

ทักษะปฏิบัติการฟิสิกส์

การวัด ค่าคลาดเคลื่อน การเขียนกราฟ



นฤมล เอมะรัตน์
ขวัญ อารยะธนิตกุล
ธเนศ พฤทธิวรสิน

ทักษะปฏิบัติการฟิสิกส์

การวัด ค่าคลาดเคลื่อน การเขียนกราฟ



นฤมล เอมรัตน์
ขวัญ อารยะธนิตกุล
ธเนศ พงษ์วิธรสิน

ทักษะปฏิบัติการฟิสิกส์ การวัด ค่าคลาดเคลื่อน การเขียนกราฟ

ผู้แต่ง

- นฤมล เอมะรัตน์
- ขวัญ อารยะธนิตกุล
- ธเนศ พฤทธิวรสิน

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

นฤมล เอมะรัตน์.

ทักษะปฏิบัติการฟิสิกส์ การวัด ค่าคลาดเคลื่อน การเขียนกราฟ.-- กรุงเทพฯ : นิวแลมบ์ดา ไซเอนทิฟิก, 2562.

200 หน้า.

1. ฟิสิกส์. I. ขวัญ อารยะธนิตกุล, ผู้แต่งร่วม. II. ธเนศ พฤทธิวรสิน, ผู้แต่งร่วม. III. ชื่อเรื่อง.

530

ISBN 978-616-93344-0-8

ราคา 250 บาท

จัดพิมพ์แบบอิเล็กทรอนิกส์ มิถุนายน 2569

ลิขสิทธิ์ สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

เกริ่นนำ

ก่อนที่จะเราจะเริ่มกล่าวถึงเนื้อหาในหนังสือเล่มนี้ ผู้เขียนอยากให้ผู้อ่านหยิบบัตรประจำตัวประชาชนของตัวเองขึ้นมาดู บัตรประจำตัวประชาชนของทุกคนนั้นจะมีรูปของเจ้าของบัตรอยู่ และรูปนี้ก็เป็นที่ใช้ในการยืนยัน (เช่นในตอนที่เราไปเปิดบัญชีธนาคาร หรือ กำลังจะขึ้นเครื่องบินที่สนามบิน) ว่าชื่อ นามสกุล ที่ปรากฏอยู่บนเอกสารใด ๆ ก็ตาม เป็นของคนคนนั้นจริงหรือไม่

ทว่าคนสองคนก็สามารถมีหน้าตาที่คล้ายกันได้ ผู้อ่านเองอาจจะพบว่าใบหน้าของตัวเองในปัจจุบันแตกต่างกับรูปบนบัตรของตัวเอง ถ้าเป็นเช่นนั้นเราก็อาจจะมีโอกาสที่จะโดนหลอกได้ถ้ามีใครขโมยบัตรประชาชนของคนอื่นที่หน้าตาคล้ายกันมา

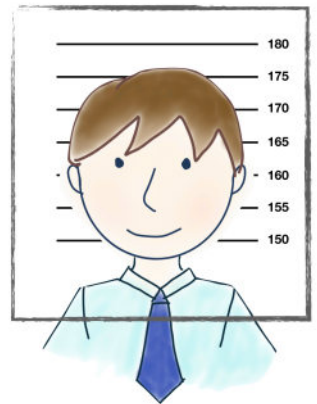
แต่มีอีกสิ่งหนึ่งบนบัตรประชาชนที่เราสามารถใช้ช่วยในการยืนยันตัวตนได้ ถ้าเราลองสังเกตดูที่รูปบนบัตรประชาชน จะเห็นสเกลที่บอกความสูงของคนในรูปด้วย ปกติแล้วเราคงจะไม่ได้สนใจเท่าไรถึงความสูงที่ปรากฏอยู่บนบัตรประชาชน แต่ความสูงนี้ก็เป็นอีกสิ่งที่สามารถใช้สังเกตได้ว่าคนที่ถือบัตรกับคนที่ปรากฏในรูปบนบัตรประชาชนนั้นเป็นคนเดียวกันหรือไม่ ถ้าส่วนสูงในบัตรแสดงให้เห็นถึงคนที่มีความสูงราวกับนักบาสเก็ตบอล แต่ตัวจริงกลับสูงไม่ถึงไหล่ของเรา เราก็สงสัยได้ว่าคนคนนี้อาจจะไม่ใช่เจ้าของบัตรจริง ๆ ก็เป็นไปได้

แล้วสเกลที่ปรากฏอยู่ในรูปบนบัตรประชาชนนั้น สามารถบอกความสูงของเราได้ละเอียดเท่าไรกัน ในขั้นตอนนี้ ผู้เขียนอยากให้ผู้อ่านลองตอบกับตัวเองว่าตัวผู้อ่านเองมีความสูงกี่เซนติเมตร (cm) โดยที่ใช้รูปบนบัตรประชาชนเป็นข้อมูลอย่างเดียวในการตอบคำถามนี้

เพื่อความเข้าใจร่วมกัน เราจะสมมติว่ารูปบนบัตรประชาชนของผู้อ่านทุกท่านนั้น มีหน้าตาดังแสดงในรูปด้านข้างนี้

เราสามารถบอกอะไรได้บ้างจากรูปนี้

สิ่งแรกที่เรารู้ได้ทันที คือคนในรูปมีความสูงที่มากกว่า 175 cm แต่ไม่เกิน 180 cm ซึ่งเราทราบได้จากการที่ขอบบนสุดของศีรษะของคนคนนั้น อยู่เลยเหนือเส้นที่แสดงถึง 175 cm และอยู่ต่ำกว่าเส้นที่แสดงถึง 180 cm อย่างชัดเจน ในจุดนี้ เราสามารถที่จะบอกความสูงของคนในรูปได้ว่า “อยู่ระหว่าง 175 cm และ 180 cm”



