

ฟิสิกส์ 1

ระดับมหาวิทยาลัย

เล่ม 1



แนะนำ
หนังสือฟิสิกส์ 1
โดย ศ.ดร.สุชาติ สุธาชัย
และ ศ.ดร.สุชาติ สุธาชัย
โดย ศ.ดร.สุชาติ สุธาชัย
โดย ศ.ดร.สุชาติ สุธาชัย

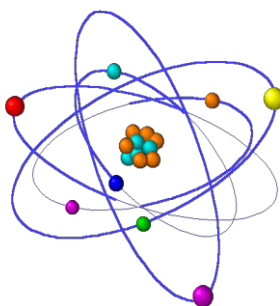


SWOON

Laos

ราคา
199
บาท

เรียบเรียงโดย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุธาชัย
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี



ฟิสิกส์ ๑

ระดับมหาวิทยาลัย เล่ม ๑

ผศ.สุชาติ สุภาพ

พิมพ์และจำหน่ายโดย

สุชาติ สุภาพ

133/471 หมู่ ๑ (ติดกับ สนง. ที่ดินบางบัวทอง) ต.พิมลราช อ.บางบัวทอง จ.นนทบุรี

E-mail suchart11111@hotmail.com

พิมพ์ที่ หจก.สปส 1999 ม.เพชรอนันต์ เขตคันนายาว กรุงเทพฯ ๑ 10230

คำนำ

ฟิสิกส์เป็นศาสตร์พื้นฐานที่มีบทบาทสำคัญในการอธิบายและเข้าใจธรรมชาติของโลกและจักรวาล หนังสือ ฟิสิกส์ 1 ระดับมหาวิทยาลัย เล่ม 1 เล่มนี้ได้รับการจัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนในระดับอุดมศึกษา โดยครอบคลุมเนื้อหาที่สำคัญในภาคเรียนแรก ได้แก่ กลศาสตร์เบื้องต้น การเคลื่อนที่ กฎของนิวตัน งานและพลังงาน ซึ่งเป็นรากฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้ฟิสิกส์ในระดับที่สูงขึ้นต่อไป เนื้อหาในเล่มนี้ได้รับการเรียบเรียงอย่างเป็นระบบ โดยเน้นความเข้าใจในหลักการทางฟิสิกส์ พร้อมตัวอย่างโจทย์ที่มีการอธิบายอย่างละเอียด เพื่อเสริมสร้างทักษะในการวิเคราะห์ปัญหาและการแก้โจทย์เชิงฟิสิกส์ นอกจากนี้ ยังมีแบบฝึกหัดท้ายบทเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกฝนและตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง ผู้เรียบเรียงหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์สำหรับนักศึกษาในการเรียนรู้และเปิดประตูสู่โลกแห่งวิทยาศาสตร์อย่างมั่นคง พร้อมทั้งสร้างแรงบันดาลใจให้กับผู้ที่ต้องการศึกษาฟิสิกส์อย่างลึกซึ้งต่อไปในอนาคต

หรือถ้าท่านสนใจหนังสือในรูปแบบ E-BOOK ก็มีจำหน่ายที่เว็บไซต์ ร้านนาชอินทร์ , MEB , อู๋ก๊อปปี้ , ซีเอ็ด , htext , ศูนย์หนังสือจุฬาฯ และ DDebook

สำหรับท่านที่สนใจหนังสือของกระผมแต่หาซื้อตามร้านหนังสือทั่วไปไม่ได้ สามารถซื้อออนไลน์ที่แอปต่าง ๆ โดยสแกน QR โค้ดข้างล่างนี้
(ที่ช้อปปีมีหนังสือมากที่สุด)



สุชาติ สุภาพ

มือถือ 083-920-3825

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ	5
1.1 ตำแหน่ง ระยะทาง การกระจัด ความเร็วและอัตราเร็ว	6
1.2 อัตราเร็วเฉลี่ยและความเร็วเฉลี่ย	6
1.3 ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง และอัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง	7
1.4 ความเร่ง	9
1.5 การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ ด้วยความเร่งคงตัว	14
1.6 การตกอย่างเสรี	18
บทที่ 2 เวกเตอร์	29
2.1 ระบบพิกัด	29
2.2 ปริมาณเวกเตอร์และปริมาณสเกลาร์	33
2.3 สมบัติของเวกเตอร์	33
2.4 องค์ประกอบของเวกเตอร์ และเวกเตอร์หนึ่งหน่วย	41
บทที่ 3 การเคลื่อนที่ในสองมิติ	54
3.1 เวกเตอร์การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง	54
3.2 การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์	56
3.3 การเคลื่อนที่เป็นวงกลม ด้วยอัตราเร็วคงตัว	73
3.4 ความเร่งในแนวสัมผัส และความเร่งในแนวรัศมี	75
3.5 ความเร็วสัมพัทธ์	83
3.6 กรอบอ้างอิงเฉื่อย	95
บทที่ 4 กฎการเคลื่อนที่	99
4.1 กฎของนิวตัน	99
4.2 แนวความคิดเกี่ยวกับแรง	101
4.3 มวล แรงโน้มถ่วง และน้ำหนัก	103
4.4 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สอง ของนิวตัน	107
4.5 กฎข้อที่สามของนิวตัน	108

สารบัญ

	หน้า
4.6 แรงเสียดทาน	120
บทที่ 5 การเคลื่อนที่เป็นวงกลมและอื่น ๆ	132
5.1 กฎข้อสองกับการประยุกต์ใช้	132
5.2 การเคลื่อนที่เป็นวงกลม ที่มีอัตราเร็วไม่สม่ำเสมอ	137
5.3 การเคลื่อนที่ในกรอบอ้างอิงที่มีความเร่ง	142
5.4 การเคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านทาน	146
บทที่ 6 งาน - พลังงาน	153
6.1 งาน	154
6.2 การคูณเวกเตอร์	159
6.3 งานที่เกิดจากแรงไม่สม่ำเสมอ	166
6.4 งานที่ทำโดยสปริง	167
6.5 พลังงานจลน์ และทฤษฎีงาน-พลังงาน	177
6.6 กำลัง	181
บทที่ 7 พลังงานศักย์และกฎการอนุรักษ์พลังงาน	192
7.1 พลังงาน	192
7.2 แรงอนุรักษ์และแรงไม่อนุรักษ์	198
7.3 กฎการอนุรักษ์พลังงานกล	202
7.4 งานที่ทำโดยแรงไม่อนุรักษ์	207
7.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอนุรักษ์กับพลังงานศักย์	208
7.6 แผนผังพลังงานและสมดุลของระบบ	209
7.7 ความสัมพันธ์ระหว่างมวลกับพลังงาน	210

