



ฟิสิกส์ 1

ระดับมหาวิทยาลัย

เล่ม 3



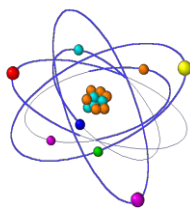
แนะนำ
ตัวผู้จัดทำ
๐๐๐ พณ. สุภาณี สุภาพ
ในแอปฯ ไลน์ และ TikTok
ไลน์ QR โค้ด do1u1



SHOPEE LAZADA

ราคา
199
บาท

เรียบเรียงโดย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุภาพ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี



ฟิสิกส์ 1

ระดับมหาวิทยาลัย เล่ม 3

ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุภาพ

พิมพ์ และจัดจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

133/471 หมู่ 2 ต.พิมลราช อําเภอบางบัวทอง จังหวัดนนทบุรี 11110

E-mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ หจกSPS 1999 ม.เพชรอนันต์ เขตคันนายาว กรุงเทพฯ 10230

ข้อมูลทางบรรณานุกรม

สุชาติ สุภาพ

ฟิสิกส์ 1 ระดับมหาวิทยาลัย เล่ม 3

530

ISBN 978-616-478-190-0

คำนำ

หนังสือ ฟิสิกส์ 1 ระดับมหาวิทยาลัย เล่ม 3 เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนรายวิชาฟิสิกส์พื้นฐานในระดับอุดมศึกษา โดยเนื้อหาครอบคลุมหัวข้อสำคัญทางฟิสิกส์ใน 5 บทเรียน ซึ่งเป็นการต่อข้อต่อจากความรู้ในเล่มก่อนหน้านี้ ทั้งในด้านแรง การเคลื่อนที่ และพลังงาน ซึ่งเป็นการทำความเข้าใจปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้น บทที่ 13 ว่าด้วยกฎของความโน้มถ่วง จะพาผู้อ่านย้อนรอยแนวคิดของนิวตันในการอธิบายแรงดึงดูดระหว่างมวล ซึ่งไม่เพียงแต่ใช้กับวัตถุบนโลก แต่ยังขยายไปถึงการโคจรของดวงจันทร์ ดาวเคราะห์ และกลไกของจักรวาล บทที่ 14 ว่าด้วย กลศาสตร์ของไหล อธิบายพฤติกรรมของของไหลทั้งในภาวะนิ่งและเมื่อมีการเคลื่อนที่ โดยเชื่อมโยงกับการไหลของของเหลว อากาศ พลศาสตร์ และกฎของเบอร์นูลลี บทที่ 15 และบทที่ 16 กล่าวถึง คลื่นกลและคลื่นเสียง ตามลำดับ โดยปูพื้นจากหลักการกำเนิดและการเคลื่อนที่ของคลื่นกล บทที่ 17 ปิดท้ายด้วยหัวข้อ อุณหภูมิจึงและความร้อน ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของอุณหพลศาสตร์ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนรู้ ช่วยเสริมความเข้าใจ และปลุกเร้าความสนใจของนิสิตนักศึกษาที่กำลังก้าวสู่โลกของฟิสิกส์อย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น

หรือถ้าท่านสนใจหนังสือในรูปแบบ E-BOOK ก็มีจำหน่ายที่เว็บไซต์ ร้านนายอินทร์ , MEB , อุกปี, ซีเอ็ด , hystexts , ศูนย์หนังสือจุฬาฯ และ DDebook

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อตามร้านหนังสือทั่วไปไม่ได้ สามารถซื้อออนไลน์ที่แอปต่าง ๆ โดยสแกน QR โค้ดข้างล่างนี้
(ที่ช้อปปีมีหนังสือมากที่สุด)



สุชาติ สุภาพ

มือถือ 083-920-3825

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 13 กฎของความโน้มถ่วง	5
13.1 กฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน	5
13.2 การวัดค่าคงตัวของความโน้มถ่วง	10
13.3 ความเร่งของการตกอย่างเสรี และแรงโน้มถ่วง	12
13.4 กฎของเคปเลอร์	20
13.5 กฎความโน้มถ่วงกับการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์	22
13.6 สนามโน้มถ่วง	28
13.7 พลังงานศักย์โน้มถ่วง	33
13.8 การอนุรักษ์พลังงานของดาวเคราะห์และดาวเทียม	38
13.9 ความเร็วหลุดพ้น	41
บทที่ 14 กลศาสตร์ของไหล	43
14.1 ความดัน	46
14.2 ความดันในของเหลวขึ้นอยู่กับความลึก	48
14.3 เครื่องมือวัดความดัน	57
14.4 แรงลอยตัวและหลักของอาร์คิมิดีส	61
14.5 ความตึงผิว	80
14.6 ความหนืด	93
14.7 การเคลื่อนที่ของของไหล	103
14.8 สมการความต่อเนื่อง	105
14.9 สมการของแบร์นูลลี	111
14.10 หลอดไพทอต	132
บทที่ 15 คลื่นกล	136
15.1 การจำแนกประเภทของคลื่น	137
15.2 การซ้อนทับกันและการแทรกสอดของคลื่น	145
15.3 อัตราเร็วของคลื่นในสื่อน้ำ	150
15.4 การสะท้อนและการถ่ายทอดพลังงานของคลื่น	153
15.5 การวิเคราะห์คลื่นในสื่อน้ำ	159
15.6 อัตราการถ่ายโอนพลังงานของคลื่นในสื่อน้ำ	160

สารบัญ

	หน้า
15.7 สมการคลื่น	163
บทที่ 16 คลื่นเสียง	166
16.1 การจำแนกประเภทของคลื่นเสียง	169
16.2 อัตราเร็วของคลื่นเสียง	172
16.3 การสั่นแบบเป็นคาบของคลื่นเสียง	174
16.4 ความเข้มเสียงที่มีลักษณะเป็นคาบ	177
16.5 ความเข้มเสียง	182
16.6 ระดับความเข้มเสียง	183
16.7 ระดับเสียง	186
16.8 คลื่นเสียงความเข้มสูง	188
16.9 คุณภาพของเสียง	190
16.10 คลื่นทรงกลมและคลื่นระนาบ	192
16.11 การได้ยิน	195
16.12 การกำทอน	196
16.13 บีตส์	203
16.14 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์	204
16.15 คลื่นกระแทก	209
16.16 การนำความรู้เรื่องเสียงมาใช้ประโยชน์	213
บทที่ 17 อุณหภูมิจัดและความร้อน	218
17.1 อุณหภูมิ	218
17.2 กฎข้อที่ศูนย์ของอุณหพลศาสตร์	220
17.3 เทอร์โมมิเตอร์ชนิดแก๊สแบบปริมาตรคงตัว และอุณหภูมิสัมบูรณ์	222
17.4 พลังงานความร้อนกับการเปลี่ยนอุณหภูมิของสาร	223
17.5 การขยายตัวของของแข็งและของเหลวเมื่อได้รับความร้อน	227
17.6 การอธิบายเกี่ยวกับแก๊สอุดมคติในระบบมหภาค	232
17.7 แผนภาพ P – V	235
17.8 แผนภาพ P – T	236