รูปบนบัตรประชาชน มีสเกลบอกความสูงอยู่ด้านหลัง

แต่เราสามารถบอกความสูงได้ละเอียดกว่านี้หรือไม่ ถ้าหากในรูปมีปรางค์เส้นบอกความสูงทุก ๆ 1 cm เราก็จะสามารถที่จะบอกถึงความสูงของคนในรูปในช่วงที่แคบลงได้ อย่างเช่น “อยู่ระหว่าง 176 cm และ 177 cm” ซึ่งมีความละเอียดมากขึ้น

มนุษย์เรานั้นมีความสามารถในการคาดคะเนอยู่ ถึงแม้ว่าในรูปจะไม่มีเส้นที่บอกความสูงทุก ๆ 1 cm แต่เราก็สามารถจินตนาการถึงเส้นที่แบ่งครึ่งระหว่างเส้น 175 cm และ 180 cm ได้ (ดังแสดงในรูปด้านข้าง) สำหรับรูปที่เราพิจารณาอยู่นั้น เราบอกได้ว่า คนในรูปนั้นมีความสูงที่มากกว่า 175 cm (เพราะอยู่เหนือเส้น 175 cm) และน้อยกว่า 177.5 cm (ซึ่งเป็นเส้นที่แบ่งครึ่งระหว่าง 175 cm และ 180 cm ที่เราจินตนาการขึ้นมา) ดังนั้น ในจุดนี้ เราอาจจะบอกความสูงของคนในรูปได้ว่า “อยู่ระหว่าง 175 cm และ 177.5 cm”

แน่นอนเราไม่สามารถบอกได้อย่างมั่นใจว่าเส้นที่เราจินตนาการขึ้นมานั้นเป็นเส้นที่แบ่งครึ่งระหว่าง 175 cm และ 180 cm ได้พอดีอย่างแม่นยำ ดังนั้นเราอาจจะไม่สามารถบอกได้ด้วยความมั่นใจเต็มที่ว่าเส้นที่เราจินตนาการขึ้นมานั้นเป็นเส้นที่บอกความสูงที่ 177.5 cm พอดีเป๊ะ แต่อาจจะเป็นที่ระดับประมาณ 177 cm หรือ 178 cm ก็ได้ (แต่ไม่ลงมาถึง 176 cm หรือไม่ขึ้นไปถึง 179 cm แน่แน่นอน) ดังนั้น สิ่งที่เราอาจจะสมเหตุสมผลกว่า คือการที่บอกว่าความสูงของคนในรูปนั้น “อยู่ระหว่าง 175 cm และ 177 cm”

ในตอนนี้เราอาจจะตัดสินใจเลือกค่าที่อยู่ตรงกลางระหว่าง 175 cm และ 177 cm เป็นคำตอบสุดท้าย ซึ่งก็คือ 176 cm แต่เราก็ไม่สามารถที่จะบอกได้อย่างเต็มปากว่า “คนคนนี้สูง 176 cm” ได้ เพราะเราก็มีความไม่แน่ใจในการคาดคะเนของเราอยู่

สุดท้ายแล้ว สิ่งที่เราต้องการที่จะบอกคนอื่นถึงความสูงของคนในรูปคือ “อยู่ระหว่าง 175 cm และ 177 cm” ซึ่งในทางฟิสิกส์ เรามีวิธีเขียนที่กระชับกว่าด้วยการเขียนว่า

$$\text{ความสูง} = 176 \pm 1 \text{ cm}$$

เราจะใช้เครื่องหมาย $\pm$ (บวกลบ) ในการแสดงให้เห็นถึงช่วงที่เป็นไปได้ของความสูงของคนในรูป คือ ตั้งแต่ $176 - 1 = 175 \text{ cm}$ จนถึง $176 + 1 = 177 \text{ cm}$

ผู้อ่านบางท่านอาจจะแย้งว่า ถ้าเขียนอย่างนี้ แสดงว่าเรายอมรับว่า 175 cm หรือ 177 cm เป็นคำตอบด้วยหรือ ทั้ง ๆ ที่เรามั่นใจว่าศีรษะของคนในรูปนั้นอยู่เหนือเส้น 175 cm และอยู่ใต้เส้น 177 cm (ที่เราจินตนาการขึ้นมา) อย่างชัดเจน

ถ้าผู้อ่านท่านนั้นมั่นใจอย่างที่ว่า ก็สามารถที่จะเขียนความสูงของคนในรูปเป็น



เราสามารถคาดคะเนถึงเส้นที่แบ่งกลางระหว่างเส้นที่บอกความสูง 180 cm และ 175 cm ได้

☞ ความหมายของสัญลักษณ์ $\pm$ ในการรายงานค่าของปริมาณต่าง ๆ

$$\text{ความสูง} = 176.0 \pm 0.5 \text{ cm}$$

ซึ่งแปลว่า ความสูงของคนในรูป คือ ตั้งแต่ $176.0 - 0.5 = 175.5 \text{ cm}$ จนถึง $176.0 + 0.5 = 176.5 \text{ cm}$

เราบอกเป็นกฎตายตัวไม่ได้ว่าเราควรจะรายงานความสูงเป็น $176 \pm 1 \text{ cm}$ หรือ $176.0 \pm 0.5 \text{ cm}$ เพราะมีปัจจัยของความสามารถในการคาดคะเนซึ่งขึ้นกับบุคคลที่ต้องพิจารณาด้วย ดังนั้นเราจึงบอกว่าทั้ง $176 \pm 1 \text{ cm}$ หรือ $176.0 \pm 0.5 \text{ cm}$ ก็เป็นคำตอบที่ยอมรับได้ทั้งคู่

แต่ถ้าเรามีเพื่อนที่อ้างว่ามีความสามารถในการคาดคะเนด้วยสายตาที่ดีมากจนสามารถรายงานค่าความสูงของคนในรูปได้เป็น $176.1783 \pm 0.0005 \text{ cm}$ เราก็คงไม่อาจที่จะยอมรับความสามารถในการคาดคะเนที่เหนือมนุษย์นี้ได้