%%%%%%%%%

บทที่ 1

การเคลื่อนที่ ใน 1 มิติ

การเคลื่อนที่เป็นหนึ่งในปรากฏการณ์พื้นฐานที่สุดที่เราสามารถสังเกตเห็นได้ในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นรถยนต์ที่แล่นไปตามถนน ลูกบอลที่กำลังลงเนิน หรือวัตถุที่ตกจากที่สูง ล้วนเป็นตัวอย่างของการเคลื่อนที่ที่สามารถวิเคราะห์และอธิบายได้ด้วยหลักฟิสิกส์ ในบทนี้ เราจะเริ่มต้นศึกษาการเคลื่อนที่อย่างง่ายที่สุด คือ การเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติ ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ในเส้นตรง เช่น ไปทางขวาหรือซ้าย บนหรือล่าง โดยไม่ต้องพิจารณาทิศทางในระนาบอื่นให้ซับซ้อน การทำความเข้าใจพื้นฐานของการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติจะช่วยปูทางให้สามารถเข้าใจการเคลื่อนที่ที่ซับซ้อนขึ้นในสองมิติหรือสามมิติในบทเรียนถัดไป บทเรียนนี้จะกล่าวถึงปริมาณทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ เช่น ตำแหน่ง (*position*), ระยะทาง, การกระจัด, ความเร็ว และ ความเร่งพร้อมทั้งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเหล่านี้ด้วยสมการการเคลื่อนที่ในกรณีที่มีความเร่งคงที่ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ได้เป็นอย่างดี การเข้าใจหลักการในบทนี้อาจมีประโยชน์จะเป็นรากฐานที่สำคัญในการศึกษากลศาสตร์ในระดับสูง รวมทั้งการประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ในโลกแห่งความเป็นจริง

การเคลื่อนที่ หมายถึงการย้ายตำแหน่งจากที่เดิม ไปอยู่ที่ใหม่ ทุกสิ่งทุกอย่างในจักรวาลนี้ ต่างก็เคลื่อนที่ด้วยกันทั้งสิ้น ไม่มีอะไรที่หยุดนิ่งอย่างแท้จริงเลย



รูป 1.1 ดวงดาวต่าง ๆ ก็กำลังเคลื่อนที่

ในชีวิตประจำวันของทุกคน จะเห็นการเคลื่อนที่ของสิ่งต่าง ๆ มีรูปแบบการเคลื่อนที่ต่าง ๆ กันหลายรูปแบบ แต่หนังสือนี้จะกล่าวถึงการเคลื่อนที่เพียง 4 รูปแบบ คือ

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| 1) การเคลื่อนที่แนวเส้นตรง | 2) การเคลื่อนที่วิถีโค้ง |
| 3) การเคลื่อนที่เป็นวงกลม | 4) การเคลื่อนที่แบบสั่น |

ในบทที่ 1 นี้จะกล่าวถึงเฉพาะการเคลื่อนที่แนวเส้นตรงเท่านั้น

1.1 ตำแหน่ง/ระยะทาง/การกระจัด/ความเร็ว/อัตราเร็ว

ในการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ ไม่ว่าจะเป็นคนเดิน รถวิ่ง หรือดาวเคราะห์ที่โคจรรอบดวงอาทิตย์ เราจำเป็นต้องมีภาษาทางฟิสิกส์ที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่อย่างเป็นระบบ คำสำคัญที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ตำแหน่ง (*position*), ระยะทาง (*distance*), การกระจัด (*displacement*), ความเร็ว (*velocity*) และ อัตราเร็ว (*speed*) ซึ่งล้วนเป็นพื้นฐานของการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ในมิติหนึ่งหรือสองมิติ

ตำแหน่ง บอกถึงจุดที่วัตถุอยู่เมื่อเทียบกับจุดอ้างอิง

ระยะทาง เป็นปริมาณบอกความยาวทั้งหมดของเส้นทางที่วัตถุเคลื่อนที่ผ่าน

การกระจัด แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้าย พร้อมทั้งคำนึงถึงทิศทาง

อัตราเร็ว บอกว่าการเคลื่อนที่นั้นมีอัตราเร็วเฉลี่ยเท่าไรโดยไม่สนใจทิศทาง

ขณะที่ ความเร็ว เป็นปริมาณเวกเตอร์ที่รวมทั้งขนาดและทิศทางของการเคลื่อนที่ไว้ด้วย

การเข้าใจความแตกต่างและความสัมพันธ์ของแต่ละปริมาณเหล่านี้เป็นก้าวแรกในการเรียนรู้ฟิสิกส์เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

1.2 อัตราเร็วเฉลี่ย และความเร็วเฉลี่ย

เมื่อเราพูดถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุ ไม่ว่าจะเป็นการเดินทาง การวิ่ง รถยนต์แล่นบนถนน หรือเครื่องบินที่กำลังบินอยู่บนฟ้า หนึ่งในคำถามพื้นฐานที่เรามักสงสัยคือ “วัตถุนั้นเคลื่อนที่เร็วแค่ไหน?” เพื่อหาคำตอบ เราจำเป็นต้องเข้าใจแนวคิดของ อัตราเร็วเฉลี่ย และ ความเร็วเฉลี่ย ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของการศึกษาการเคลื่อนที่ในวิชาฟิสิกส์ **อัตราเร็วเฉลี่ย เป็นปริมาณที่บอกว่าวัตถุเคลื่อนที่เป็นระยะทางเท่าไรในช่วงเวลาหนึ่ง โดยไม่คำนึงถึงทิศทาง ขณะที่ความเร็วเฉลี่ย เป็นปริมาณเวกเตอร์ที่บอกการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งต่อเวลา ซึ่งให้ความสำคัญกับทิศทางด้วย** ทั้งสองแนวคิดนี้ช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์และเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ได้อย่างเป็นระบบ และยังเป็นรากฐานที่ต่อ ยอดไปสู่แนวคิดทางฟิสิกส์ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ในหัวข้อนี้ เราจะได้เรียนรู้วิธีการคำนวณอัตราเร็วเฉลี่ยและความเร็วเฉลี่ย ตลอดจนความหมาย ความแตกต่าง และตัวอย่างในชีวิตประจำวันที่จะช่วยให้เข้าใจได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

อัตราเร็วเฉลี่ย (*average speed*) หมายถึงระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

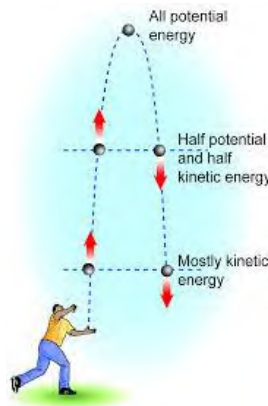
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1-1)$$

ความเร็วเฉลี่ย (*average velocity*) หมายถึงการเปลี่ยนแปลงการกระจัดในหนึ่งหน่วยเวลา หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{v}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} \quad (1-2)$$

หมายเหตุ หนังสือนี้ปริมาณเวกเตอร์จะใช้ตัวอักษรหนา เช่น ความเร็วจะแทนด้วย $\mathbf{v}$ อัตราเร็วจะแทนด้วย v

อัตราเร็วกับความเร็วมักมีความหมายแตกต่างกัน เพื่อให้เห็นความแตกต่างจะเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว - เวลา และกราฟอัตราเร็ว - เวลา ของการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ถูกโยนขึ้นไปในอากาศด้วยความเร็วต้น 15 m/s แล้วตกลงมา ดังรูป



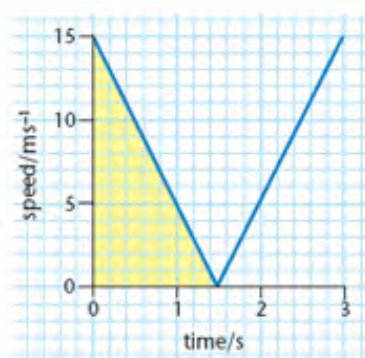
รูป 1.2 โยนลูกเทนนิสขึ้นในแนวตั้ง ด้วยความเร็วต้น 15 m/s

