



หนังสือชุดเทคนิคการเขียนคณิตศาสตร์



ภาคตัดกรวย

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ประกอบด้วย

- 🌐 การเลื่อนแกนทางขนาน
- 🌐 วงกลม
- 🌐 พาราโบลา
- 🌐 วงรี
- 🌐 ไฮเพอร์โบลา
- 🌐 แบบทดสอบภาคตัดกรวย

กวีญา เนาวประทีป

วศ.บ.เกียรตินิยม (จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย), M.S., M.A. (University of Michigan, USA)

เทคนิคการเขียนคณิตศาสตร์ : ภาคตัดกรวย

เขียนโดย กวียา เนาวประทีป

ISBN (E-book) 2025-1024-0047-1

จำหน่ายอีบุ๊ก พฤศจิกายน 2568

ราคา 85 บาท

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ. 2558

เนื้อหา รูปเล่ม และภาพประกอบในหนังสือเล่มนี้เป็นลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์
ห้ามคัดลอก ยกเว้นได้รับอนุญาต

บรรณาธิการ กวียา เนาวประทีป

ปก/รูปเล่ม ฝ่ายศิลปกรรม สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

จัดทำโดย

พจก. สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

เลขที่ 45 ซอยจรัญสนิทวงศ์ 40 ถนนจรัญสนิทวงศ์

แขวงบางยี่ขัน เขตบางพลัด กรุงเทพฯ 10700

โทรศัพท์ : 0-2433-7755-7 โทรสาร : 0-2433-7703

จัดจำหน่ายในรูปแบบสิ่งพิมพ์อิเล็กทรอนิกส์โดย

บริษัท เกรท มีเดีย เอเจนซี จำกัด

85 ซอยบรมราชชนนี 75 แขวงบางระมาด เขตตลิ่งชัน กรุงเทพฯ 10170

โทร. 0-2433-7755-7, 086-330-6425

คำนำ

เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่า เป้าหมายของการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นั้นมุ่งพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ทั้งยังสามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

และเพื่อให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จและบรรลุเป้าหมายในการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้เขียนจึงได้จัดทำหนังสือ **เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : ภาคตัดกรวย** เล่มนี้ขึ้นมา เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักเทคนิคในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้เก่งได้ด้วยตนเอง ด้วยการนำไปอ่านและฝึกทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบที่มีอยู่อย่างหลากหลาย เฉพาะเรื่องที่ตนสนใจหรือที่ยังไม่เข้าใจอย่างถ่องแท้ให้เข้าใจมากยิ่งขึ้น และยังสามารถนำไปใช้เสริมกับการเรียนกวดวิชาตามสถาบันต่างๆ อีกทั้งครู-อาจารย์ผู้สอนก็สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้ด้วย

หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน ครู-อาจารย์ผู้สอน ได้ตามสมควร หากมีข้อบกพร่องหรือผิดพลาดประการใดผู้เขียนต้องขออภัยมา ณ ที่นี้ด้วย

ด้วยความปรารถนาดี
กวิยา เนาวประทีป
kawiya@physicscenter.com

คำนำสำนักพิมพ์

เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่า การเรียนการสอนในปัจจุบัน กระทรวงศึกษาธิการ ได้ประกาศใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มีความเหมาะสมชัดเจนทั้งเป้าหมายของหลักสูตรในการมุ่งพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติ โดยได้มีการกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดในรายวิชาไว้อย่างชัดเจน เหมาะสำหรับการเรียนการสอนในแต่ละระดับชั้น

สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์ได้เล็งเห็นความสำคัญของการเรียนการสอนในกลุ่ม **สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์** ซึ่งได้มีการกำหนดเป้าหมายสำคัญของการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนให้สามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเอง นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาชีวิตและใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ดังนั้นทางสำนักพิมพ์ฯ จึงได้จัดทำหนังสือ **เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์** เฉพาะเรื่องขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนที่ยังไม่เข้าใจหลักคณิตศาสตร์บางเรื่องได้เลือกนำไปใช้ศึกษาด้วยตนเองให้เข้าใจได้อย่างถ่องแท้ เพราะมีการสรุปหลักในแต่ละเรื่อง มีแบบฝึกหัด และแบบทดสอบที่หลากหลายไว้ให้ลองทำพร้อมมีเฉลยแยกเล่มไว้ให้ตรวจสอบความถูกต้องได้ด้วยตนเอง