หรือถ้าเรามีเพื่อนที่บอกว่าไม่มีความสามารถในการคาดคะเนใด ๆ เลย และรายงานค่าความสูงว่า $175 \pm 5 \text{ cm}$ ในกรณีนี้เราก็อาจยอมรับคำตอบนี้เช่นกัน แต่ถือว่าเป็นคำตอบที่ไม่ค่อยมีประโยชน์ เนื่องจากมีช่วงของคำตอบที่กว้างเกินไป เพราะอย่างน้อยรูปแสดงอย่างแน่ชัดว่าศีรษะของคนในรูปอยู่เหนือเส้น 175 cm

ในจุดนี้ผู้อ่านน่าจะเริ่มเข้าใจถึงธรรมชาติของการวัดและการรายงานผลจากตัวอย่างของรูปบนบัตรประชาชนนี้

สิ่งสำคัญที่ผู้เขียนอยาก จะกล่าว ตั้งแต่แรกคือ เราไม่มีสูตรสำเร็จที่ตายตัวสำหรับการวัดและรายงานผลในการทดลองทุกเรื่อง และอาจจะมีคำตอบที่ถูกได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ แต่เราต้องอธิบายด้วยเหตุผลได้อย่างชัดเจนถึงที่มาของคำตอบนั้น ๆ ว่าทำไมถึงยอมรับได้หรือไม่ได้

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะช่วยให้ผู้อ่านตัดสินใจเลือกรายงานผลปริมาณทางฟิสิกส์ที่เราวัดมาได้ด้วยหลักการทางฟิสิกส์ที่ถูกต้องได้

คำแนะนำเกี่ยวกับหนังสือ

หนังสือเล่มนี้กล่าวถึงทักษะพื้นฐานที่สำคัญในปฏิบัติการฟิสิกส์ได้แก่ การอ่านค่าจากเครื่องมือวัดพื้นฐานต่าง ๆ การเขียนรายงานผลการวัด วิธีการวัดที่เหมาะสม และการวิเคราะห์ข้อมูลจากการเขียนกราฟแบบต่าง ๆ ทั้งนี้ผู้เขียนจะเน้นไปที่การวิเคราะห์ค่าคลาดเคลื่อนในทุกขั้นตอน ตั้งแต่ตอนอ่านค่าจากเครื่องมือวัด การวัดซ้ำ และแม้กระทั่งในการเขียนกราฟและการวิเคราะห์ผลจากกราฟ หลังจากอ่านหนังสือเล่มนี้จบ เราจะไม่เขียนรายงานตัวเลขที่ได้จากการวัดโดยไม่มีค่าคลาดเคลื่อนกำกับอีกต่อไป

ความรู้พื้นฐานเรื่องทักษะการวัดและการเขียนรายงานตัวเลขในหนังสือเล่มนี้ เหมาะสำหรับนักเรียน หรือนักศึกษา หรือผู้สอน ในระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 1 และ 2 หรือชั้นเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งไม่ได้จำกัดแค่สาขาวิชาฟิสิกส์เท่านั้น แต่จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนในสาขาวิชาอื่น

เราอาจรายงานค่าความสูง ไม่เหมือนกัน ขึ้นกับความสามารถในการคาดคะเนของแต่ละคน

ด้วย เช่น เคมี หรือ ชีววิทยา เพราะสาขาเหล่านี้ก็ต้องเรียนรู้ผ่านการทดลองที่ต้องอาศัยทักษะเหล่านี้เช่นกัน

หนังสือเล่มนี้นำเสนอเนื้อหาที่แบ่งได้เป็นสองส่วนหลัก ๆ คือ

ส่วนแรก (บทที่ 1 ถึงบทที่ 4) ประกอบด้วยความรู้พื้นฐานสำคัญ ๆ ได้แก่ ค่าคลาดเคลื่อนจากการวัดครั้งเดียวด้วยเครื่องมือวัดพื้นฐานต่าง ๆ การวัดซ้ำ การรวมค่าคลาดเคลื่อน และตัวอย่างการทดลองพื้นฐานที่จะแสดงให้เห็นถึงการวัดอย่างระมัดระวังและการเขียนรายงานผลตัวเลขพร้อมค่าคลาดเคลื่อนอย่างมีหลักการ

ส่วนที่สอง (บทที่ 5 ถึงบทที่ 7) ประกอบด้วย การนำเสนอข้อมูลด้วยการเขียนกราฟ ซึ่งมีทั้งกราฟแบบเส้นตรงและแบบโค้ง โดยจะมีตัวอย่างการทดลองเติมรูปแบบ แสดงวิธีการวัด การบันทึกผล และการใช้กราฟสำหรับวิเคราะห์ผลพร้อมค่าคลาดเคลื่อนด้วย

สำหรับประเด็นที่ผู้เขียนต้องการเน้นย้ำเป็นพิเศษ จะระบุด้วยสัญลักษณ์  พร้อมสรุปใจความสำคัญและวางไว้ที่บริเวณด้านข้างของย่อหน้า เพื่อให้ผู้อ่านเห็นอย่างชัดเจนถึงเนื้อหาที่สำคัญในส่วนนั้น นอกจากนี้ หนังสือเล่มนี้ยังประกอบด้วยสมการหรือสูตรต่าง ๆ สำหรับสมการที่สำคัญนั้น จะมีข้อความสีเขียวเข้มวางไว้ข้าง ๆ เพื่อให้ผู้อ่านมองเห็นได้ชัดและสามารถใช้อ้างอิงได้อย่างสะดวก เช่น

 ประเด็นสำคัญที่ต้องการเน้นย้ำจะระบุด้วย 

สมการเส้นตรง

$$y = mx + c$$

เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดผู้อ่านควรลงมือปฏิบัติตามตัวอย่างการทดลองและแบบฝึกหัดที่ปรากฏในแต่ละบท ดังนั้นผู้อ่านหรือผู้สอนอาจต้องจัดหาวัสดุอุปกรณ์ เช่น เครื่องมือวัด สมุดบันทึก กระดาษกราฟ ไม้บรรทัด และอุปกรณ์อื่นที่ใกล้เคียงหรือเหมือนกับอุปกรณ์ที่ปรากฏในหนังสือเล่มนี้ เพื่อปฏิบัติตามไปด้วย