บทที่ 13

กฎของความโน้มถ่วง

ตั้งแต่สมัยโบราณ มนุษย์สังเกตเห็นว่า สิ่งของต่าง ๆ เมื่อถูกปล่อยจากมือ มันจะตกลงสู่พื้นเสมอ ไม่ว่าจะเป็นลูกแอปเปิล ไข่ไก่ หรือก้อนหิน นักวิทยาศาสตร์ในอดีตพยายามอธิบายปรากฏการณ์นี้ด้วยแนวคิดต่าง ๆ จนกระทั่งในศตวรรษที่ 17 เซอร์ไอแซก นิวตันได้เสนอแนวคิดสำคัญที่เปลี่ยนโลกของฟิสิกส์ไปตลอดกาล นั่นคือกฎของความโน้มถ่วงสากล แนวคิดของนิวตันชี้ให้เห็นว่า ไม่ใช่แค่โลกที่ดึงดูดวัตถุ แต่ทุกวัตถุในจักรวาลต่างดึงดูดกันและกันด้วยแรงที่เราเรียกว่า "แรงโน้มถ่วง" กฎข้อนี้ไม่เพียงอธิบายการตกของวัตถุบนโลกเท่านั้น แต่ยังช่วยไขความลับของการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ ดวงจันทร์ และแม้แต่เส้นทางของดาวหางอีกด้วย ในบทนี้เราจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับกฎของความโน้มถ่วงในแง่มุมต่าง ๆ ตั้งแต่สูตรทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายแรงโน้มถ่วง ไปจนถึงการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องแรงโน้มถ่วงในชีวิตประจำวันและเทคโนโลยี เช่น ดาวเทียมและระบบ GPS

โลกและดาวเคราะห์ต่างก็โคจรรอบดวงอาทิตย์ เนื่องจากดวงอาทิตย์ออกแรงดึงดูดดาวเคราะห์ แรงดึงดูดในลักษณะนี้ไม่ได้มีเฉพาะแรงดึงดูดของดวงอาทิตย์เท่านั้น ดาวทุกดวงก็มีแรงดึงดูดด้วยเช่นเดียวกัน ขนาดของแรงดึงดูดมีค่าขึ้นอยู่กับมวลของดาวนั้น ๆ ถ้าดาวดวงใดมีมวลมากก็จะมีแรงดึงดูดมาก แรงดึงดูดของดวงดาวต่าง ๆ นี้เรียกว่าแรงโน้มถ่วง แรงโน้มถ่วงของดาวฤกษ์มีพลังงานมหาศาลก่อให้เกิดผลฟิสิกส์พิเศษ เช่น ดาวฤกษ์เมื่อหลอมรวมไฮโดรเจนให้เป็นฮีเลียมจนหมด ดาวฤกษ์นั้นก็จะถูกแรงโน้มถ่วงของตัวเองกดอัดและจะยุบตัวลง ถ้าดาวฤกษ์นั้นมีขนาดเล็กเมื่อยุบตัวแล้วก็จะกลายเป็น “ดาวแคระขาว” แต่ถ้าดาวฤกษ์นั้นมีขนาดใหญ่มากก็จะยุบตัวกลายเป็นหลุมดำ (black hole) ที่มีความหนาแน่นและแรงดึงดูดมากมาสมหาคาล สามารถดึงดูดได้แม้กระทั่งแสงหรือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทุกชนิด

13.1 กฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน



เซอร์ไอแซก นิวตัน นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษได้ค้นพบกฎแรงดึงดูดของโลกขณะที่เขากำลังนั่งดูดวงจันทร์ แล้วก็เกิดความสงสัยว่าทำไมดวงจันทร์จึงต้องโคจรรอบโลก จากนั้นนิวตันก็เริ่มทำการทดลองเพื่อศึกษาเกี่ยวกับการโคจรรอบโลกของดวงจันทร์ และได้จำลองสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับการโคจรรอบโลกของดวงจันทร์โดยการนำก้อนหินมาผูกเชือกแล้วแกว่งให้เคลื่อนที่เป็นวงกลม นิวตันสรุปผลการทดลองนี้ว่าเชือกเป็นตัวการสำคัญที่ทำให้ก้อนหินเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ ดังนั้นการที่ดวงจันทร์โคจรรอบโลกแสดงว่าต้องมีแรงที่ทำให้

หน้าที่เหมือนกับแรงดึงดูดของเส้นเชือก และแรงนั้นก็คือแรงดึงดูดหรือแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อดวงจันทร์นั่นเอง รวมถึงการที่เราเห็นแอปเปิ้ลตกลงสู่พื้นดินก็เป็นเพราะแรงดึงดูดหรือแรงโน้มถ่วงของโลกเช่นเดียวกัน และเมื่อเราขยายแนวความคิดนี้ให้กว้างขึ้นก็จะได้เป็นกฎของความโน้มถ่วง นิวตันได้พิมพ์กฎความโน้มถ่วงในปี ค.ศ. 1687 ซึ่งมีใจความว่า

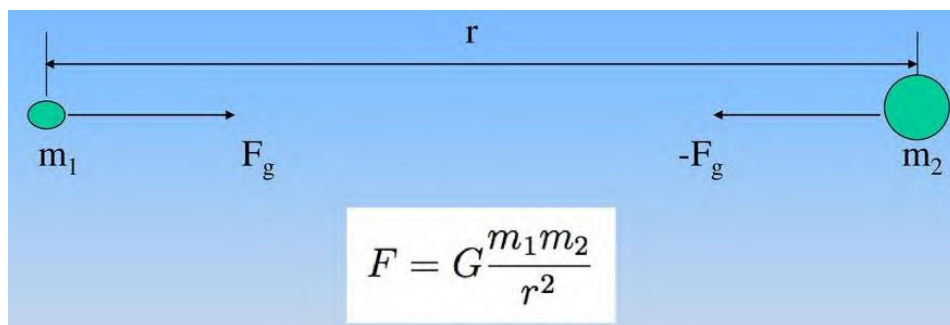
"สสารทุกอย่างในเอกภพดึงดูดสสารอื่นด้วยแรงซึ่งแปรผันตรงกับผลคูณของมวลของสสารทั้งสอง และแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างสสารทั้งสองนั้น" หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (18.1)$$

เมื่อ F_g เป็นแรงดึงดูดระหว่างมวล

r เป็นระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางมวลระหว่างสสารทั้งสอง

G เป็นค่าคงตัวซึ่งนิวตันยังไม่ทราบค่านี้ต่อมามีค่า $= 6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$



แรงดึงดูดระหว่างมวล

สมการ (18.1) ถ้าเขียนในรูปเวกเตอร์จะได้ดังนี้

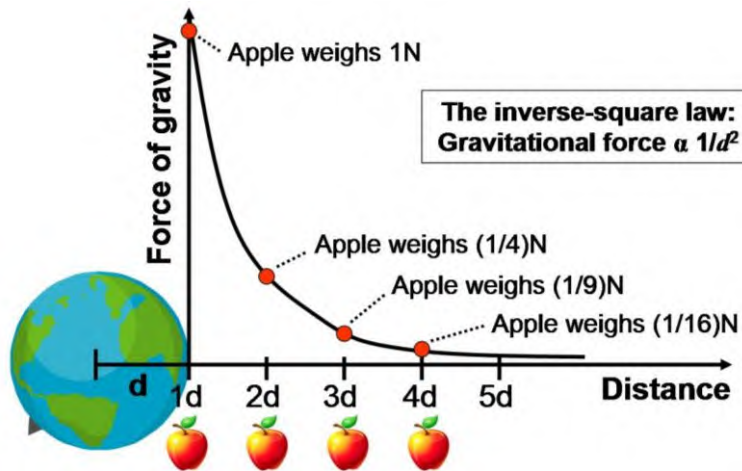
$$\mathbf{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} \quad (18.2)$$

เครื่องหมาย - มีความหมายว่าแรงนี้เป็นแรงดึงดูด

$\hat{\mathbf{r}}_{12}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ชี้จากมวล m_1 ไปยังมวล m_2

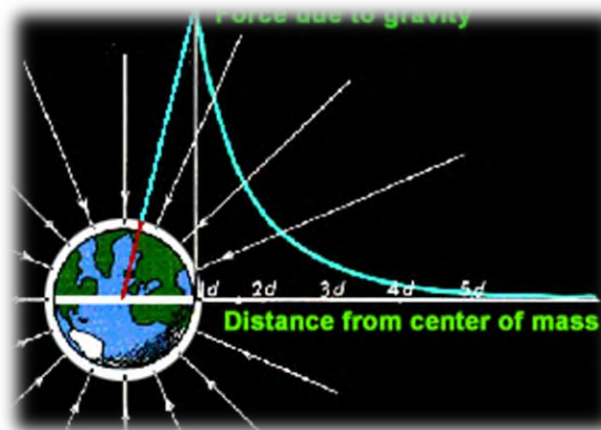
สมการ (18.1 และ 18.2) คือสมการแรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุ 2 ก้อนใดๆ หรือกล่าวง่าย ๆ ได้ว่า อะไอก็ตามที่ให้มีมวลต่างก็ดึงดูดกัน