ถ้าเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว - เวลา และอัตราเร็ว - เวลา จะได้กราฟที่แตกต่างกัน ดังรูป



a)

รูป 1.3 a) กราฟความเร็ว - เวลา



b)

รูป 1.3 b) กราฟอัตราเร็ว - เวลา

1.3 ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (*instantaneous velocity*)

ในการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ เราอาจเริ่มจากแนวคิดของ “ความเร็วเฉลี่ย” ซึ่งบอกว่าวัตถุเคลื่อนที่ได้ไกลเท่าไรในช่วงระยะเวลาหนึ่ง แต่ในความเป็นจริง วัตถุหลายชนิดไม่ได้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เช่น รถยนต์ที่เร่งเครื่องหยุด หรือชะลอความเร็วอยู่ตลอดเวลา ดังนั้น การใช้เพียง “ความเร็วเฉลี่ย” อาจไม่เพียงพอในการอธิบายลักษณะการเคลื่อนที่ที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละขณะ ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งจึงเป็นแนวคิดที่เข้ามาช่วยเติมเต็ม โดยหมายถึงความเร็วของวัตถุ ในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งที่เฉพาะเจาะจงมาก ๆ ซึ่งสามารถแสดงถึงลักษณะการเคลื่อนที่ได้อย่างแม่นยำ และละเอียดกว่าค่าเฉลี่ย ตัวอย่างเช่น ความเร็วที่แสดงบนหน้าปัดของรถยนต์ ณ วินาทีใดวินาทีหนึ่ง ก็คือ “ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง” นั่นเอง แนวคิดนี้ไม่เพียงแต่สำคัญในฟิสิกส์พื้นฐานเท่านั้น แต่ยังเป็นพื้นฐานของแคลคูลัสและการวิเคราะห์การเคลื่อนที่เชิงลึก ซึ่งจะนำไปสู่การคำนวณความเร่ง และการอธิบายการเปลี่ยนแปลงของการเคลื่อนที่ในระบบต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำมากยิ่งขึ้น

จาก

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ถ้าพิจารณาในช่วงเวลาสั้น ๆ ($\Delta t \rightarrow 0$) สมการข้างบนจะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}$$

หรือ

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

(1-8)

ความเร็วในช่วงเวลาสั้น ๆ นี้ เรียกว่า “ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง”

ตัวอย่าง อนุภาคเคลื่อนที่ตามสมการ $\mathbf{r} = (t^2 + t)\mathbf{i} + (3t - 2)\mathbf{j} + (2t^3 - 4t^2)\mathbf{k}$ จงหา

ก) อัตราเร็วเมื่อ $t = 2\text{ s}$

ข) ขนาดของความเร็วเมื่อ $t = 2\text{ s}$

วิธีทำ จาก

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1)$$

จาก

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_x = \frac{d\{(t^2 + t)\}}{dt} = 2t + 1$$

เมื่อ $t = 2\text{ s}$

$$v_x = 2(2) + 1 = 5 \quad (2)$$

$$v_y = \frac{d\{(3t - 2)\}}{dt} = 3 \quad (3)$$

$$v_z = \frac{d\{(2t^3 - 4t^2)\}}{dt} = 6t^2 - 8t$$

เมื่อ $t = 2\text{ s}$

$$v_z = 6(2)^2 - 8(2) = 64 \quad (4)$$

ก) แทนค่าต่าง ๆ ใน (1)

$$v = \sqrt{5^2 + 3^2 + 64^2} = 9.9\text{ m/s} \quad \text{ตอบ}$$

จาก

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (5)$$

จาก

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_x = \frac{d\{2t + 1\}}{dt} = 2$$

$$a_y = \frac{d\{3\}}{dt} = 0$$

$$a_z = \frac{d\{(6t^2 - 8t)\}}{dt} = 12t - 8$$

เมื่อ $t = 2\text{ s}$

$$a_z = 12(2) - 8 = 16$$

ข) แทนค่าต่าง ๆ ใน (5)

$$a = \sqrt{2^2 + 0^2 + (16)^2} = 16.1\text{ m/s}^2 \quad \text{ตอบ}$$

1.4 ความเร่ง (acceleration)

เมื่อเราสังเกตการเคลื่อนที่ของวัตถุในชีวิตประจำวัน เช่น รถยนต์ที่ออกตัวจากจุดหยุดนิ่ง เครื่องบินที่เร่งความเร็ว บนรันเวย์ หรือคนที่เริ่มวิ่งจากการเดิน เราจะพบว่าวัตถุเหล่านี้ไม่ได้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ แต่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็ว การเปลี่ยนแปลงความเร็วในลักษณะนี้เรียกว่า ความเร่ง **ความเร่ง คือ ปริมาณทางฟิสิกส์ที่ใช้อธิบายว่า ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนแปลงไปมากน้อยเพียงใดในแต่ละหน่วยเวลา** หากวัตถุมีความเร็วเพิ่มขึ้น เรียกว่า “เร่งความเร็ว” แต่หากความเร็วลดลง ก็เรียกว่า “ชะลอความเร็ว” หรือ “ความเร่งติดลบ” การเข้าใจความเร่งมีความสำคัญอย่างยิ่งในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยเฉพาะเมื่อวัตถุนั้นไม่ได้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ความเร่งยังเป็นหัวใจของกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน และเกี่ยวข้องกับแรงที่กระทำต่อวัตถุอย่างใกล้ชิด ในหัวข้อนี้เราจะได้เรียนรู้ความหมายของความเร่ง หน่วยของความเร่ง ตัวอย่างของการเคลื่อนที่แบบมีความเร่ง และการคำนวณที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะช่วยปูพื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาฟิสิกส์ในระดับที่สูงขึ้น

ความเร่งหมายถึงการเปลี่ยนแปลงความเร็วในหนึ่งหน่วยเวลา หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1-4)$$

เนื่องจากความเร่งเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่ต้องมีทั้งขนาดและทิศทาง ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงความเร็วจึงเกิดขึ้นได้ 3 กรณีด้วยกัน ดังนี้

