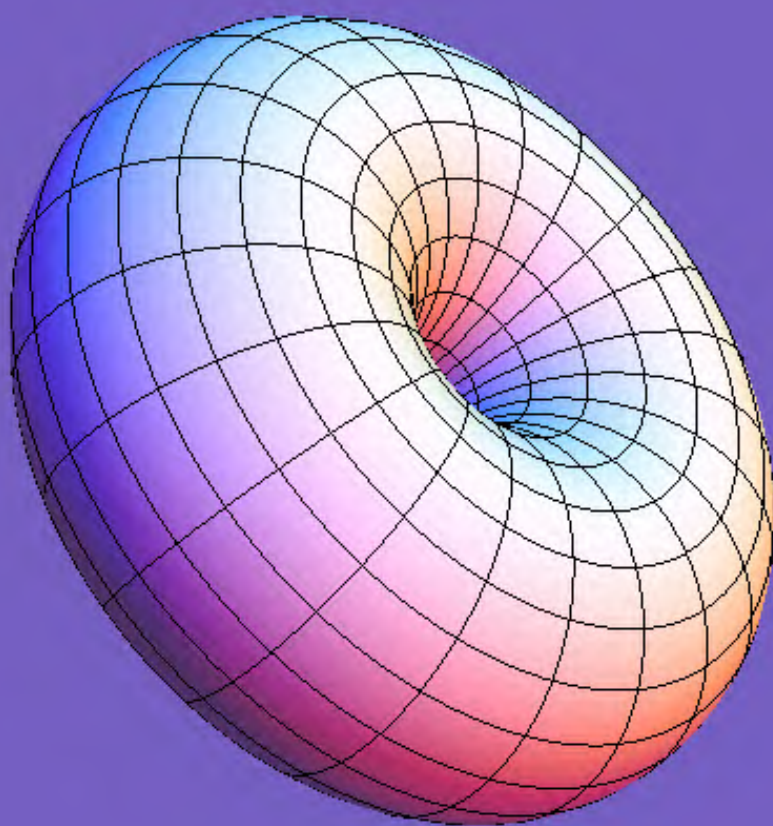


คู่มือโปรแกรม

Mathematica



รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คู่มือโปรแกรม Mathematica

รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<http://www.math.sc.chula.ac.th>

<http://www.math.sc.chula.ac.th/~tdumrong/homepage>

<http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~tdumrong/homepage>

ชื่อหนังสือ : คู่มือโปรแกรม Mathematica

ชื่อผู้แต่ง : รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา

จัดทำโดย : รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา

พิมพ์ครั้งที่ : 1

เดือนและปีที่ พ.ศ. ที่จัดพิมพ์ : มีนาคม พ.ศ. 2560

ISBN : 978-616-429-691-6

พิมพ์ที่ : ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำนำ

โปรแกรม Mathematica เป็นโปรแกรมคำนวณที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานทางด้านการเรียนการสอนหลายวิชาเช่น Calculus Differential Equations Probability Statistics Numerical Analysis Linear Algebra Number Theory

ในหนังสือ คู่มือโปรแกรม Mathematica เล่มนี้จะแนะนำความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica การใช้งานเบื้องต้นของโปรแกรม การเขียนกราฟและการปรับแต่งภาพกราฟให้สวยงาม การใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูปของโปรแกรม Mathematica การเขียนโปรแกรมโดยใช้คำสั่งของ Mathematica และประยุกต์ใช้งานคำนวณทั้งระดับมัธยมศึกษาและระดับอุดมศึกษา

การใช้คู่มือเล่มนี้เพื่อศึกษาการใช้งานโปรแกรม Mathematica แนะนำให้ฝึกพิมพ์คำสั่งตามตัวอย่าง เมื่อได้ผลถูกต้องตามหนังสือแล้วจึงดัดแปลงสูตรหรือตัวแปรเพื่อคำนวณค่าต่าง ๆ ให้เข้าใจมากขึ้น

สุดท้ายนี้หวังว่าผู้อ่านทุกท่านจะได้รับประโยชน์จากหนังสือเล่มนี้ และสามารถนำโปรแกรม Mathematica ไปประยุกต์ใช้งานในสาขาต้องการได้

รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา

มีนาคม 2560

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica	1 – 36
1.1 การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร และเลขยกกำลัง	2
1.2 สามารถกำหนดการแสดงผลการคำนวณให้เป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง	3
1.3 มีฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	4
1.4 มีความสามารถในการกำหนดสูตรของฟังก์ชันเพื่อใช้งานได้	6
1.5 สามารถกำหนดเซตของจำนวนและคำนวณสมาชิกภายในเซตได้	7
1.6 สามารถเปลี่ยนหน่วยการคำนวณได้โดยง่าย	8
1.7 ความสามารถในการแสดงหน่วยของผลการคำนวณ	9
1.8 สามารถเขียนกราฟได้หลายรูปแบบ	10
1.9 การคำนวณในรูปแบบเลขฐานต่าง ๆ	17
1.10 การคำนวณในรูปแบบเวกเตอร์	18
1.11 การคำนวณในรูปแบบเมทริกซ์	19
1.12 การคำนวณจำนวนเชิงซ้อน	20
1.13 การหาผลบวกอนุกรม อนุกรมกำลัง และผลคูณของลำดับ	21
1.14 การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้น	22
1.15 การหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลในรูปแบบ $y = a + bx$	23
1.16 สามารถจัดรูปพีชคณิต แยกตัวประกอบและกระจายพหุนาม	24
1.17 สามารถหาอนุพันธ์ แสดงผลเป็นสูตรและแสดงผลเป็นค่าตัวเลขได้	26
1.18 สามารถอินทิเกรต แสดงผลเป็นสูตรและแสดงผลเป็นค่าตัวเลขได้	27
1.19 ความสามารถในการหาค่าลิมิต	28
1.20 สามารถนำคำสั่งต่าง ๆ มาเขียนเป็นโปรแกรมได้	29
1.21 ความสามารถในการหารากของสมการ $f(x) = 0$	30
1.22 ความสามารถในการหาผลเฉลยของระบบสมการ	31

1.23	สามารถหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์	32
1.24	มีฟังก์ชันเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เช่น ห.ร.ม. ค.ร.น. และแยกตัวประกอบ	34
1.25	สามารถหาผลการแปลงลาปลาซและผลการแปลงลาปลาซผกผันได้	35
1.26	สามารถหาผลการการแปลง Z transform และการแปลงผกผันได้	36

บทที่ 2 การใช้โปรแกรม Mathematica 37 – 88

2.1	การเรียกโปรแกรม Mathematica ขึ้นมาใช้งาน	37
2.2	การคำนวณโดยใช้โปรแกรม Mathematica	43
2.3	การเขียนกราฟของฟังก์ชัน	47
2.4	การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์	50
2.5	การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์	54
2.6	การหาค่าสถิติเบื้องต้น	56
2.7	การเขียนแผนภาพการกระจายและหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน	58
2.8	การคำนวณค่าเกี่ยวกับผลบวกในรูปแบบ Σ	60
2.9	การคำนวณค่าอินทิกรัล $\int_a^b f(x) dx$	62
2.10	การคำนวณค่าอนุพันธ์ $\frac{d}{dx} f(x)$ หรือ $\frac{d^n}{dx^n} f(x)$	64
2.11	การกำหนดหน่วยให้กับผลการคำนวณ	66
2.12	การคำนวณในรูปแบบของเลขฐาน	68
2.13	การหาผลบวกในรูปแบบ $\sum_{i=1}^n x_i, \sum_{i=1}^n y_i, \sum_{i=1}^n x_i^2, \sum_{i=1}^n y_i^2, \sum_{i=1}^n x_i y_i$	69
2.14	การสร้างตารางฟังก์ชัน	72
2.15	การคำนวณค่าเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน	74
2.16	การหารากของสมการ $f(x) = 0$	75