จากสมการ (18.1) และ (18.2) แสดงให้เห็นว่าแรงดึงดูดระหว่างมวลเป็นแรงที่มีค่าเป็นปฏิกิริยาผกผันกับระยะห่างกำลังสอง (r^2) ซึ่งก็หมายความว่าถ้าระยะห่างเพิ่มขึ้น 2 เท่า แรงดึงดูดก็จะลดลง 4 เท่า ดังแสดงในกราฟรูป

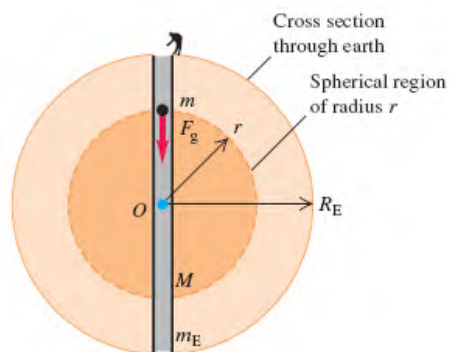
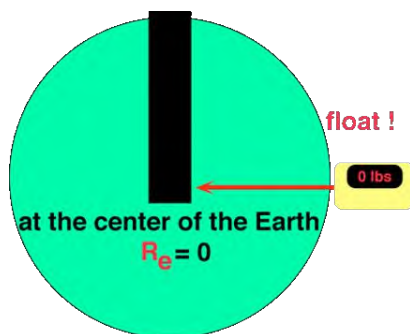


แรงดึงดูดที่ลดลงทำให้น้ำหนักของแอปเปิ้ลมีค่าลดลง

นอกจากแรงโน้มถ่วงของโลกจะมีค่าลดลงตามระยะทางแล้ว แรงโน้มถ่วงของโลกยังมีค่าลดลงตามความลึกจากผิวโลกด้วย และที่จุดศูนย์กลางโลกจะมีแรงโน้มถ่วงเป็นศูนย์ ถ้าเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงโน้มถ่วงกับระยะทางตั้งแต่จุดศูนย์กลางโลกออกไป จะได้กราฟดังรูป 13.4



แรงโน้มถ่วงของโลกที่ตำแหน่งต่าง ๆ



รูป 13.5 แรงโน้มถ่วงภายในโลก จะมีค่าลดลงตามความลึก

กฎความโน้มถ่วงสากลนี้ก็คือกฎแรงดึงดูดระหว่างมวลนั่นเอง วัตถุใด ๆ ต่างก็มีแรงดึงดูดด้วยกันทั้งสิ้น



โลกและคนต่างก็ดึงดูดซึ่งกันและกัน

ถ้าต้องการหาแรงดึงดูดระหว่างที่โลกกระทำต่อคนหรือวัตถุใดๆที่อยู่บนพื้นโลก สมการ (13.1) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$F_g = G \frac{M_E m}{R_E^2} \quad (13.3)$$

เมื่อ M_E คือมวลของโลก $= 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$.

m คือมวลคนหรือวัตถุใดๆที่อยู่บนพื้นโลก

R_E คือรัศมีของโลก $= 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

สมการ (13.3) เขียนใหม่ได้เป็น

$$F_g = m \left(\frac{GM_E}{R_E^2} \right)$$

$$F = G \frac{mM_E}{R_E^2} = m \left(\frac{GM_E}{R_E^2} \right) \quad \leftarrow g$$

สมการ (13.3) ก็คือ $F_g = mg$

สมการ (13.3) มีความหมายว่า แรงดึงดูดระหว่างโลกกับวัตถุใดๆ มีค่าขึ้นอยู่กับมวลของโลกและมวลของวัตถุนั้น ๆ

การหามวลของโลกโดยการคำนวณ

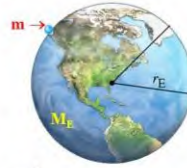
มวลของโลกเป็นค่าที่ใหญ่มหาศาลและไม่สามารถวัดได้โดยตรงเหมือนการชั่งวัตถุทั่วไป แต่ด้วยความสามารถของนักฟิสิกส์และคณิตศาสตร์ มนุษย์สามารถหาค่ามวลของโลกได้อย่างแม่นยำโดยอาศัยหลักการทางฟิสิกส์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งจาก “กฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน” ซึ่งเป็นกฎที่อธิบายแรงดึงดูดระหว่างมวลสองมวล การคำนวณหามวลของโลกเริ่มต้นจากการสังเกตการเคลื่อนที่ของวัตถุที่อยู่ใกล้โลก เช่น ดวงจันทร์ ดาวเทียม หรือแม้แต่การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ตกลงบนพื้นโลก โดยใช้ค่าคงที่ของแรงโน้มถ่วง (g) และค่าคงที่ความโน้มถ่วงสากล (G) นักวิทยาศาสตร์สามารถจัดรูปสมการและแก้เพื่อหาค่ามวลของโลกได้อย่างแม่นยำ หัวข้อนี้จะนำเสนอแนวคิดและวิธีการคำนวณหามวลของโลกโดยใช้สมการทางฟิสิกส์อย่างเป็นระบบ ซึ่งไม่เพียงแต่แสดงให้เห็นถึงพลังของความรู้ทางวิทยาศาสตร์ แต่ยังสะท้อนถึงความสามารถของมนุษย์ในการเข้าใจสิ่งที่ดูเหมือนจะเกินเอื้อมอีกด้วย

Using the same process, we can

“Weigh” Earth!

(Determine its mass).

On the surface of the Earth, equate the usual weight of mass **m** to the Newtonian Gravitation Force Law form.



$$mg = G \frac{mm_E}{r_E^2} \Rightarrow m_E = \frac{gr_E^2}{G}$$

Knowing $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ & the radius of the Earth r_E , the mass of the Earth can be calculated:

$$m_E = \frac{gr_E^2}{G} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg.}$$

จากสมการ(18.8)ที่เป็นสมการแรงดึงดูดระหว่างมวล เราสามารถนำเอาสมการนี้มาใช้ในการคำนวณหามวลของโลกได้ดังนี้

จาก

$$F_g = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

$$mg = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

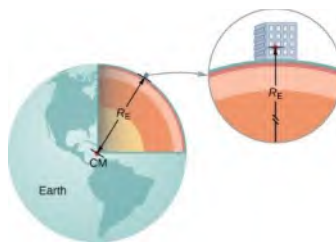
$$g = G \frac{M_E}{R_E^2}$$

$$M_E = \frac{gR_E^2}{G}$$

$$M_E = \frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2}$$

มวลของโลก

$$M_E = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$



รูป 18.2 ระยะห่างระหว่างโลกกับอาคารมีค่าเท่ากับรัศมีของโลก

เพราะเหตุใดดวงดาวต่าง ๆ จึงมีลักษณะเป็นทรงกลม

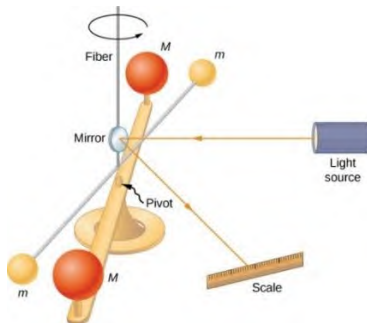
เมื่อเรามองดูภาพถ่ายจากกล้องโทรทรรศน์หรือจากอวกาศ จะเห็นว่าดวงดาวต่าง ๆ เช่น ดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ และดาวเคราะห์ ล้วนมีรูปร่างเป็นทรงกลม หรือใกล้เคียงทรงกลม นั่นทำให้เกิดคำถามที่น่าสนใจว่า ทำไมดวงดาวเหล่านี้จึงไม่เป็นรูปทรงอื่น เช่น สี่เหลี่ยม หรือสามเหลี่ยม? คำตอบของคำถามนี้ซ่อนอยู่ในแรงพื้นฐานของธรรมชาติที่เรารู้จักว่า แรงโน้มถ่วง แรงชนิดนี้มีหน้าที่ดึงดูดมวลทุกส่วนของวัตถุให้เข้าหากันอย่างสมมาตร แรง

