นจำนวน 24 งวด ที่เป็นอิสระ

ต่อกัน

ให้ X แทน จำนวนงวดที่ผลการออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะเป็นเลขสองหลักที่ซ้ำกัน
เมื่อ $X = 0, 1, 2, \dots, 24$

ดังนั้น X มีการแจกแจงทวินาม พารามิเตอร์ $n = 24$ และ $p = \frac{1}{10}$ นั่นคือ $X \sim B\left(24, \frac{1}{10}\right)$

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ที่เป็นการแจกแจงแบบทวินาม จะได้ว่า

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

เมื่อ $x = 0, 1, 2, \dots, n$

n แทนจำนวนครั้งของการทดลองสุ่ม และ p แทนความน่าจะเป็นที่จะเกิดผลสำเร็จในการทดลองสุ่ม
แต่ละครั้ง

เพราะฉะนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลการออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะเป็นเลขสองหลักที่ซ้ำกันจำนวน
3 งวด ใน 1 ปี คือ $P(X = 3) = \binom{24}{3} \left(\frac{1}{10}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{21} = \binom{24}{3} \left(\frac{1}{10}\right)^3 \left(\frac{9}{10}\right)^{21}$

23. เฉลย 5)

☆ จำนวนวิธีการเลือกประธาน รองประธาน เลขานุการ และเหรัญญิก จากตัวแทนนักเรียน 10
คน เท่ากับ

$$\begin{array}{ccccccc} 10 & \times & 9 & \times & 8 & \times & 7 & = 5,040 \text{ วิธี} \\ \text{ประธาน} & & \text{รองประธาน} & & \text{เลขานุการ} & & \text{เหรัญญิก} \end{array}$$

ดังนั้น $n(S) = 5,040$

☆ หากจำนวนวิธีที่ได้รับตำแหน่ง จะต้องเป็นผู้ชายไม่น้อยกว่าผู้หญิงและประธานต้องเป็น
นักเรียนชาย โดยแบ่งกรณีได้ทั้งสิ้น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 คณะกรรมการทั้ง 4 คน เป็นนักเรียนชาย

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & \times & 4 & \times & 3 & \times & 2 & = 120 \text{ วิธี} \\ \text{ประธาน} & & \text{รองประธาน} & & \text{เลขานุการ} & & \text{เหรัญญิก} \end{array}$$

กรณีที่ 2 คณะกรรมการเป็นนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 1 คน

- เลือกประธานเป็นนักเรียนชาย 1 คน จากนักเรียนชาย 5 คน ทำได้ 5 วิธี
- เลือกนักเรียนหญิง 1 คน จากนักเรียนหญิง 5 คน ทำได้ 5 วิธี
- เลือกตำแหน่งให้นักเรียนหญิง 1 ตำแหน่ง จาก 3 ตำแหน่งที่เหลือ ทำได้ 3 วิธี

ใน 2 ตำแหน่งที่เหลือ เลือกนักเรียนชาย 2 คน จาก 4 คน ทำได้ $4 \times 3 = 12$ วิธี

ดังนั้น โดยหลักการคูณ จะได้จำนวนวิธีที่มีคณะกรรมการเป็นนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 1 คน เท่ากับ $5 \times 5 \times 3 \times 12 = 900$ วิธี

กรณีที่ 3 คณะกรรมการเป็นนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 2 คน

- เลือกประธานเป็นนักเรียนชาย 1 คน จากนักเรียนชาย 5 คน ทำได้ 5 วิธี
- เลือกนักเรียนชายอีก 1 คน จากนักเรียนชายที่เหลือ 4 คน ทำได้ 4 วิธี
- เลือกตำแหน่งให้นักเรียนชาย 1 ตำแหน่ง จาก 3 ตำแหน่งที่เหลือ ทำได้ 3 วิธี

ใน 2 ตำแหน่งที่เหลือ เลือกนักเรียนหญิง 2 คน จาก 5 คน ทำได้ $5 \times 4 = 20$ วิธี

ดังนั้น โดยหลักการคูณ จะได้จำนวนวิธีที่มีคณะกรรมการเป็นนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 2 คน เท่ากับ $5 \times 4 \times 3 \times 20 = 1,200$ วิธี