1. เปลี่ยนอัตราเร็ว 2. เปลี่ยนทิศทาง 3. เปลี่ยนทั้งสองอย่าง



เพิ่มความเร็ว

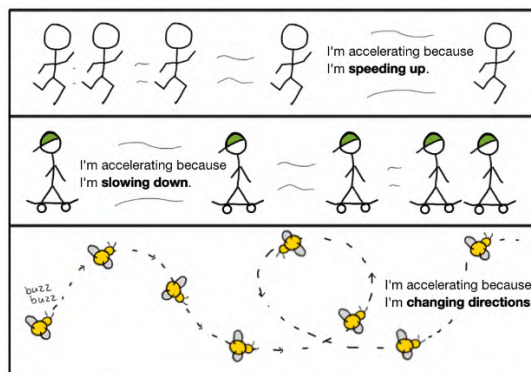


ลดความเร็ว



เปลี่ยนทิศทาง

1.4 ความเร่งเกิดขึ้นเมื่อ เพิ่มความเร็ว ลดความเร็ว หรือ เปลี่ยนทิศทาง

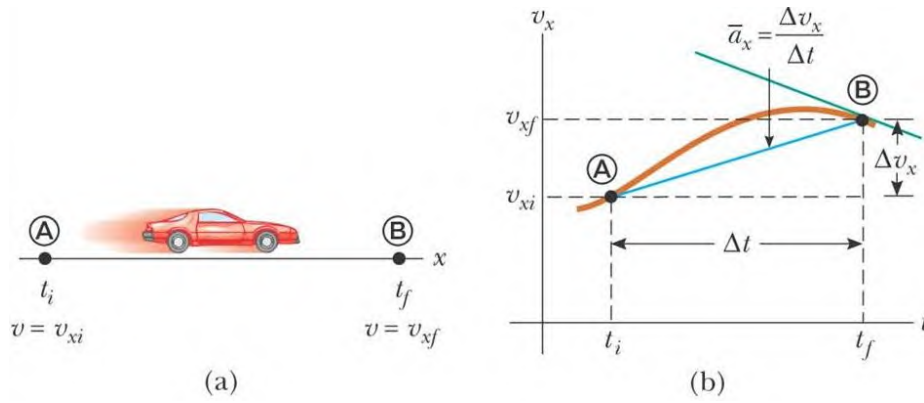


1.5 ความเร่งเกิดขึ้นเมื่อ เพิ่มความเร็ว ลดความเร็ว หรือ เปลี่ยนทิศทาง

พิจารณาการเคลื่อนที่ของรถยนต์คันหนึ่ง ที่มีกราฟความเร็ว - เวลา ดังรูป 1.6 (4)

ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุภาพ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี



รูป 1.6 (a) รถเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B (b) กราฟอัตราเร็ว - เวลา ที่เวลาต่างๆ

จากสมการ (1-4)

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \\ &= \frac{\mathbf{v}_{xf} - \mathbf{v}_{xi}}{t_f - t_i} \end{aligned}$$

ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ ในช่วงเวลาที่สั้นมาก ๆ ($\Delta t \rightarrow 0$)

จะได้ว่า

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}_x}{\Delta t}$$

หรือ

$$\mathbf{a}_x = \frac{d\mathbf{v}_x}{dt}$$

(1-5)

สมการ (1-5) มีความหมายว่า ความเร่งมีค่าเท่ากับอนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งของความเร็วเทียบกับเวลา

หรือ

$$\mathbf{a}_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

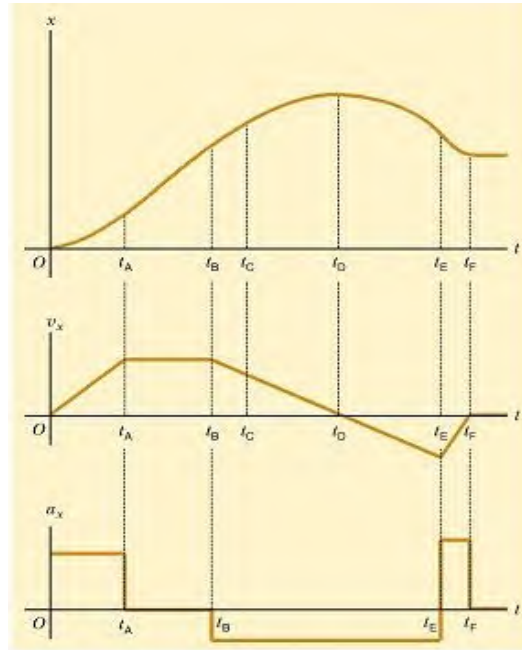
จะได้

$$\mathbf{a}_x = \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2}$$

(1-6)

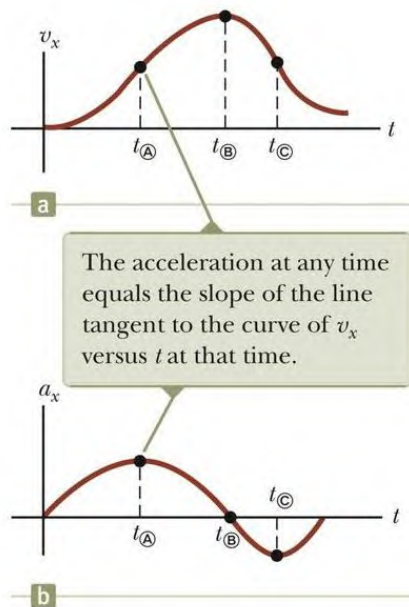
สมการ (1-6) มีความหมายว่า ความเร่งมีค่าเท่ากับอนุพันธ์ลำดับที่สองของการกระจัดเทียบกับเวลา
ความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัด ความเร็ว ความเร่ง

การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง ต่างก็มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ถ้าปริมาณใดมีการเปลี่ยนแปลง ปริมาณอื่น ๆ ก็จะมีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ดังกราฟความสัมพันธ์ของปริมาณทั้ง 3 ในรูป



รูป 1.7 ความสัมพันธ์ของกราฟ $x-t$, $v-t$ และ $a-t$

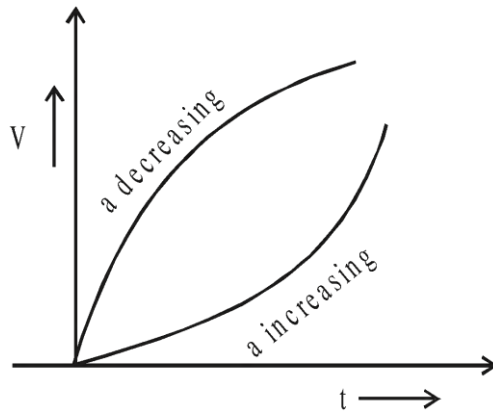
และถ้าเรามีกราฟ ความเร็ว - เวลา เราก็สามารถเขียนกราฟความเร่ง - เวลา ได้ไม่ยากนัก ดังรูป



รูป 1.8 ความสัมพันธ์ ของกราฟ $v-t$ กับกราฟ $a-t$

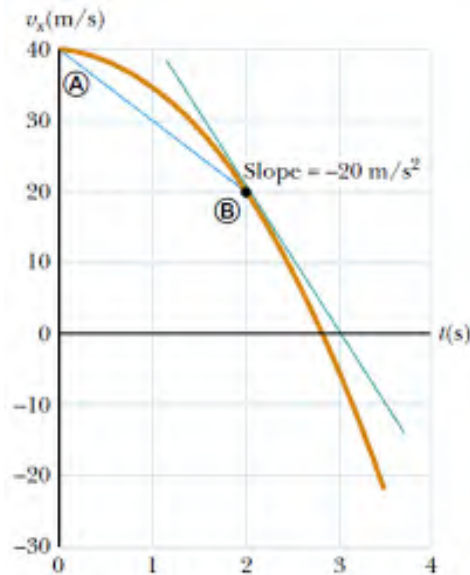
สรุป

- 1) ความเร็วคืออนุพันธ์ลำดับที่ 1 ของการกระจัดเทียบกับเวลา
- 2) ความเร่งคืออนุพันธ์ลำดับที่ 1 ของความเร็วเทียบกับเวลา
- 3) ความเร่งคืออนุพันธ์ลำดับที่ 2 ของการกระจัดเทียบกับเวลา



รูป 1.9 กราฟความเร็ว-เวลา เมื่อความเร่งเพิ่มขึ้นและความเร่งลดลง

ตัวอย่าง อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่โดยมีสมการการเคลื่อนที่คือ $v_t = 40 - 5t^2$ และมีกราฟความเร็ว - เวลา ดังรูป