โน้มถ่วงทำงานอย่างต่อเนืองในทุกทิศทาง ส่งผลให้มวลในดวงดาวกระจายตัวออกอย่างสมดุลที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ และรูปร่างที่มีสมดุลที่สุดในธรรมชาติก็คือ ทรงกลม แต่ในกรณีที่เป็นวัตถุที่มีมวลน้อยเช่นลูกกาบาศหรือดาวเคราะห์น้อย แรงโน้มถ่วงจะมีขนาดน้อยกว่าแรงดึงดูดของดวงดาวต่าง ๆ มาก วัตถุเหล่านี้จึงไม่เป็นทรงกลม

13.2 การวัดค่าคงตัวของความโน้มถ่วง

ค่าคงตัวของความโน้มถ่วง หรือที่เรียกกันว่า *ค่าคงที่ความโน้มถ่วงสากล* เป็นค่าพื้นฐานในกฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน ซึ่งระบุว่า แรงระหว่างมวลสองมวลแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างมวล และแปรผันตรงกับผลคูณของมวลทั้งสอง โดยมี G เป็นค่าคงที่สำคัญที่ทำให้สมการมีความสมบูรณ์ แม้ว่ากฎของนิวตันจะถูกเสนอขึ้นตั้งแต่ศตวรรษที่ 17 แต่การวัดค่าคงตัว G ที่แม่นยำเป็นครั้งแรกเกิดขึ้นในอีกกว่าร้อยปีให้หลัง โดย เฮนรี คาเวนดิช นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษในปี ค.ศ. 1798 เขาใช้ เครื่องชั่งแรงบิด ในการวัดแรงระหว่างลูกตะกั่วสองคู่ ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่สามารถตรวจจับแรงดึงดูดที่อ่อนมากระหว่างมวล การทดลองของคาเวนดิชถือเป็นก้าวสำคัญ เพราะไม่เพียงแต่ทำให้มนุษย์สามารถคำนวณหาค่า G ได้เท่านั้น แต่ยังช่วยเปิดประตูสู่การคำนวณหามวลของโลก และมวลของวัตถุต่าง ๆ ในจักรวาลอีกด้วย ในหัวข้อนี้เราจะได้เรียนรู้ทั้งหลักการของการวัด G วิธีการทดลองเบื้องต้น และความสำคัญของ G ในการศึกษาฟิสิกส์ดาราศาสตร์และแรงโน้มถ่วงในระดับจักรวาลอย่างแท้จริง.

หลังจากนิวตันเสียชีวิตไปแล้ว 70 ปี นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ เฮนรี คาเวนดิช สามารถวัดค่า G ได้ เครื่องมือที่เขาใช้ในการหาค่า G มีลักษณะดังรูป 13.7



รูป 13.7 แบบจำลองการทดลองของคาเวนดิช

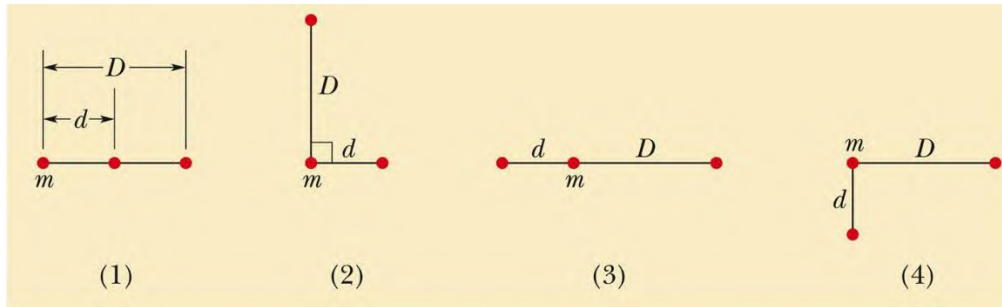
ซึ่งประกอบด้วยวัตถุทรงกลมเล็ก ๆ มีมวล m เท่ากันทั้ง 2 ก้อนติดที่อยู่ที่ปลายของแท่งวัตถุที่แขวนไว้ เมื่อเริ่มทำการทดลองจะนำวัตถุมวล M ขนาดใหญ่อีก 2 ก้อน มาใกล้ ๆ วัตถุมวล m ทั้งสอง วัตถุมวล M และวัตถุมวล m ก็จะออกแรงดึงดูดซึ่งกันและกันทำให้แท่งวัตถุที่แขวนเบี่ยงเบนออกไปจากแนวเดิม เมื่อทราบมวลของวัตถุทั้งสอง และทราบขนาดของแรงดึงดูดระหว่างมวล ก็จะคำนวณหาค่า G ได้



บริเวณที่ไม่มีมวลขนาดใหญ่มาก ๆ อยู่ใกล้ ๆ จะไม่มีแรงโน้มถ่วง

ตัวอย่าง อนุภาคสามอนุภาคมีมวลเท่ากันวางอยู่ในตำแหน่งที่ต่างกันสี่รูปแบบดังรูป โดยระยะ $x = 2d$ จงหา

ก) แรงดึงดูดระหว่างมวลที่กระทำต่อมวล m ข) ขนาดของแรงดึงดูด



วิธีทำ แยกพิจารณาทีละรูป ดังนี้

พิจารณาที่รูป (1)

$$\begin{aligned}(F_g)_1 &= G \frac{mm}{d^2} \hat{i} + G \frac{mm}{D^2} \hat{i} \\(F_g)_1 &= G \frac{mm}{d^2} \hat{i} + G \frac{mm}{(2d)^2} \hat{i} \\(F_g)_1 &= G \frac{mm}{d^2} \left(\hat{i} + \frac{1}{4} \hat{i} \right) = 1.25G \frac{mm}{d^2} \hat{i} \quad \text{ตอบ} \\|(F_g)_1| &= (1.25)G \frac{mm}{d^2} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

พิจารณาที่รูป (2)

$$\begin{aligned}(F_g)_2 &= G \frac{mm}{d^2} \hat{i} + G \frac{mm}{D^2} \hat{j} \\(F_g)_2 &= G \frac{mm}{d^2} \hat{i} + G \frac{mm}{(2d)^2} \hat{j} \\(F_g)_2 &= G \frac{mm}{d^2} \left(\hat{i} + \frac{1}{4} \hat{j} \right) \quad \text{ตอบ} \\|(F_g)_2| &= 1.03G \frac{mm}{d^2} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

พิจารณาที่รูป (3)

$$\begin{aligned}(F_g)_3 &= -G \frac{mm}{d^2} \hat{i} + G \frac{mm}{D^2} \hat{i} \\(F_g)_3 &= -G \frac{mm}{d^2} \hat{i} + G \frac{mm}{(2d)^2} \hat{i} \\(F_g)_3 &= -0.75G \frac{mm}{d^2} \hat{i} \quad \text{ตอบ} \\|(F_g)_3| &= -0.75G \frac{mm}{d^2} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