จากทั้ง 3 กรณี โดยหลักการบวก จะได้ว่า จำนวนวิธีที่ผู้ได้รับตำแหน่งจะต้องเป็นผู้ชายไม่น้อยกว่าผู้หญิงและประธานต้องเป็นนักเรียนชาย คือ $120 + 900 + 1,200 = 2,220$ วิธี นั่นคือ $n(E) = 2,220$

ความน่าจะเป็นที่ผู้ได้รับตำแหน่งเป็นผู้ชายไม่น้อยกว่าผู้หญิงและประธานต้องเป็นนักเรียนชาย

$$\text{เท่ากับ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2,220}{5,040} = \frac{37}{84}$$

24. เฉลย 5)

จากสูตร $P'(E) = 1 - P(E)$

จะได้ว่า $\frac{1}{5} = P(E_1' \cap E_2') = P(E_1 \cup E_2)' = 1 - P(E_1 \cup E_2)$

นั่นคือ $1 - P(E_1 \cup E_2) = \frac{1}{5}$

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{4}{5}$$

เนื่องจาก $(E_1 - E_2) \cap (E_2 - E_1) = \emptyset$ และ $(E_1 - E_2) \cup (E_2 - E_1) = (E_1 \cup E_2) - (E_1 \cap E_2)$

ดังนั้น $P((E_1 - E_2) \cup (E_2 - E_1)) = P(E_1 \cup E_2) - P(E_1 \cap E_2) = \frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$

25. เฉลย 3)

กำหนดให้ A แทน เซตของคนที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการท่องเที่ยว

B แทน เซตของคนที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการนอนหลับ

และ C แทน เซตของคนที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการรับประทานอาหารอร่อยๆ

จะได้ $n(A) = 46$, $n(B) = 52$ และ $n(C) = 72$

จากโจทย์ ไม่มีคนที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการทำงานอดิเรกที่ชอบ พร้อมกับการท่องเที่ยว การนอนหลับ และการรับประทานอาหารอร่อยๆ

ดังนั้น คนที่ไม่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการทำงานอดิเรกที่ชอบเท่ากับ $225 - 88 = 137$ คน

นั่นคือ $n(A \cup B \cup C) = 137$

จากข้อมูล มีคนจำนวน 12 คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการท่องเที่ยวและนอนหลับ จะได้ $n(A \cap B) = 12$

มีคนจำนวน 10 คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการท่องเที่ยวและการรับประทานอาหารอร่อยๆ จะได้ $n(A \cap C) = 10$

และมีคนจำนวน 19 คน ที่เลือกวิธีการพักผ่อนโดยการนอนหลับและการรับประทานอาหารอร่อยๆ จะได้ $n(B \cap C) = 19$

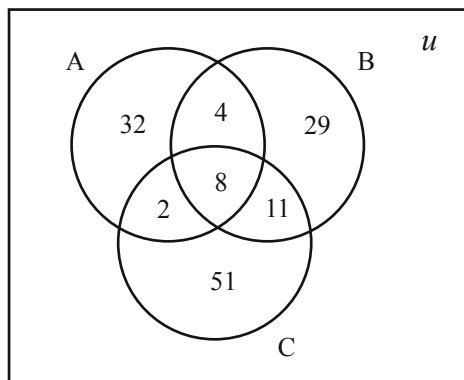
จากสูตร

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$137 = 46 + 52 + 72 - 12 - 10 - 19 + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cap B \cap C) = 8$$

จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แสดงวิธีการพักผ่อนหลังจากการทำงานของผู้คนในกรุงเทพฯ ดังนี้



เพราะฉะนั้นจำนวนคนที่เลือกวิธีการพักผ่อนอย่างน้อย 2 วิธี เท่ากับ $2 + 4 + 11 + 8 = 25$ คน

ตอนที่ 2 ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ (ข้อที่ 26-30) ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