จงหา ก) ความเร่งเฉลี่ย ในช่วงเวลา $t = 0 \rightarrow 2$

ข) ความเร่งที่วินาทีที่ 2

วิธีทำ ก) ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา $t = 0 \rightarrow 2$ หาได้จากสมการ

$$a_{0 \rightarrow 2} = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0} \quad (1)$$

จาก

$$v_t = (40 - 5t^2)$$

จะได้

$$v_0 = [40 - 5(0)^2] = +40 \text{ m/s} \quad (2)$$

และ

$$v_2 = [40 - 5(2)^2] = +20 \text{ m/s} \quad (3)$$

แทนสมการ (2) และสมการ (3) ในสมการ (1) ได้

$$a_{0 \rightarrow 2} = \frac{(20 - 40)}{(2 - 0)} = -10 \text{ m/s}^2$$

ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา $t = 0 \rightarrow 2$ = -10 m/s^2

ตอบ

ข) จาก

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d(40-5t^2)}{dt} = -10t$$

ความเร่งที่เวลาใดๆ

$$a_t = -10t \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = -10(2) = -20 \text{ m/s}^2$$

$$= -20 \text{ m/s}^2$$

ตอบ

ตัวอย่าง ถ้าสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคหนึ่งคือ $v_t = 20t - 5t^2$ จงหา ก) ความเร็วที่เวลา $t = 1, 2, 3$ และ 5 วินาที ข)

ความเร่งที่เวลา $t = 1, 2, 3$ และ 5 วินาที ค) เขียนกราฟความเร็ว - เวลา ง) เขียนกราฟความเร่ง - เวลา

วิธีทำ ก) จาก

$$v_t = 20t - 5t^2$$

ได้ $v_{1s} = 15 \text{ m/s}$, $v_{2s} = 20 \text{ m/s}$, $v_{3s} = 15 \text{ m/s}$ และ $v_{5s} = -25 \text{ m/s}$

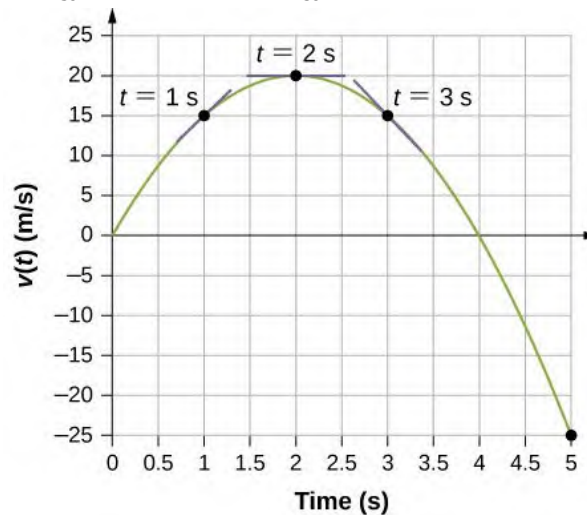
ตอบ

ก) จาก

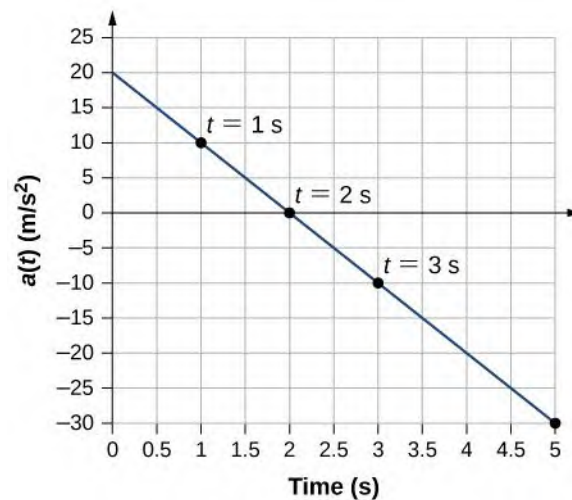
$$a_t = \frac{dv_t}{dt} = \frac{d(20t - 5t^2)}{dt} = 20 - 10t$$

ได้ $a_{1s} = 10 \text{ m/s}^2$, $a_{2s} = 0$, $a_{3s} = -10 \text{ m/s}^2$ และ $a_{5s} = -30 \text{ m/s}^2$

ตอบ



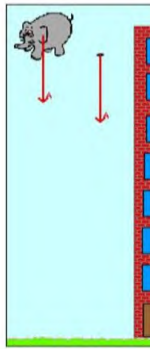
รูป/ 1.10 กราฟความเร็ว - เวลา



รูป/ 1.11 กราฟความเร่ง - เวลา

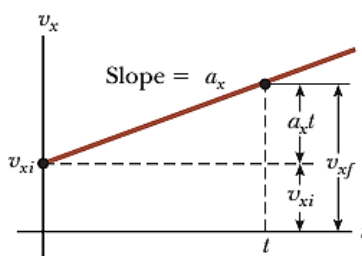
1.5 การเคลื่อนที่ใน 1 มิติด้วยความเร่งคงตัว

ในชีวิตประจำวันเรามักพบเห็นวัตถุที่เคลื่อนที่โดยมีการเปลี่ยนแปลงความเร็วอยู่เสมอ เช่น รถที่เร่งความเร็วขณะออกตัว หรือวัตถุที่ตกจากที่สูง ซึ่งความเร็วของมันจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อเวลาผ่านไป การเปลี่ยนแปลงความเร็วเช่นนี้คือสิ่งที่เรารู้จักว่า “การมีความเร่ง” เมื่อเราศึกษาการเคลื่อนที่ในมิติเดียว เช่น การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงแนวราบหรือแนวตั้ง หากความเร่งที่กระทำต่อวัตถุมีค่าคงที่ตลอดเวลา เราจะเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า “การเคลื่อนที่ใน 1 มิติด้วยความเร่งคงตัว” ลักษณะพิเศษของการเคลื่อนที่ประเภทนี้คือ ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่ง ความเร็ว เวลา และความเร่ง สามารถอธิบายได้ด้วยสมการเชิงเส้นและสมการกำลังสอง ซึ่งช่วยให้สามารถพยากรณ์การเคลื่อนที่ได้อย่างแม่นยำ ตัวอย่างที่พบได้บ่อยได้แก่ วัตถุที่ตกอย่างเสรีภายใต้แรงโน้มถ่วง หรือรถที่เร่งความเร็วอย่างสม่ำเสมอบนถนน การทำความเข้าใจการเคลื่อนที่แบบนี้ไม่เพียงช่วยให้มองเห็นภาพของปรากฏการณ์ในธรรมชาติ แต่ยังเป็นพื้นฐานสำคัญต่อการศึกษากลศาสตร์ระดับสูงในด้านกลศาสตร์ พลังงาน และแรงในระบบต่าง ๆ



รูป 1.12 การตกอย่างเสรี

ตัวอย่างของการเคลื่อนที่ในชีวิตประจำวันที่มีความเร่งคงตัว ได้แก่ การตกของวัตถุต่าง ๆ ถ้าเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วกับเวลาจะได้กราฟ ดังรูป



รูป 1.13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว - เวลาในกรณีที่ความเร่งคงตัว