พิจารณาที่รูป (4)

$$\begin{aligned}(F_g)_4 &= -G \frac{mm}{d^2} \hat{j} + G \frac{mm}{D^2} \hat{i} \\(F_g)_4 &= -G \frac{mm}{d^2} \hat{j} + G \frac{mm}{(2d)^2} \hat{i}\end{aligned}$$

$$(F_g)_4 = G \frac{mm}{d^2} \left(-\hat{j} + \frac{1}{4} \hat{i} \right) \quad \text{ตอบ}$$

$$(F_g)_4 = 1.03G \frac{mm}{d^2} \quad \text{ตอบ}$$

13.3 ความแรงของการตกอย่างเสรีและแรงโน้มถ่วง

เมื่อวัตถุหลุดจากมือเราและตกลงสู่พื้นโดยไม่มีแรงต้านจากอากาศ สิ่งที่ทำให้วัตถุนั้นเร่งลงสู่พื้นคือแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งดึงดูดวัตถุทุกชนิดเข้าสู่ศูนย์กลางของโลกเสมอ การเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้แรงนี้เรียกว่า การตกอย่างเสรี ในการตกอย่างเสรี วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วย ความเร่งคงที่ ซึ่งเรียกว่า ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง มีสัญลักษณ์แทนว่า g โดยบนพื้นผิวโลกมีค่าประมาณ $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$ ความเร่งนี้ไม่ขึ้นกับมวลของวัตถุ นั่นหมายความว่า ไม่ว่าวัตถุนั้นจะหนักหรือเบา (ถ้าไม่มีแรงต้านอากาศ) ก็จะตกด้วยความเร่งเท่ากัน ความเร่งนี้เกิดจากแรงที่โลกกระทำต่อวัตถุ และยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาการเคลื่อนที่ กลศาสตร์ และแม้กระทั่งการคำนวณหามวลของโลกในระดับสูงต่อไป



รูป 13.8 แรงดึงดูดระหว่างมวล

พิจารณาแรงดึงดูดระหว่างโลกกับคนหรือวัตถุใดๆที่อยู่บนโลก ดังรูป 13.8

จะได้

$$F_g = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

$$mg = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

จะได้

$$g = G \frac{M_E}{R_E^2}$$

(13.4)

สมการ (13.4) มีความหมายว่าความเร่งโน้มถ่วงที่บริเวณผิวโลกหรือผิวของดาวเคราะห์ใดๆ มีค่าขึ้นอยู่กับมวลของดาวเคราะห์และรัศมีของดาวเคราะห์นั้น

ตัวอย่าง จงใช้ค่ามวลของโลก รัศมีของโลก คำนวณหาค่าความเร่งสนามโน้มถ่วงของโลก

วิธีทำ จาก

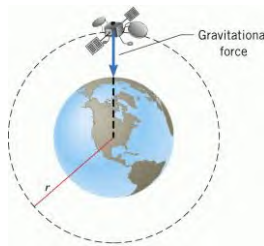
$$g = G \frac{M_E}{R_E^2}$$

$$g = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \frac{(5.95 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$g = 8.67 \text{ m/s}^2$$

ตอบ

ซึ่งจะเห็นว่าค่า g จะลดลงตามระยะห่างที่เพิ่มขึ้น ถ้าดาวเทียมมวล m อยู่สูงจากผิวโลกเป็นระยะ h ค่าของโลกบริเวณดาวเทียมหาได้ ดังนี้



รูป 13.9 แรงดึงดูดระหว่างโลกกับดาวเทียม

จาก

$$F_g = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

$$mg' = \frac{GM_E m}{(R_E + h)^2}$$

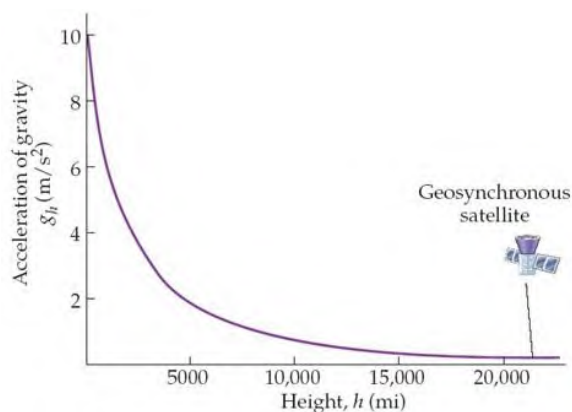
จะได้

$$g' = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2}$$

(13.5)

เมื่อ R_E คือรัศมีของโลก h คือความสูงจากผิวโลก g' คือความเร่งโน้มถ่วงที่ระยะความสูง h

สมการ(13.5)มีความหมายว่าค่า g จะมีค่าลดลงเมื่อความสูงเพิ่มขึ้น



ความเร่งโน้มถ่วงมีค่าลดลงตามความสูง

ตาราง 13.1 ความเร่งของวัตถุที่ความสูงต่าง ๆ

ความสูง(km)	$g'(m/s^2)$	ความสูง(km)	$g'(m/s^2)$
1000	7.83	7000	2.23
2000	5.68	8000	1.93
3000	4.53	9000	1.69
4000	3.70	10000	1.49
5000	3.08	50000	0.13
6000	2.60	∞	0

คำถามระหว่างบทเรียน

1) สนามโน้มถ่วงมีลักษณะอย่างไร

2) แรงโน้มถ่วงเป็นอย่างไร และจะเกิดขึ้นเมื่อใด

3) แรงโน้มถ่วง มีประ โชน์อย่างไร

4) แรงที่ทำให้ดวงจันทร์ หรือดาวเทียมโคจรรอบโลกคือแรงใด

5) แรงดึงดูดระหว่างโลกกับดาวเทียมที่โคจรรอบโลกมีค่า ขึ้นอยู่กับอะไรบ้าง

6) ดาวอาทิตย์ โลก และดาวบริวารของดาวอาทิตย์อยู่เป็นระบบได้ด้วยแรงใด

7) ทำไมดวงจันทร์จึงโคจรรอบโลก

8) ปรากฏการณ์น้ำขึ้น น้ำลง เกิดจากแรงใดบ้าง และแรงใดมีอิทธิพลต่อการเกิดน้ำขึ้น น้ำลงมากที่สุด และเพราะอะไร

9) แรงโน้มถ่วงของดาวต่าง ๆ มีค่าขึ้นอยู่กัปริมาณใด

10) ในการทดลองเพื่อหาค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลกโดยวิธีการตกอิสระ ควรระมัดระวังเรื่องใดเป็นพิเศษ

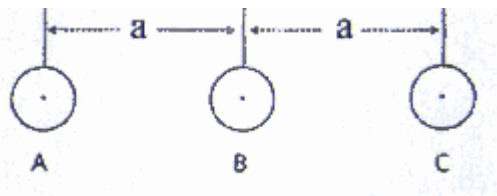
11) วัตถุที่ตกบนพื้นโลกกับวัตถุที่ตกบนพื้นดวงจันทร์ จะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

12) ไม่ว่าจะปล่อยวัตถุจากที่สูงเท่าใดจากพื้นโลก วัตถุก็จะตกลงสู่พื้นโลกเสมอ จริงหรือเท็จ

13) เมื่อโยนวัตถุขึ้นในแนวตั้ง เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ถึงจุดสูงสุดก็จะต้องกลับลงมา อธิบายว่าความเร่งของการเคลื่อนที่มีทิศทางใด

14) แรงโน้มถ่วงเป็นปริมาณที่แปรผันผกผันกับปริมาณใด

15) วัตถุ A B และ C มีมวลเท่ากัน อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันดังรูป ต่างก็โน้มถ่วงซึ่งกันและกันวัตถุใดมีความเร็วเป็นศูนย์



16) ในระบบสุริยะจักรวาล อะไรมีแรงโน้มถ่วงมากที่สุด และเพราะอะไร

17) แรงโน้มถ่วงเป็นผลคูณระหว่างมวลกับปริมาณใด

18) นักบินอวกาศมีน้ำหนัก 700 นิวตันบนโลก บนดาวเคราะห์ที่ห่างไกลเขามีน้ำหนัก 600 นิวตันความเร่งโน้มถ่วงของดาวดวงนั้นมีค่าเท่าไร

19) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ดวงหนึ่ง เขารู้ว่ามวลของตัวเองเท่ากับ m และรัศมีของดาวเคราะห์เท่ากับ r ถ้าเขาต้องการหามวลของดาวเคราะห์ดวงนี้ อธิบายว่าเขาต้องการข้อมูลใดอีก

20) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ที่มีมวลเท่ากับโลกแต่มีรัศมีสองเท่า อธิบายว่าความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวดาวดวงนี้มีค่าเท่าไร

21) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ที่มีมวลมากกว่าโลกสิบเท่าแต่รัศมีเท่ากัน อธิบายว่าความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวดาวดวงนี้มีค่าเท่าไร

22) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ที่มีมวลเท่ากับโลก แต่มีรัศมีมากกว่าโลกหกเท่า จงหาความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวดาวดวงนี้

๑๕) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ที่มีมวลหกเท่าของโลกและมีรัศมีสี่เท่าของโลก จงหาความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวดาวดวงนี้ (๘/๘)

๒๔) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ที่มีมวลสองเท่าของโลกแต่มีรัศมีเพียงครึ่งหนึ่งของโลก จงหาความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวดาวดวงนี้ (๘๔)

๑๕) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ดวงหนึ่ง เขาพบว่าแรงโน้มถ่วงที่เกิดขึ้นกับเธอมีค่าเพียงครึ่งหนึ่งของโลก ถ้าดาวเคราะห์ดวงนี้มีรัศมีเท่ากับโลก จงหามวลของดาวเคราะห์ดวงนี้เทียบกับโลก (1/๑)

๑๖) เมื่อนำวัตถุมวล 1 กิโลกรัม วางไว้ที่จุดศูนย์กลางของโลก วัตถุนั้นจะมีน้ำหนักเท่าไร

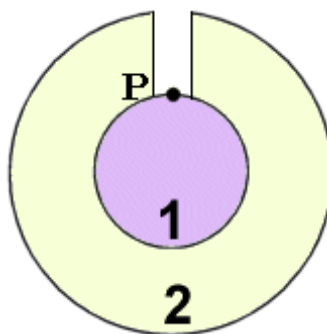


๑๓) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ดวงใหม่ เขาพบว่าแรงโน้มถ่วงของดาวดวงนี้มีค่ามากกว่าแรงโน้มถ่วงของโลก
สองเท่า ถ้าดาวเคราะห์ดวงใหม่มีรัศมีเท่ากับโลก จงหามวลของดาวเคราะห์นี้เทียบกับมวลของโลก

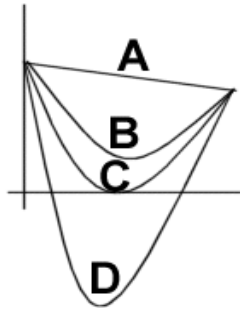
28) นักบินอวกาศลงจอดบนดาวเคราะห์ดวงหนึ่งและพบว่าน้ำหนักของเขานบนดาวเคราะห์ดวงนี้มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของน้ำหนักบนโลก จงหาความเข้มสนามโน้มถ่วงของดาวดวงนี้

๑๑) ดาวเคราะห์สองดวงห่างกัน 3×10^8 เมตร ถ้าดาวเคราะห์ดวงแรกมีมวล 2.65×10^{20} กิโลกรัมและดาวเคราะห์ที่สองมีมวล 6.33×10^{26} กิโลกรัม จงหาแรงดึงดูดของดาวเคราะห์ทั้งสอง (1.24×10^{20})

๓๐) ถ้าชุดหลุมลึกมากดังรูป แล้ววางวัตถุมวล m ก้อนหนึ่งไว้ที่ก้นหลุม แรงดึงดูดระหว่างมวลที่มวล m ถูกกระทำเกิดจากมวลส่วนใดของโลก



31) ถ้านักบินอวกาศเดินทางจากโลกไปยังดาวเคราะห์อีกดวงหนึ่งที่มีแรงโน้มถ่วงน้อยกว่าโลก 20% น้ำหนักของนักบินอวกาศจะมีค่าเปลี่ยนแปลงดังเส้นกราฟรูปใด เมื่อแกนตั้งหมายถึงแรงโน้มถ่วง แกนนอนหมายถึงระยะทาง



32) ความเร่งโน้มถ่วงของโลกบริเวณเหมืองถ่านหินใต้ดิน มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าความเร่งโน้มถ่วงของโลกบริเวณผิวโลก เพราะอะไร

33) ค่าคงตัวของแรงดึงดูดระหว่างมวล(G)มีค่าขึ้นอยู่กับแต่ละวัตถุที่ศึกษาหรือไม่อย่างไร

34) แรงโน้มถ่วงเป็นปริมาณชนิดใด

35) แรงโน้มถ่วงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับมวลของวัตถุทั้งสอง

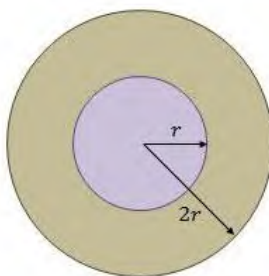
36) คำนิจโน้มถ่วงสากล(g)มีหน่วยเป็นอะไร

37) ความเร่งโน้มถ่วงของโลกมีค่ามากที่สุดที่บริเวณใด เพราะเหตุใด

38) ความเร่งโน้มถ่วงของโลกมีค่าน้อยที่สุดที่บริเวณใด เพราะเหตุใด

39) ดาวพุธเป็นดาวเคราะห์ที่อยู่ใกล้ดวงอาทิตย์มากที่สุดกับดาวเนปจูนที่อยู่ไกลดวงอาทิตย์มากที่สุด ดาวดวงไหนโคจรรอบดวงอาทิตย์ด้วยอัตราเร็วมากที่สุด

40) ถ้าแกนของดาวเคราะห์ดวงหนึ่งมีรัศมี r มีมวล $M = 4.1 \times 10^{24}$ กิโลกรัม ส่วนเปลือกนอกมีความหนา r มีมวล $4M$ จงหาความเข้มสนามโน้มถ่วงที่ระยะห่างจากผิวดาวเคราะห์ r (5)



41) แรงดึงดูดระหว่างวัตถุต่าง ๆ เรียกว่าอะไร

42) วัตถุสองก้อนมวลเท่ากันคือ 1 กิโลกรัม วางห่างกันโดยระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุทั้งสองเท่ากับ 1 เมตร จงหาแรงดึงดูดระหว่างมวลทั้งสอง

43) ถ้ามวลของวัตถุเพิ่มขึ้นสองเท่าแรงดึงดูดระหว่างมวลจะมีค่าเพิ่มขึ้นกี่เท่า

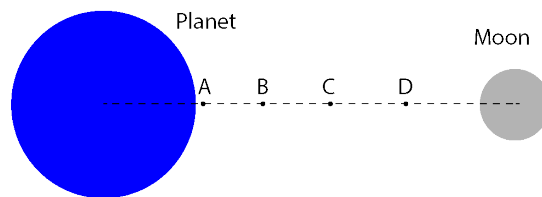
44) ถ้าระยะห่างระหว่างมวลของวัตถุทั้งสองเพิ่มขึ้น 3 เท่า แรงดึงดูดระหว่างมวลจะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงกี่เท่า

45) ค่าโน้มถ่วงสากล(g)มีค่าเท่าไร

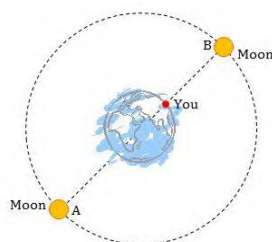
46) นักวิทยาศาสตร์คนใดที่สามารถคำนวณหามวลของโลกได้

47) แรงที่มีอยู่ทั่วไปในเอกภพคืออะไร

48) ตำแหน่งใดที่อยู่ระหว่างดาวเคราะห์กับดวงจันทร์ที่มีความเข้มของสนามโน้มถ่วงเป็นศูนย์