2.17	การหาผลเฉลยของระบบสมการ	76
2.18	การคำนวณค่า nC_r และ nP_r	77
2.19	การคำนวณที่ให้ผลลัพธ์เป็นสูตร	78
2.20	การหาสูตรเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน	81
บทที่ 3	การเขียนกราฟด้วยโปรแกรม Mathematica	89 – 140
3.1	การเขียนกราฟในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ	92
3.2	การเขียนกราฟของแผนภาพการกระจายของข้อมูล	93
3.3	การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก	96
3.4	การเขียนกราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว	97
3.5	การเขียนกราฟในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ	98
3.6	การเขียนกราฟของฟังก์ชันที่นิยามสูตรต่างกันในแต่ละช่วง	103
3.7	คำสั่งที่ใช้ในการปรับปรุงรูปแบบของกราฟ	105
3.8	การเขียนกราฟของฟังก์ชันที่นิยามโดยนัยหรือกราฟของความสัมพันธ์	119
3.9	การเขียนกราฟของสมการและการแรเงาในบริเวณที่ต้องการ	122
3.10	การเขียนกราฟของพื้นผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นโค้ง	126
3.11	การเขียนกราฟเคลื่อนไหว (Interactive Graph)	132
บทที่ 4	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathematica	141 –170
4.1	การกำหนดผลการคำนวณให้แสดงผลลัพธ์ตามที่ต้องการ	141
4.2	การนำผลการคำนวณเก่ามาใช้ใน Line Input ใหม่	143
4.3	การ copy สูตร และ การ paste สูตร	144
4.4	การบันทึกแฟ้ม Notebook.nb	146
4.5	การเปิดแฟ้ม Notebook.nb	149
4.6	ฟังก์ชันสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันอื่น ๆ ที่สำคัญ	154

บทที่ 5	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathematica	171 – 180
บทที่ 6	การคำนวณระดับ ม. ปลาย ด้วยโปรแกรม Mathematica	181 – 218
6.1	เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ 1	181
6.2	เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ 2	187
6.3	เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ 3	193
6.4	เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ 4	202
6.5	เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ 5	205
6.6	เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ 6	211
6.7	Mathematica กับการเฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์	216
บทที่ 7	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วยโปรแกรม Mathematica	219 – 290
7.1	เสริมการคำนวณเกี่ยวกับแคลคูลัส	219
7.2	เสริมการคำนวณเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์	233
7.3	เสริมการคำนวณเกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลข	237
7.4	เสริมการคำนวณเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้น	241
7.5	เสริมการคำนวณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและสถิติ	247
7.6	เสริมการคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นสูง	278
	บรรณานุกรม	291

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับแป้นพิมพ์และคำสั่งโดยย่อ

1. กด <Shift>+<Enter> เป็นการสั่งให้คำนวณแล้วขึ้นบรรทัดใหม่
<Shift>+<Enter> หมายถึงการกด <Shift> ค้างไว้ แล้วกด <Enter>
2. กด <Enter> (บน Keyboard ที่อยู่เหนือแป้น Shift) เป็นการขึ้นบรรทัดใหม่
3. กด <Enter> (บนกลุ่ม Numeric Pad ถ้ามี) เป็นการสั่งให้คำนวณแล้วขึ้นบรรทัดใหม่
4. พิมพ์ ?Command<Shift>+<Enter> เป็นการขอคู่มืออธิบายของ Command นั้น
5. Clear เป็นคำสั่งยกเลิกการกำหนดตัวแปร เช่น Clear[x], Clear[x,y]
6. ตัวแปร=. เป็นคำสั่งยกเลิกการกำหนดตัวแปร เช่น x=. เป็นการยกเลิกตัวแปร x
7. % หมายถึงผลการคำนวณล่าสุด
8. Out[n] และ %n หมายถึงผลจาก Line Output[n]
9. x//N เป็นคำสั่งให้แสดงค่าใน x ออกมาเป็นตัวเลข
10. Expression//Command มีความหมายว่า Command[Expression]
ตัวอย่างเช่น (1+x)^2//Expand จะได้ $1 + 2x + x^2$ เหมือนกับ Expand[(1+x)^2]
 $2x-4==0$ //Solve จะได้ $\{x \rightarrow 2\}$ เหมือนกับ Solve[2x-4==0]
11. สัญลักษณ์ i ให้กด <Esc>ii<Esc>, e ให้กด <Esc>e<Esc>, π ให้กด <Esc>p<Esc>
12. สัญลักษณ์ ; ทำยบบรรทัดคำสั่งคือการกำหนดให้ประมวลผลและไม่ต้องพิมพ์ผลที่ได้ออกมา
13. การพิมพ์สัญลักษณ์บางตัวโปรแกรม Mathematica จะจัดรูปแบบให้ ตัวอย่างเช่น
พิมพ์ -> จะได้ $\rightarrow$
พิมพ์ == จะได้ == (เครื่องหมาย = สองตัวจะชิดติดกันมากขึ้น)
พิมพ์ x<Ctrl>^2 จะได้ x^2 (เหมือนกับ x^2)
พิมพ์ x<Ctrl>/y จะได้ $\frac{x}{y}$ (เหมือนกับ x/y)
พิมพ์ x<Ctrl>-k จะได้ x_k (เหมือนกับ $x[[k]]$)