จากรูป 1.13

$$\text{slope} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

$$\text{slope} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

และความชันของกราฟ $v-t$ นี้ คือความเร่ง ดังนั้นจึงได้ว่า

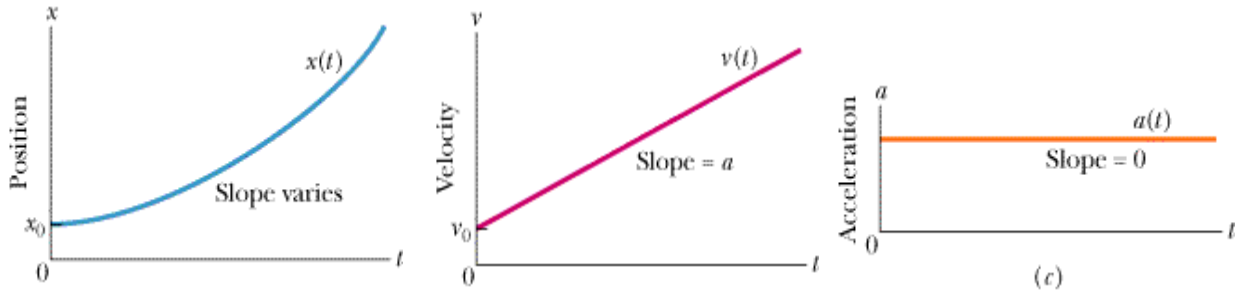
$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{\Delta t} \quad (1-8)$$

ได้

$$\mathbf{v}_{xf} = \mathbf{v}_{xi} + \mathbf{a}_x t$$

(1-9)

ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว ถ้าเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\mathbf{v}-t$, $\mathbf{a}-t$ และ $\mathbf{x}-t$ จะได้กราฟ ดังรูป



รูป 1.14 กราฟ $\mathbf{x}-t$ $\mathbf{v}-t$ และ $\mathbf{a}-t$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว จะได้ว่า $\mathbf{v}_{av} = \frac{\mathbf{v}_{xi} + \mathbf{v}_{xf}}{2}$ (1-10)

และการกระจัดที่เคลื่อนที่ได้หาได้จากสมการ $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{v}_{av} t$ (1-11)

แทนสมการ (1-10) ลงไปในสมการ (1-11) ได้ $\Delta \mathbf{x} = \left(\frac{\mathbf{v}_{xi} + \mathbf{v}_{xf}}{2} \right) t$ (1-12)

แทนสมการ (1-9) ลงไปในสมการ (1-12) ได้ $\Delta \mathbf{x} = \left(\frac{\mathbf{v}_{xi} + (\mathbf{v}_{xi} + \mathbf{a}_x t)}{2} \right) t$

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{v}_{xi} t + \frac{1}{2} \mathbf{a}_x t^2$$

หรือ

$$\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = \mathbf{v}_{xi} t + \frac{1}{2} \mathbf{a}_x t^2$$

$$\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_{xi} t + \frac{1}{2} \mathbf{a}_x t^2$$

(1-13)

	t (s)	x (m)	v (m/s)
	0	0	-4.9
	1	-9.8	-14.7
	2	-29.4	-24.5
	3	-58.8	-34.3
	4	-98.0	-44.1

รูป 1.15 วัตถุที่ตกอย่างเสรีในลักษณะเดียวกันจะมีความเร็ว ตำแหน่ง และเวลา เหมือนกัน

และหาความเร็วได้จากสมการ $\mathbf{v}_{xf} = \frac{d\mathbf{x}_f}{dt}$ (1-14)

ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุชาติ สุภาพ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

จะได้

$$\mathbf{v}_{xf} = \frac{d}{dt} \left(\mathbf{x}_i + \mathbf{v}_{xi}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_x t^2 \right)$$

$$\mathbf{v}_{xf} = \mathbf{v}_{xi} + \mathbf{a}_x t$$

จะได้

$$t = \frac{\mathbf{v}_{xf} - \mathbf{v}_{xi}}{\mathbf{a}_x}$$

แทนค่า t ในสมการ (1-12) จะได้ $\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = \left(\frac{\mathbf{v}_{xi} + \mathbf{v}_{xf}}{2} \right) \left(\frac{\mathbf{v}_{xf} - \mathbf{v}_{xi}}{\mathbf{a}_x} \right)$

$$\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = \frac{\mathbf{v}_{xf}^2 - \mathbf{v}_{xi}^2}{2\mathbf{a}_x}$$

$$\mathbf{v}_{xf}^2 = \mathbf{v}_{xi}^2 + 2\mathbf{a}_x (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i)$$

(1-15)

ในกรณีที่ไม่มีอัตราเร่ง ($\mathbf{a} = 0$) สมการ (1-9) และสมการ (1-13) จะเป็น

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{v}_{xf} = \mathbf{v}_{xi} = \mathbf{v}_x \\ \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = \mathbf{v}_x t \end{array} \right\} \text{ เมื่อ } \mathbf{a}_x = 0$$

สรุป สมการการเคลื่อนที่มีดังนี้

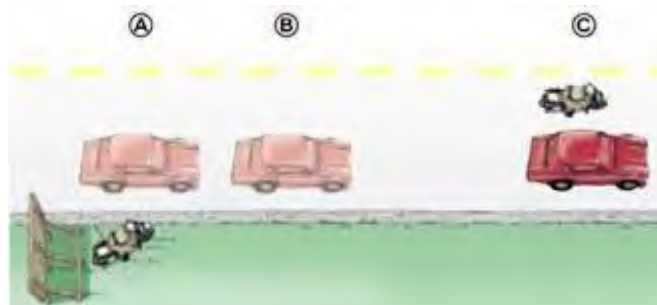
$$1) \quad \mathbf{v}_{xf} = \mathbf{v}_{xi} + \mathbf{a}_x t$$

$$2) \quad \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = \left(\frac{\mathbf{v}_{xi} + \mathbf{v}_{xf}}{2} \right) t$$

$$3) \quad \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = \mathbf{v}_{xi} t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_x t^2$$

$$4) \quad \mathbf{v}_{xf}^2 = \mathbf{v}_{xi}^2 + 2\mathbf{a}_x (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i)$$

ตัวอย่าง ถ้ารถจักรยานยนต์แล่นมาด้วยความเร็ว 16.3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ผ่านรถตำรวจที่จอดอยู่ริมถนนดังรูป หลังจากนั้น 1 วินาที ตำรวจได้ขับรถตามไปด้วยด้วยความเร่งคงตัว 3 m/s² จงหาเวลาที่ตำรวจตามรถคันนี้ทัน



วิธีทำ เนื่องจากความเร็ว 16.3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง มีค่าประมาณ 4.5 m/s

สมมติให้รถตำรวจแล่นทันรถจักรยานยนต์ในเวลา t วินาที

พิจารณาที่รถจักรยานยนต์

$$\begin{aligned} \text{รถคันดังกล่าวจะวิ่งได้ระยะทาง}(x_{car}) \quad x_{car} &= x_B + v_{xcar} t \\ x_{car} &= 45 \text{ m} + (45 \text{ m/s}) t \end{aligned} \quad (1)$$

พิจารณาที่ตำรวจ

ในช่วงเวลาดังกล่าวรถตำรวจวิ่งได้ระยะทาง (x_{police})

$$\begin{aligned} x_{police} &= x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ x_{police} &= 0 + 0 + \frac{1}{2} (3 \text{ m/s}^2) t^2 \end{aligned} \quad (2)$$