ข้อ	เฉลย
26.	2
27.	194
28.	17.5
29.	45
30.	349

26. เฉลย 2

สมบัติของลอการิทึม

$$1. \log M + \log N = \log MN$$

$$2. \log M^n = n \log M$$

$$3. n^{\log_n M} = M$$

$$4. \log_a a = 1 \text{ เมื่อ } a \neq 1$$

$$\text{จาก } \log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$$

$$\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log ab)$$

$$\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \log \sqrt{ab}$$

$$\frac{a-b}{2} = \sqrt{ab}$$

$$\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = (\sqrt{ab})^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4ab$$

$$a^2 + b^2 = 6ab$$

$$a^2 = 6ab - b^2$$

..... (1)

$$\text{ดังนั้น } \log_a (6a - b) + \log_a b = \log_a [(6a - b)(b)]$$

$$= \log_a (6ab - b^2)$$

$$= \log_a a^2$$

$$= 2 \log_a a = 2$$

27. เฉลย 194

เนื่องจาก $|z|$ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$z + 1 + 8i = |z|(1 + i)$$

$$z + 1 + 8i = |z| + |z|i$$

$$z = |z| + |z|i - 1 - 8i$$

$$z = (|z| - 1) + (|z| - 8)i$$

เพราะฉะนั้น

$$|z| = \sqrt{(|z| - 1)^2 + (|z| - 8)^2}$$

$$|z|^2 = (|z| - 1)^2 + (|z| - 8)^2$$

$$|z|^2 = (|z|^2 - 2|z| + 1) + (|z|^2 - 16|z| + 64)$$

$$|z|^2 - 18|z| + 65 = 0$$

$$(|z| - 13)(|z| - 5) = 0$$

$$|z| = 13, 5$$

$$|z|^2 = 169, 25$$

$$\text{ดังนั้น } A = \{25, 169\}$$

นั่นคือ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของเซต A เท่ากับ $25 + 169 = 194$

28. เฉลย 17.5

$$\text{จาก } \sum_{n=1}^{20} b_n = 250 \text{ นั่นคือ } b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{20} = 250$$

$$\text{จาก } b_n = \frac{a_n + a_{n+1}}{2} \text{ จะได้ว่า}$$

$$\frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_2 + a_3}{2} + \frac{a_3 + a_4}{2} + \dots + \frac{a_{20} + a_{21}}{2} = 250$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_2 + a_3 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20} + a_{21}}{2} = 250$$

$$\frac{a_1 + a_{21}}{2} + \frac{\cancel{a_2} + a_3 + a_4 + \dots + a_{20}}{\cancel{2}} = 250$$

$$\frac{a_1 + a_{21}}{2} + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20} = 250$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20} + \frac{a_1 + a_{21}}{2} - a_1 = 250 \quad \dots\dots\dots (1)$$

เนื่องจาก $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20}$ เป็นอนุกรมเลขคณิต ซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ $\frac{1}{2}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20} &= \frac{20}{2} \left(2a_1 + (20-1) \frac{1}{2} \right) \\ &= 10 \left(2a_1 + \frac{19}{2} \right) \end{aligned}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{20} = 20a_1 + 95 \quad \dots\dots\dots (2)$$

แทนค่าสมการ (2) ในสมการ (1) จะได้ว่า

$$20a_1 + 95 + \frac{a_1 + a_{21}}{2} - a_1 = 250$$

$$20a_1 + \frac{a_{21} - a_1}{2} = 155 \quad \dots\dots\dots (3)$$

เนื่องจาก $a_{21} = a_1 + (21-1) \left(\frac{1}{2} \right) = a_1 + 10$ \dots\dots\dots (4)

และจากสมการ (3) จะได้ว่า $20a_1 + \frac{\cancel{a_1} + 10 - \cancel{a_1}}{2} = 155$

$$20a_1 + 5 = 155$$

$$20a_1 = 150$$

$$a_1 = \frac{15}{2}$$

จากสมการ (4) ดังนั้น $a_{21} = a_1 + 10 = \frac{15}{2} + 10 = 7.5 + 10 = 17.5$

29. เฉลย 45

จากกฎของโคไซน์ $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2(BC)(AC) \cos C$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \cos C &= \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2(BC)(AC)} \\ &= \frac{6^2 + (3\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 - (2\sqrt{6})^2}{2(6)(3\sqrt{2} + \sqrt{6})} \\ &= \frac{36 + 18 + 12\sqrt{3} + 6 - 24}{12(3\sqrt{2} + \sqrt{6})} \\ &= \frac{36 + 12\sqrt{3}}{12(3\sqrt{2} + \sqrt{6})} \end{aligned}$$