เราจะเข้าใจและมีทักษะติดตัวไปได้ ก็ต่อเมื่อลงมือฝึกฝนด้วยตนเอง

ขอบคุณ

ผู้เขียนขอขอบคุณ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล และบริษัท Nu Lambda Scientific ที่เอื้อเฟื้ออุปกรณ์สำหรับการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล รวมทั้งใช้เป็นภาพประกอบเนื้อหาในหนังสือ

ขอขอบคุณ นายแก่นพงศ์ บุญถาวร (แก่น) นักชีววิทยาและศิลปินนักวาด ที่ช่วยออกแบบภาพบนปกหนังสือและตัวการ์ตูนประกอบในเล่มให้พวกเรา



ภาพการ์ตูนวาดโดยแก่นพงศ์

ขอขอบคุณ นายอริยพล จิวาลักษณ์ และ ผศ.ดร.กฤษา แก้วคง ที่ช่วยเหลือเพื่อ
ภาพถ่ายประกอบเนื้อหาบางภาพ

นอกจากนี้ ผู้เขียนขอขอบคุณอย่างสูงมายังอาจารย์ทั้งหลาย ได้แก่
รศ.สุวรรณ คูสำราญ ดร.ทวินันท์ เชี่ยวชาญชำนาญกิจ และ อ.สุจินต์ วังสุยะ
ที่กรุณาสละเวลาช่วยอ่าน ตรวจสอบและเสนอแนะความคิดเห็นต่อเนื้อหาใน
ต้นฉบับของเรา จนทำให้หนังสือมีความเหมาะสมและสมบูรณ์ขึ้น

หนังสือเล่มนี้สร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรมต่าง ๆ ได้แก่

- L^AT_EX สำหรับสร้างเอกสาร
- Inkscape และ Keynote สำหรับวาดภาพ
- <https://incompetech.com/graphpaper/>
สำหรับสร้างกระดาษกราฟ
- GoodNotes บน iPad สำหรับวาดกราฟ

แม้ว่าเนื้อหาในหนังสือเล่มนี้จะได้รับการอ่านทวนและตรวจสอบมาแล้วหลาย
ครั้ง ผู้เขียนก็คาดว่าอาจยังมีข้อผิดพลาดปรากฏอยู่ในเล่มได้อีก หากผู้อ่านท่าน
ใดพบเห็นข้อผิดพลาด หรือสนใจให้คำแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับเนื้อหาในหนังสือ
เล่มนี้ หรือแม้กระทั่งสงสัยหรือสนใจสอบถามเพิ่มเติมเกี่ยวกับเนื้อหาบางเรื่อง ผู้
เขียนยินดีรับฟังข้อเสนอแนะหรือตอบคำถามเหล่านั้น โดยสามารถติดต่อมาได้
ทางอีเมล physicslab.tnk@gmail.com

สารบัญ

เกริ่นนำ	iii
1 ความคลาดเคลื่อนจากการวัด	1
1.1 ไม้มรรทัด	1
1.2 ไมโครมิเตอร์	4
1.3 เวอร์เนียคาลิเปอร์	6
1.4 นาฬิกาจับเวลา	8
1.5 ตาชั่งดิจิตอล	9
1.6 มัลติมิเตอร์ดิจิตอล	10
1.7 ตาชั่งหรือมิเตอร์ทางไฟฟ้าแบบเข็ม	12
1.8 เลขนัยสำคัญ	12
1.9 การเปลี่ยนหน่วย	15
1.10 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	15
แบบฝึกหัด	16
2 การวัดซ้ำ	17
2.1 ทำไมต้องวัดซ้ำ	17
2.2 การรายงานค่าที่ได้มาจากการวัดซ้ำ	18
2.3 ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย	19
2.4 ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน	21
2.5 การเลือกค่าคลาดเคลื่อนสำหรับการรายงานผล	23
2.6 จำนวนเลขนัยสำคัญของค่าคลาดเคลื่อน	24
แบบฝึกหัด	28
3 การรวมค่าคลาดเคลื่อน	29
3.1 ค่าคลาดเคลื่อนของผลบวก	31
3.2 ค่าคลาดเคลื่อนของผลต่าง	33
3.3 ค่าคลาดเคลื่อนของผลคูณ	35
3.4 ค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์	36

3.5	ค่าคลาดเคลื่อนของผลหาร	38
3.6	ค่าคลาดเคลื่อนของปริมาณยกกำลังสอง	41
3.7	ค่าคลาดเคลื่อนของฟังก์ชันตัวแปรเดียว	43
3.8	ค่าคลาดเคลื่อนของฟังก์ชันหลายตัวแปร	48
3.9	การรวมเลขที่มีนัยสำคัญ โดยไม่มีค่าคลาดเคลื่อนกำกับ	50
3.10	สรุปการรวมค่าคลาดเคลื่อน	56
	แบบฝึกหัด	57
4	ตัวอย่างการวัดและวิเคราะห์ค่าคลาดเคลื่อน: ปริมาตร ความหนาแน่น อัตราเร็ว	59
4.1	การหาปริมาตรของเหรียญห้าบาท	59
4.2	การหาความหนาแน่นของเหรียญห้าบาท	63
4.3	การหาอัตราเร็วของลูกเหล็กที่ตกในน้ำมัน	64
	แบบฝึกหัด	68
5	กราฟเส้นตรง	69
5.1	ความสำคัญของกราฟเส้นตรง	69
5.2	การเลือกแกน ออกแบบสเกลและลงจุดข้อมูล	73
5.3	การลากเส้นตรงของกราฟ	84
5.4	การหาความชันของกราฟเส้นตรง	90
5.5	ค่าคลาดเคลื่อนของความชัน	97
5.6	การหาจุดตัดแกนในกราฟเส้นตรง	100
5.7	ค่าคลาดเคลื่อนของจุดตัดแกน	103
5.8	ความสัมพันธ์แบบอื่นที่สามารถเขียนกราฟเส้นตรงได้	105
	แบบฝึกหัด	109
6	ตัวอย่างการทดลองที่ใช้กราฟเส้นตรง	113
6.1	การหาค่าคงตัวของสปริง	113
6.2	การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย	123
6.3	การเปรียบเทียบผลการทดลอง: ความเที่ยงตรง (accuracy) และความละเอียด (precision)	129
	แบบฝึกหัด	132
7	กราฟเส้นโค้งและตัวอย่างการทดลองที่ใช้กราฟเส้นโค้ง	133
7.1	การเขียนกราฟเส้นโค้ง	134
7.2	การหาจุดสูงสุดในกราฟเส้นโค้ง	135
7.3	ความคลาดเคลื่อนของจุดสูงสุด	136
7.4	ตัวอย่างการทดลอง เรื่อง ลูกตุ้มกายภาพ	139