ในช่วงเวลาดังกล่าว รถทั้งสองคันจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางเท่ากัน คือ

$$\begin{aligned} \text{สมการ (1)} &= \text{สมการ (2)} \\ \frac{1}{2} (3 \text{ m/s}^2) t^2 &= 45 \text{ m} + (45 \text{ m/s}) t \\ 1.5t^2 - 45t - 45 &= 0 \\ t &\approx 31 \text{ s} \end{aligned}$$

ตำรวจจะตามรถคันนี้ทันในเวลา 31 วินาที

ตอบ

ตัวอย่าง ในการลงจอดของเครื่องบิน บนเรือบรรทุกเครื่องบิน



ขณะที่ล้อแตะพื้นเครื่องบินมีความเร็ว 140 ไมล์ต่อชั่วโมง ($\approx 63 \text{ m/s}$) จงหา

a) ความหน่วงของเครื่องบิน ถ้าเครื่องบินหยุดนิ่งในเวลา 2 วินาที

b) ระยะทางที่เครื่องบินวิ่งบนเรือ ก่อนที่จะหยุด

กำหนดให้ ความหน่วงของเครื่องบิน มีค่าคงตัว

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ จาก} \quad a_x &= \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \\ a_x &= \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -31.5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\text{ความหน่วงของเครื่องบิน} = -31.5 \text{ m/s}^2 \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{จาก} \quad \Delta x = v_{av} t$$

$$\text{จาก} \quad x_f - x_i = \left(\frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \right) t$$

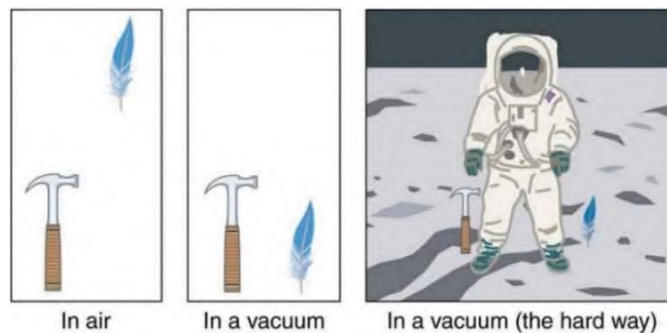
$$x_f - x_i = \frac{1}{2} (63 + 0)(2) = 63 \text{ m}$$

$$\text{ระยะทางที่เครื่องบินวิ่งบนเรือก่อนที่จะหยุด} = 63 \text{ m} \quad \text{ตอบ}$$

1.6 การตกอย่างเสรี (free fall)

การตกของวัตถุจากที่สูงเป็นปรากฏการณ์ที่เราพบเห็นได้ทั่วไปในชีวิตประจำวัน เช่น ผลไม้หล่นจากต้น หรือวัตถุตกจากมือ ปรากฏการณ์เหล่านี้ล้วนเป็นตัวอย่างของการ ตกอย่างเสรี ซึ่งหมายถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วงเพียงอย่างเดียว โดยไม่มีแรงต้านอากาศหรือแรงอื่น ๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง แม้ในโลกความเป็นจริงจะมีแรงต้านอากาศ แต่ในทางฟิสิกส์พื้นฐาน เรามักเริ่มต้นด้วยการศึกษากรณีอุดมคติ ซึ่งช่วยให้สามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ได้อย่างชัดเจน และเข้าใจหลักการพื้นฐานได้ง่ายขึ้น ในการตกอย่างเสรี วัตถุจะมีความเร่งคงที่ในแนวตั้ง ซึ่งมีค่าเท่ากับ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง ($g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$) หัวข้อนี้จะช่วยให้นักศึกษาเข้าใจลักษณะของการเคลื่อนที่ในแนวตั้งทั้งในกรณีที่วัตถุถูกปล่อยให้ออก และกรณีที่วัตถุถูกขว้างขึ้นแล้วตกลงมา โดยใช้หลักการเดียวกันกับการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติ แต่มีการกำหนดทิศทางความเร่งและความเร็วให้เหมาะสม การเข้าใจเรื่องการตกอย่างเสรีจึงไม่เพียงแต่ช่วยในการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์เท่านั้น แต่ยังเชื่อมโยงไปสู่การศึกษากฎของนิวตัน การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ และการคำนวณพลังงานในบทเรียนต่อไปอีกด้วย

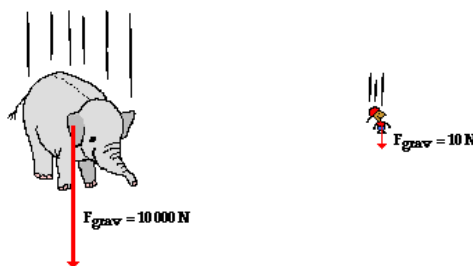
วัตถุที่ตกอย่างเสรีจะมีความเร็วเพิ่มขึ้นหรือลดลง 9.8 m/s ทุก ๆ วินาที หรือเรียกว่ามีความเร่งเท่ากับ 9.8 m/s^2 โดยความเร่งนี้อาจจะมากหรือน้อยกว่านี้ได้ ขึ้นอยู่กับความเข้มสนามโน้มถ่วงของโลก (g) ณ บริเวณนั้น ๆ



รูป 1.16 ภาพจำลองการทดลองตกอย่างเสรีบนดวงจันทร์

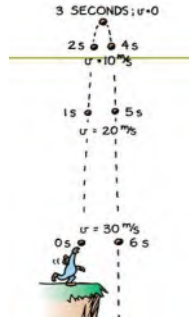
ข้อควรรู้เกี่ยวกับการตกอย่างเสรี

- 1) วัตถุทุกชิ้นที่ตกอย่างเสรี จะมีความเร็วและความเร่งเท่ากัน เช่น ช้างกับมดเมื่อตกอย่างเสรีก็จะมี การเคลื่อนที่เหมือนกัน และวัตถุทุกชิ้นที่ตกอย่างเสรีจากระดับความสูงเดียวกันจะตกถึงพื้นพร้อมกัน



รูป 1.17 ช้างและมด ที่ตกอย่างเสรีจะตกถึงพื้นพร้อมกัน

- 2) เมื่อโยนวัตถุขึ้นไปในอากาศแล้ววัตถุตกกลับลงมาที่ความสูงเดิม อัตราเร็วที่ระดับความสูงเดียวกันจะเท่ากัน แต่ทิศตรงข้ามกัน



รูป 1.18 อัตราเร็วขาขึ้นและขาลงที่ระดับเดียวกันจะเท่ากัน แต่ทิศตรงข้ามกัน

ตัวอย่าง ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนดาดฟ้าของตึกสูง 50 เมตร แล้วโยนวัตถุขึ้นไปในแนวตั้ง ด้วยความเร็วต้น 20 m/s จงหา ก) เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ไปถึงจุดสูงสุด ข) ระยะสูงสุด ค) เวลาที่วัตถุ ตกลงมาอยู่ที่ตำแหน่งเดิม ง) อัตราเร็วขณะที่วัตถุ ตกลงมาที่ตำแหน่งเดิม จ) ความเร็วที่วินาทีที่ 5

วิธีทำ ก) จาก

$$v_u = v_{0y} + gt$$

ที่จุดสูงสุด

$$v = 0$$

$$0 = 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)t$$

$$t = \frac{20 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

เวลาที่วัตถุขึ้นไปถึงจุดสูงสุด

$$t_B = 2.04 \text{ s}$$

ตอบ

ข) จาก

$$y_t = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$h_{\max} = (20 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.8 \text{ m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2$$