49) เนื่องจากดวงจันทร์โคจรรอบโลกดังรูป จงหาว่าแรงดึงดูดของดวงจันทร์ที่กระทำต่อคุณเมื่อดวงจันทร์อยู่ที่ตำแหน่ง A และ B ต่างกันกี่เปอร์เซ็นต์(7.4)

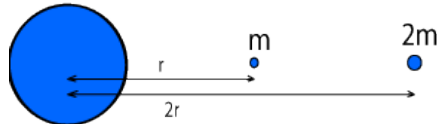


กำหนดให้ดวงจันทร์อยู่ห่างจากโลก 3.55×10^8 เมตร รัศมีของโลกเท่ากับ 6.37×10^6 เมตร

50) ความเข้มสนามโน้มถ่วงของโลกมีนิยามว่าอย่างไรบ้าง

51) สนามโน้มถ่วงของโลกมีทิศทางอย่างไร

52) จากรูป จงหา



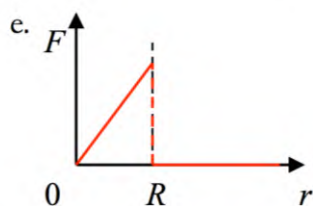
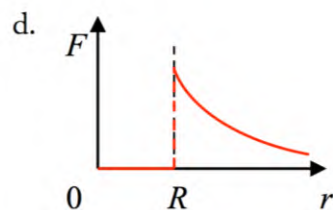
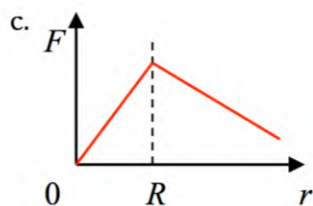
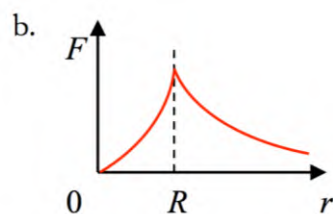
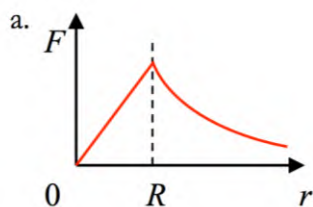
ก) ความเข้มสนามโน้มถ่วงของโลกที่มวล m มากกว่าที่มวล $2m$ ก็เท่า เพราะอะไร

ข) วัตถุทั้งสามต่างก็ดึงดูดซึ่งกันและกัน มวลใดจะเคลื่อนที่โดยมีความเร่งมากที่สุด

53) ถ้าดาวเคราะห์ดวงหนึ่งมีมวลเท่ากับโลกแต่รัศมีน้อยกว่าโลก ดาวเคราะห์ดวงนี้จะมีความเร่งโน้มถ่วงที่พื้นผิวมากกว่าหรือน้อยกว่าโลก

54) ถ้าดาวเคราะห์ดวงหนึ่งมีมวลน้อยกว่าโลก แต่รัศมีเท่ากับโลก ดาวเคราะห์ดวงนี้จะมีความเร่งโน้มถ่วงที่พื้นผิวมากกว่าหรือน้อยกว่าโลก

55) ถ้าสถานีอวกาศรูปทรงกลมกลวงขนาดใหญ่มีมวล M ดังรูป อากาศทราบแรงดึงดูดระหว่างสถานีอวกาศกับนักบินอวกาศจะมีลักษณะดังกราฟรูปใด



13.4 กฎของเคปเลอร์ (Kepler's laws)

เมื่อมนุษย์เริ่มหันมาสังเกตท้องฟ้าในยามค่ำคืน เราจะได้เห็นดาวเคราะห์เคลื่อนที่ไปในลักษณะที่ดูสลับซับซ้อนและน่าพิศวงมานานหลายพันปี นักดาราศาสตร์ในอดีตต่างพยายามอธิบายเส้นทางการเคลื่อนที่ของดวงดาวเหล่านี้ให้เข้าใจได้ อย่างมีเหตุผล จนกระทั่งในต้นศตวรรษที่ 17 โยฮันเนส เคปเลอร์ นักคณิตศาสตร์และนักดาราศาสตร์ชาวเยอรมัน ได้ค้นพบรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำซึ่งอธิบายการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์รอบดวงอาทิตย์ได้อย่างถูกต้อง ผลงานของเคปเลอร์เรียกว่า กฎของเคปเลอร์ ซึ่งประกอบด้วย 3 กฎสำคัญที่ช่วยอธิบาย:

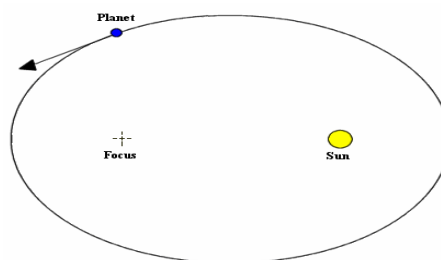
- รูปร่างของวงโคจรของดาวเคราะห์
- ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งและความเร็วขณะ โคจร
- และความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากดวงอาทิตย์กับระยะเวลาในการโคจร

แม้ว่าเคปเลอร์จะค้นพบกฎเหล่านี้จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่แม่นยำของดาวเคราะห์ โดยไม่มีความเข้าใจเรื่องแรงโน้มถ่วงในขณะนั้น แต่ผลงานของเขากลับกลายเป็นรากฐานสำคัญของกลศาสตร์ท้องฟ้า และต่อมา ไอแซก นิวตัน ได้นำกฎเหล่านี้ไปเชื่อมโยงกับกฎแรงโน้มถ่วงสากลได้อย่างสมบูรณ์ หัวข้อนี้จะพาเราไปรู้จักกับกฎของเคปเลอร์ทั้งสามข้อ เข้าใจความหมายของแต่ละกฎ และเห็นถึงความสำคัญของมันในวิชาดาราศาสตร์และฟิสิกส์



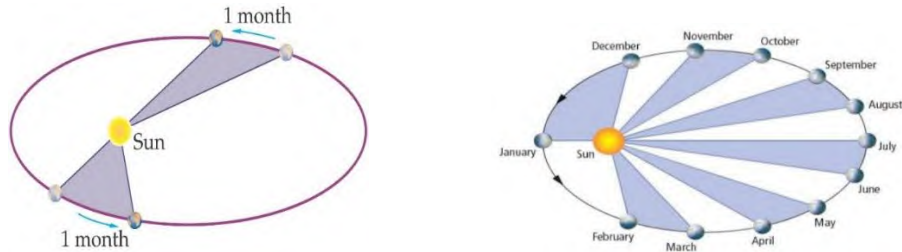
หลังจากที่กาลิเลโอพบว่าโลกไม่ได้เป็นศูนย์กลางของระบบสุริยะ นักดาราศาสตร์ก็เริ่มศึกษาเกี่ยวกับวงโคจรของดาวเคราะห์ต่าง ๆ อย่างจริงจัง เคปเลอร์ก็เป็นนักดาราศาสตร์คนหนึ่งที่น่าสนใจศึกษาเกี่ยวกับวงโคจรของดาวเคราะห์ และเขาได้รวบรวมข้อมูลจากนักดาราศาสตร์รุ่นก่อน ๆ แล้วสรุปเป็นกฎเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ที่โคจรรอบดวงอาทิตย์ ได้ 3 ข้อ และเรียกกฎทั้ง 3 ข้อนี้ว่า กฎของเคปเลอร์

กฎข้อที่ 1 กล่าวว่า “ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี โดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดโฟกัสจุดหนึ่ง”



รูป 13.11 ดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดโฟกัสจุดหนึ่ง

กฎข้อที่ 2 กล่าวว่า “ในช่วงเวลาที่เท่ากัน เส้นสมมติที่ลากโยงระหว่างดาวเคราะห์กับดวงอาทิตย์ จะกวาดพื้นที่ในอวกาศได้เท่ากัน”