7.5 ตัวอย่างการทดลอง เรื่อง กำลังของเซลล์ไฟฟ้า	147
แบบฝึกหัด	154
ภาคผนวก	157
บทผนวก ก การรวมค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน	157
บทผนวก ข Least-square fitting	161
ข.1 การคำนวณหาเส้นตรงที่ดีที่สุด	161
ข.2 ตัวอย่างการคำนวณ	164
บทผนวก ค การเขียนกราฟเส้นตรงด้วยกระดาษกราฟแบบ semi-log และแบบ log-log	167
ค.1 กระดาษกราฟแบบ semi-log	167
ค.2 กระดาษกราฟแบบ log-log	174
บรรณานุกรม	177
ดัชนี	179
เกี่ยวกับผู้เขียน	179

บทที่ 1

ความคลาดเคลื่อนจากการวัด

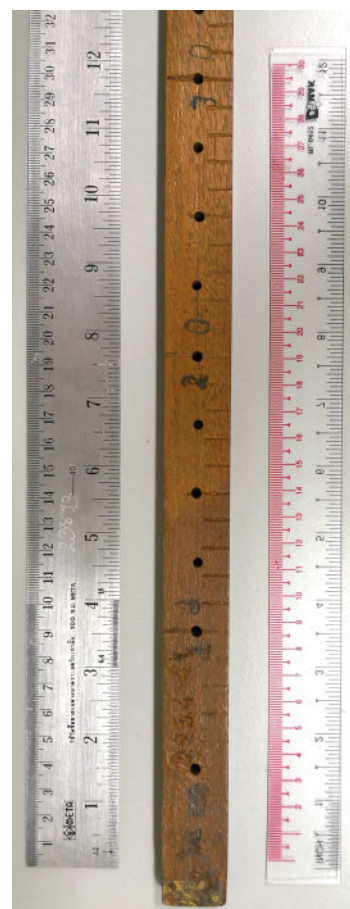
การวัดเป็นสิ่งที่เราต้องเกี่ยวข้องอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการชั่งน้ำหนักของร่างกายของเรา หรือการอ่านเวลาจากนาฬิกาข้อมือ โดยทั่วไปเราอาจจะไม่ได้นึกถึงความคลาดเคลื่อนในการวัดเหล่านี้เท่าใดนัก แต่ในเชิงวิทยาศาสตร์นั้นตัวเลขที่ได้มาจากการวัดทุกครั้งจะต้องมีค่าคลาดเคลื่อนกำกับไว้ด้วยเพื่อที่จะบ่งบอกถึงความน่าเชื่อถือของตัวเลขเหล่านี้

ค่าคลาดเคลื่อนของการวัดนั้นมาจากหลายปัจจัย เช่น คุณภาพของเครื่องมือ หรือ ลักษณะเชิงกายภาพของวัตถุที่เราต้องการวัด หรือ สภาพแวดล้อมในขณะที่เรากำลังทำการวัดอยู่ สำหรับในบทนี้ เราจะคำนึงถึงค่าคลาดเคลื่อนของการวัดที่มาจากลักษณะและคุณภาพของเครื่องมือที่เราใช้เท่านั้น โดยที่เนื้อหาหลักจะกล่าวถึงค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการวัดด้วยการใช้เครื่องมือที่เราพบเห็นได้ทั่วไป เช่น ไม้บรรทัด นาฬิกาจับเวลา และตาชั่ง

1.1 ไม้บรรทัด

ไม้บรรทัดเป็นวัตถุที่มีลักษณะเป็นแท่งตรงแบนยาว ซึ่งผู้เขียนเชื่อว่าผู้อ่านทุกท่านมีความคุ้นเคยเป็นอย่างดีตั้งแต่เด็ก ในสถานการณ์ที่เราต้องการวัดเส้นตรง เช่น ในการวาดตารางบนกระดาษ เราใช้ไม้บรรทัดวางทาบบนกระดาษเพื่อที่จะช่วยให้เราลากเส้นตรงที่ไม่บิดเบี้ยวได้อย่างสะดวก ไม้บรรทัดส่วนใหญ่จะมีความยาวประมาณครึ่งฟุต (15 เซนติเมตร (cm)) จนถึง 1 เมตร (m) และทำมาจากวัสดุที่ทนต่อการเปลี่ยนรูปร่างเช่นไม้หรือโลหะ ดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 1.1

ส่วนประกอบหนึ่งที่สำคัญของไม้บรรทัดคือสเกลบนไม้บรรทัด ซึ่งเป็นขีดบอกระยะทางตามแนวไม้บรรทัดที่วัดเทียบจากจุดอ้างอิง โดยปกติแล้ว จุดอ้างอิงนี้จะถูกกำหนดอย่างชัดเจนด้วยขีดแรกบนไม้บรรทัด (ขีดเลข 0 แม้ว่าไม้บรรทัดส่วนใหญ่จะไม่ใส่เลข 0 ไว้) แต่ก็ยังมีไม้บรรทัดบางชนิดที่ใช้จุดอ้างอิงเป็นขอบด้านหนึ่งของไม้บรรทัด สเกลที่เล็กที่สุดของไม้บรรทัดที่เราสามารถพบได้ทั่วไปคือ