สำนักพิมพ์ฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้คงจะอำนวยประโยชน์ให้แก่ผู้เรียน ครู-อาจารย์ผู้สอน และผู้ที่สนใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

ฝ่ายวิชาการ
สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์

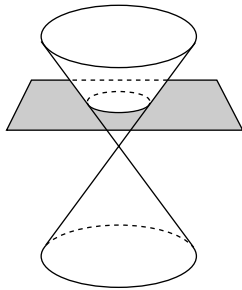
สารบัญ

1. การเลื่อนแกนทางขนาน	8
2. วงกลม	10
3. พาราโบลา	23
4. วงรี	43
5. ไฮเพอร์โบลา	62
แบบทดสอบภาคตัดกรวย	79

ภาคตัดกรวย

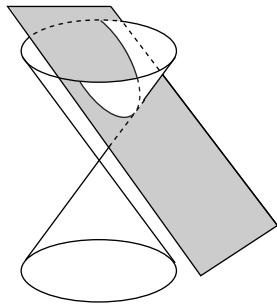
“ภาคตัดกรวย” ประกอบด้วย วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา เพราะเส้นโค้งเหล่านี้ได้จากการตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบ ดังรูปต่อไปนี้

1.



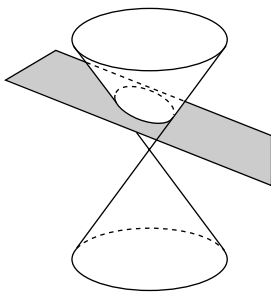
“วงกลม” เกิดจากการตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบที่ตั้งฉากกับแกนของกรวย

2.



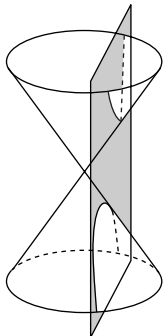
“พาราโบลา” เกิดจากการตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบที่ขนานกับเส้นประกอบรูปกรวย

3.



“วงรี” เกิดจากการตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบที่ไม่ขนานกับฐาน

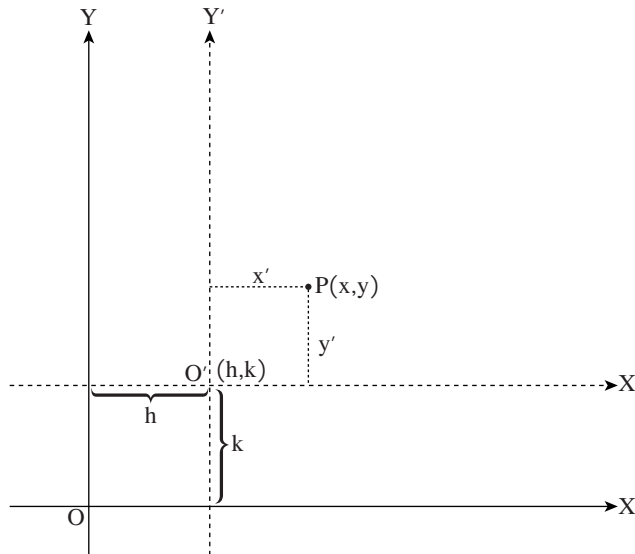
4.



“ไฮเพอร์โบลา” เกิดจากการตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบที่ตัดทั้งสองส่วนของกรวยและตั้งฉากกับฐาน

1.

การเลื่อนแกนทางขนาน



จากกราฟ $O(0, 0)$ เป็นจุดกำเนิดของแกนเดิม (แกน X และแกน Y) และ $O'(h, k)$ เป็นจุดกำเนิดของแกนใหม่ (แกน X' และแกน Y')

พิกัดของจุด P เทียบกับแกนเดิม คือ (x, y)

พิกัดของจุด P เทียบกับแกนใหม่ คือ (x', y')

$$\therefore x = x' + h \text{ หรือ } x' = x - h$$

$$y = y' + k \text{ หรือ } y' = y - k$$

แบบฝึกหัดที่ 1

- กำหนดให้เลื่อนแกนทางขนานโดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด $(1, 2)$ จุด $A(3, 5)$, $B(4, 0)$, $C(-2, 1)$ และ $D(0, 7)$ มีพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงหาพิกัดของจุด A , B , C และ D เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