รูป 13.12 ภาพแสดง กฎข้อที่ 2 ของเคปเลอร์

กฎข้อที่ 3 กล่าวว่า “ค่ากำลังสองของคาบการโคจรของดาวเคราะห์รอบดวงอาทิตย์เป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่ากำลังสามของความยาวครึ่งแกนหลักของวงโคจร” ถ้าประมาณว่าวงโคจรของดาวเคราะห์เป็นวงกลม กฎข้อที่ 3 ของเคปเลอร์อาจกล่าวอย่างง่าย ๆ ได้ว่า

กฎข้อที่ 3

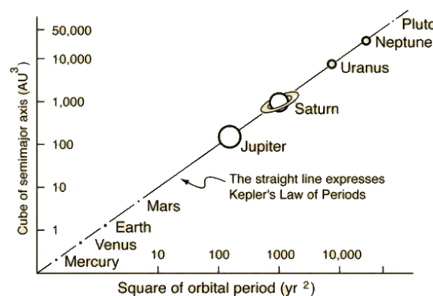
“กำลังสองของคาบวงโคจรของดาวเคราะห์รอบดวงอาทิตย์ จะแปรผันตามกำลังสามของรัศมีวงโคจรรอบดวงอาทิตย์”

$$T^2 \propto r^3$$

$$\frac{r^3}{T^2} = k$$

ต่อมาเมื่อนักดาราศาสตร์นำกฎข้อที่ 2 และข้อที่ 3 ของเคปเลอร์มาพิจารณาร่วมกัน จะสามารถพิสูจน์ได้ว่า ค่าคงที่ในกฎข้อ 3 ของเคปเลอร์มีค่าขึ้นกับค่าของมวลดวงอาทิตย์ ตามสมการ

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$



รูป 13.13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่ากำลังสอง และระยะห่างกำลังสาม

การนำเอากฎข้อสามของเคปเลอร์มาประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์

นักวิทยาศาสตร์นำเอากฎข้อสามของเคปเลอร์มาใช้ในการคำนวณหามวลของดวงอาทิตย์เนื่องจากทราบคาบเวลาในการโคจรของดาวเคราะห์ และทราบระยะห่างระหว่างดาวเคราะห์ต่าง ๆ กับดวงอาทิตย์

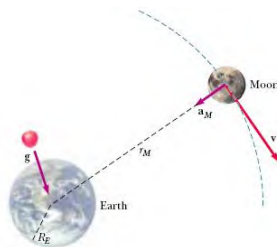
13.5 กฎความโน้มถ่วงและการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์

มนุษย์เฝ้ามองดวงดาวมานานนับพันปี พยายามทำความเข้าใจว่าเหตุใดดาวเคราะห์จึงเคลื่อนที่เป็นเส้นทางโคจรรอบดวงอาทิตย์ ทำไมดวงจันทร์จึงโคจรรอบโลก และทำไมทุกสิ่งบนพื้นโลกตกลงสู่พื้น ปრაฏฏการณ์เหล่านี้ล้วนเกี่ยวข้องกับ แรงพื้นฐานของธรรมชาติ นั่นคือ แรงโน้มถ่วง หนึ่งในก้าวสำคัญทางวิทยาศาสตร์คือการค้นพบของ เซอร์ไอแซก นิวตัน เสนอว่า แรงที่ทำให้วัตถุตกลงบนโลกคือแรงเดียวกันที่ควบคุมการเคลื่อนที่ของดวงจันทร์และดาวเคราะห์ นำไปสู่การสร้าง กฎความโน้มถ่วงสากล ที่กล่าวว่า วัตถุทุกชิ้นในจักรวาลดึงดูดกันด้วยแรงโน้มถ่วง ซึ่งแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่าง และแปรผันตรงกับผลคูณของมวลทั้งสอง จากกฎนี้ นักวิทยาศาสตร์สามารถอธิบายและคำนวณ การโคจรของดาวเคราะห์ ได้อย่างแม่นยำ รวมถึงเข้าใจและขยายแนวคิดของ กฎของเคปเลอร์ ที่ว่าด้วยการเคลื่อนที่เป็นวงรีของดาวเคราะห์ การเปลี่ยนแปลงความเร็ว และความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับคาบการโคจร ในหัวข้อนี้ เราจะศึกษาแรงโน้มถ่วงจากมุมมองของนิวตัน วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ด้วยหลักการทางกลศาสตร์ และเข้าใจว่ากฎทางฟิสิกส์ที่ใช้ได้กับลูกแอปเปิลที่ตกจากต้นไม้ ยังใช้ได้กับวัตถุขนาดยักษ์อย่างดาวเคราะห์และดาวฤกษ์ในจักรวาล

ในการเสนอกฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน นิวตันได้มีการทดสอบความถูกต้องของกฎนี้ ด้วยการเปรียบเทียบความเร่งของดวงจันทร์ตามกฎความโน้มถ่วงสากลกับความเร่งของดวงจันทร์ที่เป็นที่ทราบในขณะนั้น แล้วได้ผลตรงกัน ทำให้นิวตันมีความมั่นใจในกฎความโน้มถ่วงมากขึ้น

การตรวจสอบของนิวตันทำดังนี้

1) หาความเร่งโน้มถ่วงของดวงจันทร์ โดยใช้กฎความโน้มถ่วงสากล



รูป 13.14 ดวงจันทร์โคจรรอบโลก และแอปเปิลกำลังตกด้วยความเร่ง g

กฎความโน้มถ่วงสากล
$$F_g = G \frac{M_E m_M}{r_M^2}$$

เมื่อ M_E คือมวลของโลก m_M คือมวลของดวงจันทร์ r_M คือรัศมีวงโคจรของดวงจันทร์

จะได้

$$m_M a_M = G \frac{M_E m_M}{r_M^2}$$

หรือ

$$a_M = G \frac{M_E}{r_M^2}$$

ดังนั้นความเร่งของดวงจันทร์

$$a_M \propto \frac{1}{r_M^2} \quad (1)$$

พิจารณาที่แอปเปิ้ลกำลังตก

$$g \propto \frac{1}{R_E^2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \quad \frac{a_M}{g} = \frac{\frac{1}{r_M^2}}{\frac{1}{R_E^2}} = \left(\frac{R_E}{r_M} \right)^2 \quad (13.6)$$

เมื่อ R_E คือรัศมีของโลก $= 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ r_M คือระยะห่างจากโลกถึงดวงจันทร์ $= 3.84 \times 10^8 \text{ m}$
แทนค่าต่างๆ ในสมการ (13.6) ได้

$$\begin{aligned} \frac{a_M}{g} &= \left(\frac{6.37 \times 10^6 \text{ m}}{3.84 \times 10^8 \text{ m}} \right)^2 = 2.75 \times 10^{-4} \\ a_M &= 2.75 \times 10^{-4} g \\ a_M &= (2.75 \times 10^{-4})(9.8 \text{ m/s}^2) \\ a_M &= 2.70 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \end{aligned} \quad (13.7)$$

ดังนั้นเราสามารถหาความเร่งของดวงจันทร์ในการโคจรรอบโลก โดยการใช้กฎความโน้มถ่วงสากลได้

$$a_M = 2.70 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad (13.8)$$

2) พิจารณาจากการโคจรรอบโลกของดวงจันทร์

จาก

$$\begin{aligned} a_M &= \frac{v^2}{r_M} \\ a_M &= \frac{(2\pi r_M / T)^2}{r_M} \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} a_M &= \frac{4\pi^2 r_M}{T^2} \\ a_M &= \frac{4\pi^2 (3.84 \times 10^8 \text{ m})}{(2.36 \times 10^6 \text{ s})^2} \end{aligned}$$

ความเร่งของดวงจันทร์

$$a_M = 2.72 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad (13.9)$$