รูปที่ 1.1 ไม้บรรทัดแบบต่าง ๆ

สเกล 1 มิลลิเมตร (mm) แต่ก็มีไม้บรรทัดบางชนิดที่มีสเกลที่เล็กกว่านี้หรือใหญ่กว่านี้ได้ (เช่น ไม้บรรทัดอันกลางในรูปที่ 1.1 มีสเกลเล็กที่สุดเป็น 1 cm)

เราสามารถใช้สเกลบนไม้บรรทัดในการวัดความยาวของวัตถุต่าง ๆ ได้ โดยการนำไม้บรรทัดไปวางทาบกับวัตถุที่เราต้องการวัด จากนั้นเราจะอ่านว่าขอบซ้ายและขวาสุดของวัตถุนั้นตรงกับขีดตัวเลขใดบนไม้บรรทัด ความยาวของวัตถุก็สามารถคำนวณมาจากผลต่างของตัวเลขสองตัวเลขนี้ เพื่อความง่าย เราอาจจะสมมติว่าขอบซ้ายสุดของวัตถุที่เราต้องการจะวัดนั้นอยู่ตรงกับขีดเลข 0 พอติในกรณีนี้ ตัวเลขที่เราได้มาจากการวัดตำแหน่งของขอบขวาสุดของวัตถุเทียบกับไม้บรรทัดก็คือความยาวของวัตถุนั้นเอง และความคลาดเคลื่อนในการอ่านค่าตัวเลขบนไม้บรรทัดก็คือความคลาดเคลื่อนของความยาวของวัตถุ¹



รูปที่ 1.2 เราวัดความยาวปากกาด้วยการเล็งดูว่าปลายปากกาด้านขวานั้นตรงกับขีดตัวเลขใดบนไม้บรรทัด



สำหรับวัตถุที่มีขอบค่อนข้างคม เช่น ปากกา ที่แสดงในรูปที่ 1.2 เราสามารถมองได้อย่างชัดเจนว่าตำแหน่งของขอบของวัตถุนั้นตรงกับเลขใด จากรูปเราค่อนข้างมั่นใจได้ถึงการอ่านค่าตัวเลขถึงหลัก 1 mm หรือ 0.1 cm ซึ่งแปลว่า ในเบื้องต้นนี้ เราสามารถเขียนตำแหน่งของปลายปากกาด้านขวา (ซึ่งต่อไปนี้จะเราจะแทนด้วยตัวแปร L) ได้ว่า $L = 18.6$ cm หรือ $L = 186$ mm

ขั้นตอนต่อไปเป็นการพิจารณาว่าค่า L ที่เราอ่านได้นั้นมีค่าคลาดเคลื่อนเท่าใด (ซึ่งต่อไปนี้จะเราแทนด้วยตัวแปร ΔL) กล่าวอีกนัยหนึ่ง เราจะถามกับตัวเองว่าเรามั่นใจในตัวเลข $L = 186$ mm เพียงใด ซึ่งเราอาจจะใช้หลักการเดียวกับการคาดคะเนความสูงจากรูปในบัตรประชาชนที่ได้กล่าวถึงก่อนหน้านี้ ด้วยการใช้อย่างคาดคะเนแบ่งสเกลที่เล็กที่สุดของไม้บรรทัดออกเป็นสองส่วน ดังที่แสดงด้วยเส้นประในรูปที่ 1.3 เราจะเห็นว่าปลายปากกานั้นเลยเส้นประที่แสดงถึง

¹ในความเป็นจริง ความยาวของวัตถุนั้น มาจากผลต่างของตัวเลขขอบขวาและขอบซ้ายสุดของวัตถุที่เราอ่านได้จากไม้บรรทัด ค่าคลาดเคลื่อนของความยาวจึงมาจากการรวมค่าคลาดเคลื่อนของปริมาณสองปริมาณนี้ ซึ่งเราจะกล่าวถึงการรวมค่าคลาดเคลื่อนในบทที่ 3

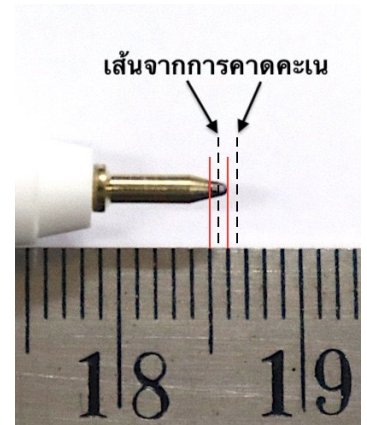
185.5 mm และไม่ถึงเส้นประที่แสดงถึง 186.5 mm ในกรณีนี้ เราอาจจะสรุปได้ว่า $L = 186.0 \pm 0.5$ mm

แต่ทว่าการที่เราเขียน $L = 186.0 \pm 0.5$ mm นั้น หมายความว่าเรายอมรับช่วงของตำแหน่งปลายปากกาตั้งแต่ $L_{\min} = L - \Delta L = 186.0 - 0.5 = 185.5$ mm จนถึง $L_{\max} = L + \Delta L = 186.0 + 0.5 = 186.5$ mm ซึ่งถ้าพิจารณารูปที่ 1.3 อีกครั้ง อาจจะพบว่าเราก่อนข้างมั่นใจว่าปลายปากกาอยู่เลยเส้นประ 185.5 mm อย่างแน่นอน นอกจากนี้ เรายังมั่นใจอีกว่าปลายปากกาอยู่ที่บริเวณเส้นสีแดง 186.0 mm และไม่ถึง 186.5 mm ดังนั้น ถ้าเราใช้หลักการเดิมในการใช้สายตาคาดคะเนแบ่งช่องสเกลให้ย่อยลงไปอีก เราอาจจะรายงานค่าว่า $L = 186.0 \pm 0.3$ mm ก็เป็นไปได้²