2. กำหนดให้เลื่อนแกนทางขนาน โดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด $(-2, -1)$ จุด $A(2, 3)$, $B(1, 4)$, $C(-4, 5)$ และ $D(-6, 1)$ มีพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงหาพิกัดของจุด A , B , C และ D เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

3. กำหนดให้เลื่อนแกนทางขนาน โดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด $(2, 3)$ จุด $P(-1, 1)$, $Q(3, 5)$, $R(-2, 4)$ และ $S(2, 0)$ มีพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ จงหาพิกัดของจุด P , Q , R และ S เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

4. กำหนดให้เลื่อนแกนทางขนาน โดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด $(-2, -2)$ จุด $P(0, 0)$, $Q(2, 3)$, $R(-4, -5)$ และ $S(-1, -2)$ มีพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ จงหาจุด P , Q , R และ S เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

5. ถ้าเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด $(2, 3)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ กราฟของสมการ $y = |x - 2| + 3$ จะมีสมการเทียบแกนใหม่ซึ่งมีพิกัด (x', y') แทนพิกัด (x, y) เป็นอย่างไร

6. จากสมการต่อไปนี้ ถ้าต้องการเลื่อนแกนอ้างอิงเพื่อให้ได้สมการในรูปที่กำหนดแล้ว จะเลือกจุดใดเป็นจุดกำเนิด

1) $(x - 2)(y + 2) = 1$ และต้องการให้สมการนี้อยู่ในรูป $x'y' = 1$

2) $y(x + 4) = 1$ และต้องการให้สมการนี้อยู่ในรูป $x'y' = 1$

3) $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 4$ และต้องการให้สมการอยู่ในรูป $(x')^2 + (y')^2 = 4$

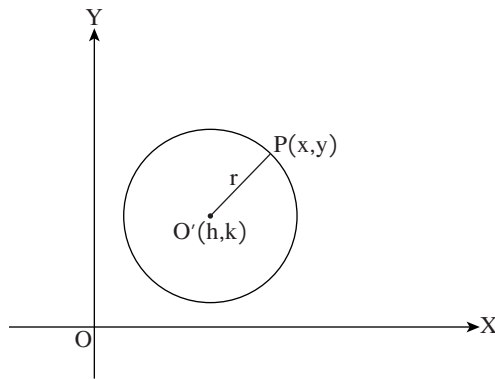
2.

วงกลม



บทนิยาม

วงกลม คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบที่มีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง เป็นระยะคงที่เสมอ



ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $O'(h, k)$ และมีรัศมียาว r หน่วย คือ

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2\}$$

วงกลมที่มีสมการ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ เมื่อ D, E และ F เป็นจำนวนจริง ประกอบด้วย

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $O'(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$

และ รัศมี $r = \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F}$ เมื่อ $\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F > 0$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงเขียนความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนด

1) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และมีรัศมียาว 3 หน่วย

2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(1, 0)$ มีรัศมียาว 4 หน่วย

3) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, -2)$ มีรัศมียาว 5 หน่วย

4) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(1, 2)$ มีรัศมียาว 3 หน่วย

5) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-2, 3)$ มีรัศมียาว 4 หน่วย

6) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(3, -4)$ มีรัศมียาว 5 หน่วย

7) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-4, -5)$ มีรัศมียาว 2 หน่วย

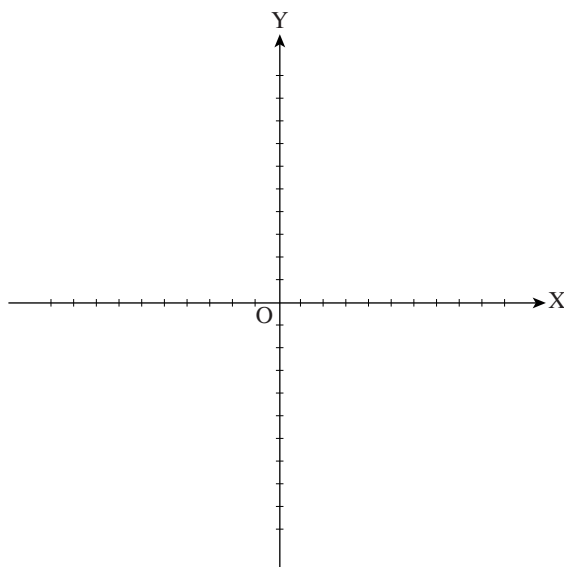
8) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ มีรัศมียาว $\frac{1}{\sqrt{5}}$ หน่วย

9) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ มีรัศมียาว $\frac{1}{\sqrt{3}}$ หน่วย

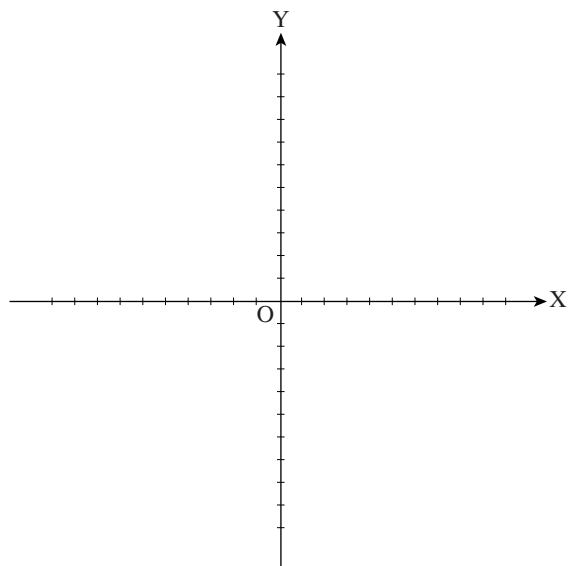
10) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$ มีรัศมียาว 1 หน่วย

2. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

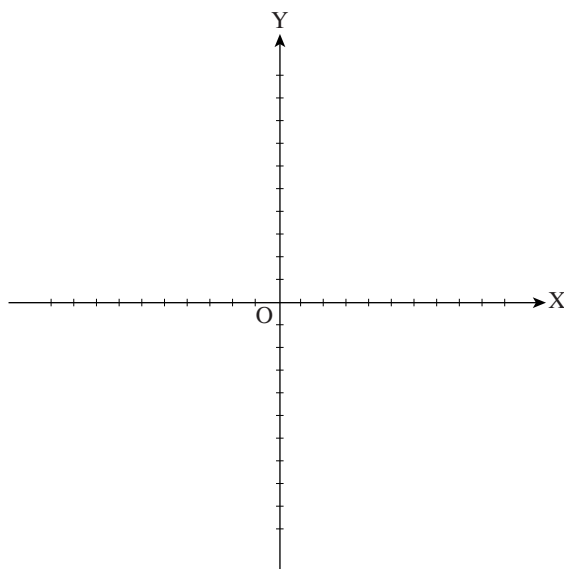
1) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 16\}$



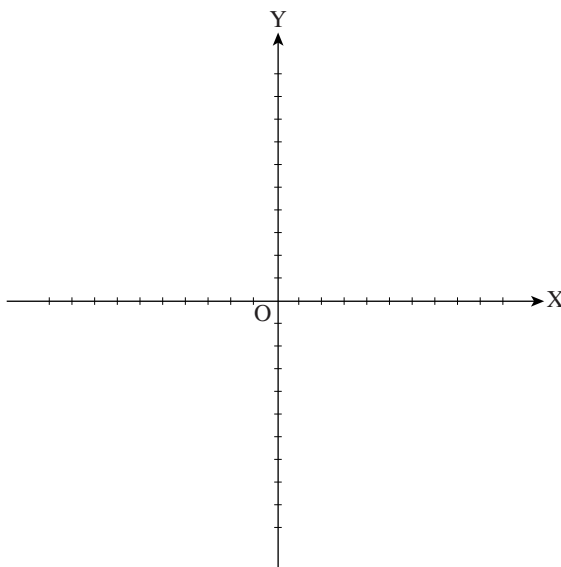
2) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 10\}$



3) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - 1)^2 + y^2 = 25\}$



4) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16\}$



3. จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมที่มีสมการดังต่อไปนี้

1) $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$

2) $x^2 + y^2 - 4y - 12 = 0$

3) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$

4) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1 = 0$

5) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$