ระยะสูงสุด

$$h_{\max} = 20.4 \text{ s}$$

ตอบ

ค) จาก

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$

ถ้าวัตถุตกลงมาที่ตำแหน่งเดิมแสดงว่า $y = 0$

ดังนั้นจะได้

$$0 = 20t - 4.9t^2$$

$$t(20 - 4.9t) = 0$$

ได้

$$t = 0, 4.08$$

วัตถุจะตกลงมาที่ตำแหน่งเดิมในเวลา 4.08 s

ตอบ

ง) จาก

$$v_t = v_{0y} + a_yt$$

$$v_t = 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(4.08 \text{ s})$$

$$v_t = -20 \text{ m/s}$$

ความเร็วขณะที่ตกลงมาอยู่ที่ตำแหน่งเดิม $= -20 \text{ m/s}$

ตอบ

จ) จาก

$$v_t = v_{0y} + a_yt$$

$$v_5 = 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})$$

$$v_5 = -29 \text{ m/s}$$

ความเร็วที่วินาทีที่ 5

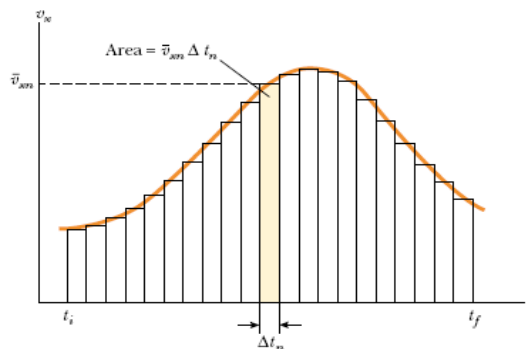
 $= -29 \text{ m/s}$

ตอบ

สมการการเคลื่อนที่ที่ได้มาโดยวิธีการทางคณิตศาสตร์ (แคลคูลัส)

การศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุในฟิสิกส์นั้น ไม่ได้เป็นเพียงการสังเกตหรือวัดค่าทางกายภาพเท่านั้น แต่ยังต้องพึ่งพาเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ทรงพลังในการอธิบายและวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงอย่างละเอียด ซึ่งหนึ่งในเครื่องมือที่สำคัญที่สุดคือ แคลคูลัส ไม่ว่าจะเป็นอนุพันธ์ ที่ใช้หาความเร็วจากตำแหน่ง หรือความเร่งจากความเร็ว และ ปริพันธ์ (integral) ที่ใช้หาตำแหน่งหรือความเร็วจากความเร่ง ในหัวข้อนี้ เราจะย้อนกลับไปดูว่า สมการการเคลื่อนที่เหล่านี้ถูกอนุมานขึ้นมาอย่างเป็นระบบ ได้อย่างไร นอกจากนี้ การใช้แคลคูลัสยังเปิดประตูให้เราสามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ที่ซับซ้อนมากขึ้น เช่น การเคลื่อนที่ที่มีความเร่งไม่คงตัว หรือการเคลื่อนที่ในหลายมิติ ซึ่งจะกลายเป็นรากฐานที่สำคัญต่อการศึกษาฟิสิกส์ในระดับสูงต่อไป

พิจารณากราฟการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วไม่คงตัว ดังรูป



รูป 1.19 กราฟการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วไม่คงตัว

พื้นที่ใต้กราฟ $v-t$ หมายถึงระยะทางในการเคลื่อนที่ การหาพื้นที่ใต้กราฟอาจทำได้โดยการแบ่งพื้นที่ใต้กราฟออกเป็นสี่เหลี่ยมเล็กๆจำนวนมากดังรูป 1.19 พื้นที่สี่เหลี่ยมเล็กๆ แต่ละอันหาได้จากสูตร กว้าง $\times$ ยาว หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

พื้นที่พื้นที่สี่เหลี่ยมเล็กๆแต่ละอัน $= (v_{xn})_{av} \Delta t$
 ถ้ารวมพื้นที่สี่เหลี่ยมทุกอันเข้าด้วยกัน

$$\text{พื้นที่ทั้งหมด} = \sum_{1}^n v_{xn} \Delta t_n$$

ถ้ากำหนดให้แต่ละชิ้นความกว้างน้อยมาก ($\Delta t_n \rightarrow 0$)

$$\text{พื้นที่ทั้งหมด} = \lim_{\Delta t_n \rightarrow 0} \sum_{1}^n v_{xn} \Delta t_n$$

สมการข้างบน ถ้าเขียนในรูปของอินทิกรัลได้ว่า

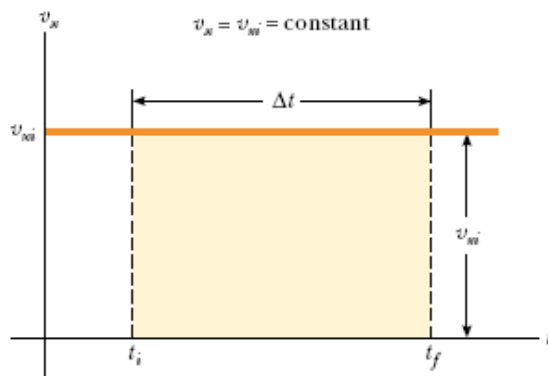
$$\text{พื้นที่ทั้งหมด} = \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt \quad (1-16)$$

พื้นที่ของกราฟ $u-t$ มีความหมายว่า เป็นระยะทางของการเคลื่อนที่ และ $\int_{t_i}^{t_f} v(t)dt$ มีความหมายว่าพื้นที่ใต้

กราฟ $u-t$

สมการ (1-16) มีความหมายว่า ระยะทางของการเคลื่อนที่ มีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟ $u-t$

ถ้าความเร็วของการเคลื่อนที่มีค่าคงตัว กราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วกับเวลา จะเป็นดังรูป



รูป 1.20 กราฟ $u-t$ เมื่อความเร็วมีค่าคงตัว

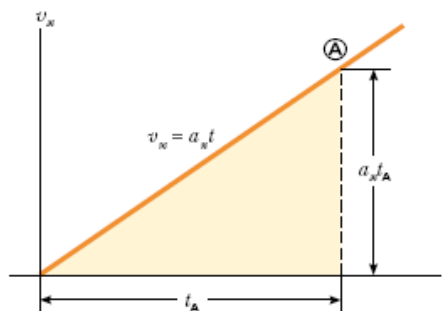
การหาพื้นที่ใต้กราฟในช่วงเวลา Δt ทำได้ง่ายๆ คือ

$$\text{พื้นที่ใต้กราฟ} = v_{xi} \Delta t$$

พื้นที่ใต้กราฟคือระยะทางที่เปลี่ยนไป (Δx) ดังนั้นจะได้ว่า

$$\Delta x = v_{xi} \Delta t$$

แต่ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วกับเวลา จะเป็นกราฟเส้นตรงที่มีความชันเป็น+ ดังรูป



รูป 1.21 กราฟ $V-t$ เมื่อ a คงตัว

ความชันของกราฟคือ $\frac{\Delta v}{\Delta t}$

ดังนั้นความชันของกราฟนี้คือความเร่งของการเคลื่อนที่ จากกราฟในรูป 1.22 จะได้ว่า