จะเห็นว่าค่าคลาดเคลื่อนที่เราอ่านได้จากไม้มรรทัดนั้นขึ้นอยู่กับสถานการณ์และความสามารถในการคาดคะเนของเรา ถ้าเราถ่ายภาพวัตถุเทียบกับไม้มรรทัดแล้วใช้คอมพิวเตอร์ในการช่วยลากเส้นแบ่งสเกลให้ย่อยลงไปอีก ย่อยกว่าที่แสดงในรูปที่ 1.3 เราก็อาจจะเขียน $\Delta L = 0.3$ mm หรือน้อยกว่านั้นได้อีก เช่น $\Delta L = 0.1$ mm ก็เป็นไปได้ แต่ในสถานการณ์ที่เราต้องอ่านค่าจากไม้มรรทัดโดยที่ไม่มีตัวช่วย เช่น ในรูปที่ 1.2 เราอาจจะมั่นใจถึงแค่ $\Delta L = 0.5$ mm หรือในบางกรณีที่สถานการณ์ในการวัดไม่เอื้ออำนวย เช่น มีเวลาในการวัดน้อยมาก หรือสายตาของผู้วัดมีความพร่ามัวจากความเหนื่อยล้า หรือขอบของวัตถุไม่คมอย่างปลายปากกา เราอาจจะพอใจในค่าคลาดเคลื่อน $\Delta L = 1$ mm หรืออาจจะ $\Delta L = 2$ mm ก็เป็นไปได้

ในจุดนี้ผู้เขียนจึงอยากจะย้ำว่า ค่าคลาดเคลื่อนจากการใช้ไม้มรรทัดวัดเป็นเท่าไรนั้นไม่มีคำตอบที่ตายตัว ในกรณีที่วัตถุมีความคมพอประมาณ และเรามีเวลาวัดที่เพียงพอโดยที่ไม่ใช้ตัวช่วยอย่างการถ่ายภาพดิจิทัลแล้วนำภาพมาขยายดูสายตาของเราอย่างน้อยจะสามารถคาดคะเนได้ประมาณครึ่งหนึ่งของสเกลที่เล็กที่สุดบนไม้มรรทัด เราจึงมักจะได้ยินหลักการคร่าว ๆ ว่า ΔL เท่ากับครึ่งหนึ่งของสเกลที่เล็กที่สุด แต่นี่เป็นเพียงหลักการคร่าว ๆ ที่มีข้อยกเว้นมากมายที่เราได้กล่าวถึงก่อนหน้านี้

อย่างไรก็ดี ไม่ว่าเราจะตัดสินใจที่จะใช้ค่าคลาดเคลื่อนเท่าใด ค่าตัวเลขกับค่าคลาดเคลื่อนที่เรารายงานผลนั้นจะต้องมีจำนวนหลักของทศนิยมที่สอดคล้องกันเสมอ และเราจะปัดให้ค่าคลาดเคลื่อนนั้นมีตัวเลขเหลือเพียงตัวเดียว³ ดังนั้น ค่า



รูปที่ 1.3 การใช้สายตาคาดคะเนการแบ่งสเกลที่เล็กที่สุดของไม้มรรทัดให้เป็นสองส่วน ดังที่แสดงด้วยเส้นประ ส่วนแนวเส้นของสเกลไม้มรรทัดนั้นแสดงด้วยเส้นทึบ

❗ ไม่จำเป็นที่ค่าคลาดเคลื่อนจะต้องเป็นครึ่งหนึ่งของสเกลที่เล็กที่สุดของไม้มรรทัดเสมอไป

²ค่าคลาดเคลื่อน $\Delta L = 0.3$ mm มาจากการที่เราแบ่งสเกลเส้นประ (0.5 mm) ด้วยสายตาอีกเป็นสองส่วน ซึ่งแต่ละส่วนยาว 0.25 mm โดยปกติเราจะเก็บหลักของค่าคลาดเคลื่อนที่ไม่ใช่ 0 ไว้เพียงหลักเดียว เราจึงปัดให้เป็น 0.3 mm

³ในบางสาขาของฟิสิกส์ เรายอมรับให้ค่าคลาดเคลื่อนนั้นมีเลขได้สองตัว เช่น $L = 186.12 \pm 0.25$ mm แต่ในเนื้อหาฟิสิกส์ขั้นต้นที่พูดถึงในหนังสือเล่มนี้ เราจะปัดให้ค่าคลาดเคลื่อนมีตัวเลขเพียงตัวเดียวเสมอ แต่ไม่ว่าอย่างไรจำนวนหลักทศนิยมของตัวเลขกับค่าคลาดเคลื่อนจะต้องสัมพันธ์กันเสมอ ดังนั้นการรายงานค่า $L = 186.1 \pm 0.25$ mm จึงถือว่าไม่เป็นที่ยอมรับ

ความยาวของปากกาต้านนี้ที่เรายอมรับได้คือ

$$L = 186.0 \pm 0.3 \text{ mm}$$

$$L = 186.0 \pm 0.5 \text{ mm}$$

$$L = 186 \pm 1 \text{ mm}$$

$$L = 186 \pm 2 \text{ mm}$$

แต่ไม่ใช่

$$L = 186.0 \pm 0.25 \text{ mm}$$

$$L = 186 \pm 0.5 \text{ mm}$$

$$L = 186.0 \pm 1 \text{ mm}$$

$$L = 186.0 \pm 2 \text{ mm}$$

1.2 ไมโครมิเตอร์

❗ ไม่ควรหมุนไมโครมิเตอร์ให้แน่นเกินไปตอนที่ทำการวัด เพราะจะทำให้ค่าที่วัดคลาดเคลื่อนและเครื่องมืออาจจะเสียหายได้

การวัดความหนาของวัตถุที่มีลักษณะแบนเรียบและบาง เช่น ความหนาของแผ่นฟิล์ม หรือแผ่นโลหะ ไม่บรรทัดอาจจะไม่ใช่เครื่องมือที่เหมาะสมเท่าใดนัก โดยเฉพาะถ้าหากวัตถุที่เราต้องการวัดมีความหนาน้อยกว่า 1 mm ในกรณีนี้เราจะใช้เครื่องมือที่เรียกว่าไมโครมิเตอร์ (micrometer) ซึ่งโดยทั่วไปมีลักษณะดังที่แสดงในรูปที่ 1.4 เราจะใช้มือหมุนด้ามของไมโครมิเตอร์ให้หนีกับวัตถุที่ต้องการวัด ส่วนปลายสุดของไมโครมิเตอร์จะเป็นลูกบิดซึ่งจะมีเสียงดัง *แก๊ก ๆ* ตอนที่ไมโครมิเตอร์หนีวัตถุอย่างพอดีแล้ว หลังจากที่ได้ยินเสียงเราไม่ควรที่จะหมุนให้แน่นไปกว่านี้เพราะจะทำให้ค่าที่อ่านได้มีความคลาดเคลื่อนและอาจจะทำให้ไมโครมิเตอร์รวมทั้งวัตถุที่เรา กำลังวัดเสียหายได้

ก่อนที่จะเริ่มใช้งาน เราต้องตรวจสอบก่อนว่า เมื่อหมุนไมโครมิเตอร์จนสุด (และหยุดหมุนเมื่อเราได้ยินเสียง *แก๊ก ๆ*) ขีดแนวนอนบนแกนหลักนั้นตรงกับขีดเลขศูนย์บนแกนหมุนหรือไม่ (ดังแสดงในรูปที่ 1.5) ในกรณีที่ไมตรง เราอาจจะทำการปรับแต่งไมโครมิเตอร์ให้ตรง หรืออาจจะจดค่าตัวเลขไว้เพื่อนำไปหักลบกับค่าที่อ่านได้ในภายหลัง

ทุก ๆ หนึ่งรอบที่เราหมุนด้ามของไมโครมิเตอร์ แกนของไมโครมิเตอร์จะเคลื่อนที่ออกมาเป็นระยะทาง 0.5 mm ดังแสดงในรูปที่ 1.6 ขีดสเกลแนวตั้งบนแกนหลักจะเป็นตัวบอกให้เราทราบว่าเราได้หมุนออกมากี่รอบแล้ว ส่วนขีดสเกลแนวนอนจะเป็นตัวแบ่งการหมุนหนึ่งรอบออกเป็น 50 ส่วน โดยที่สเกลแต่ละขีดจะหมายถึง 0.01 mm



รูปที่ 1.4 ลักษณะของไมโครมิเตอร์ทั่วไป



รูปที่ 1.5 เมื่อปิดสนิทแล้วแกนหลักของไมโครมิเตอร์ควรชี้ที่เลข 0 พอดี



รูปที่ 1.6 แกนของไมโครมิเตอร์เคลื่อนที่ไปได้ 0.5 mm เมื่อเราหมุนด้ามครบ 1 รอบ



รูปที่ 1.7 ตัวอย่างไมโครมิเตอร์ที่หมุนออกมาแล้ว 5 รอบเศษ

ตัวอย่างในรูปที่ 1.7 แสดงให้เห็นว่าเราได้หมุนออกมาแล้วอย่างน้อย 5 รอบบวกกับอีกระยะที่อ่านได้บนสเกลคือ 0.26 mm ค่าที่เราอ่านได้จึงเท่ากับ $L = 2.50 + 0.26 = 2.76 \text{ mm}$

สำหรับค่าคลาดเคลื่อนนั้น เราสามารถใช้หลักการเดียวกันกับหลักที่เราใช้กับไม้บรรทัด เมื่อเราพิจารณารูปที่ 1.7 เราสามารถใช้สายตาในการคาดคะเนแบ่งครึ่งช่องระหว่างตัวเลข 26 และ 27 ได้ ชิดที่ใช้อ่านค่านั้นดูเหมือนจะอยู่ตรงกลางระหว่างตัวเลข 26 และ 27 ในกรณีนี้ เราจึงสรุปได้ว่า ค่าคลาดเคลื่อนของค่าที่เราอ่านได้นั้นคือ 0.005 mm ซึ่งเป็นครึ่งหนึ่งของสเกลที่เล็กที่สุดของไมโครมิเตอร์ และค่าสุดท้ายที่เราจะรายงานคือ $L = 2.765 \pm 0.005 \text{ mm}$

❗ ค่าคลาดเคลื่อนจากการวัดด้วยไมโครมิเตอร์ เท่ากับครึ่งหนึ่งของสเกลที่เล็กที่สุด แต่บางครั้งก็มากกว่า ขึ้นอยู่กับวัตถุที่วัดด้วย

บางครั้งวัตถุที่เราวัดนั้นอาจมีความนิ่ม (เช่น แผ่นยาง) เราอาจจะไม่สามารถตัดสินใจได้แน่ชัดว่าควรจะหมุนไมโครมิเตอร์ให้สุดที่จุดใด ในกรณีนี้ค่าคลาดเคลื่อนก็อาจจะมามีค่าเท่ากับ 0.01 mm หรือมากกว่า ซึ่งเราจะรายงานผลสุดท้ายเป็น $L = 2.76 \pm 0.01 \text{ mm}$

1.3 เวอร์เนียคาลิเปอร์

เวอร์เนียคาลิเปอร์ (vernier caliper) หรือ ก้ามปู เป็นเครื่องมือวัดความยาวที่ใช้กันแพร่หลายในห้องปฏิบัติการวิทยาศาสตร์และในงานช่างทั่วไป เนื่องจากมีความละเอียดมากกว่าไม้บรรทัด และมีก้ามที่ใช้หนีบวัตถุซึ่งทำให้การวัดมีความแม่นยำมากขึ้น ดังที่แสดงในรูปที่ 1.8

สิ่งสำคัญในการใช้งานเวอร์เนียคาลิเปอร์คือสเกลเวอร์เนีย ดังแสดงในรูปที่ 1.9 เราจะพิจารณาเฉพาะสเกลด้านล่างซึ่งเป็นสเกลในระบบเมตริก

เวอร์เนียคาลิเปอร์ประกอบไปด้วยสเกลหลัก ซึ่งเป็นสเกลที่ติดกับด้ามจับ