หมายเหตุ ในกรณีที่หมายเลข Line Input – Line Output ที่ได้ไม่ตรงกับคู่มือ ไม่ต้องตกใจ เพราะโปรแกรม Mathematica จะเปลี่ยนแปลงหมายเลข Line Input – Line Output ทั้งหมดใน Notebook หากเราสั่งให้มีการคำนวณใหม่ และทุกครั้งที่เรากด <Shift>+<Enter> ก็จะถือว่า Line Input – Line Output เพิ่มขึ้นอีก 1 บรรทัดใน Notebook

ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica

โปรแกรม Mathematica เป็นโปรแกรมช่วยในการคำนวณ สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้ในการเรียนการสอนหลายวิชาเช่น Calculus Probability and Statistics Linear Algebra Differential Equations ในบทนี้จะนำความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica ที่คำนวณได้มาให้ดูก่อนเพื่อผู้อ่านจะได้เห็นความสามารถทางการคำนวณที่สำคัญของโปรแกรม Mathematica ส่วนของการพิมพ์คำสั่ง การเข้าสู่โปรแกรม Mathematica และการประยุกต์ต่าง ๆ จะกล่าวในบทต่อไป

เนื่องจากลักษณะการทำงานของโปรแกรม Mathematica มีบรรทัดของคำสั่งที่เราต้องพิมพ์คำสั่งของการคำนวณเข้าไปเรียกว่า Line Input $In[n]:= \dots$ โปรแกรม Mathematica จึงจะแสดงผลการคำนวณ ในบรรทัดถัดไปเรียกว่า Line Output $Out[n]= \dots$ ดังนั้นการยกตัวอย่างความสามารถของโปรแกรมจึงขอแสดงผลการคำนวณที่ปรากฏบนจอภาพซึ่งมีทั้งบรรทัด Line Input ($In[n]:=$) และ Line Output ($Out[n]=$) มาให้เห็นพร้อมกัน ตัวอย่างเช่น

$In[1]:= 1 + 2$

$Out[1]= 3$

$In[2]:= (7 + 4) * (7 - 4)$

$Out[2]= 33$

$In[3]:= Sqrt[3.]$

$Out[3]= 1.73205$

1.1 การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร และเลขยกกำลัง

In[1]:= 3.25 + 16.5

Out[1]= 19.75

In[2]:= 7.5 - 3.25

Out[2]= 4.25

In[3]:= 12 * 3

Out[3]= 36

In[4]:= 3.5 / 2

Out[4]= 1.75

In[5]:= 2.5 ^ 2

Out[5]= 6.25

In[6]:= (2 ^ 2 + 3 * 4) ^ 0.5

Out[6]= 4.

In[7]:=
$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7}}$$

Out[7]=
$$\frac{525}{1046}$$

In[8]:= 22 / 7

Out[8]=
$$\frac{22}{7}$$

In[9]:= 22. / 7

Out[9]= 3.14286

หมายเหตุ

1. ตัวเลขในสูตรคำนวณเป็นจำนวนเต็ม การแสดงผลจะแสดงค่าเป็นรูปแบบเศษส่วน
2. ตัวเลขในสูตรคำนวณเป็นจำนวนจริง (มีทศนิยม) การแสดงผลจะแสดงค่าเป็นเลขทศนิยม

1.2 สามารถกำหนดการแสดงผลการคำนวณให้เป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง

```
In[1]:= 22 / 7
```

```
Out[1]=  $\frac{22}{7}$ 
```

```
In[2]:= 22. / 7
```

```
Out[2]= 3.14286
```

```
In[3]:= N[22 / 7, 5]
```

```
Out[3]= 3.1429
```

```
In[4]:= N[22 / 7, 15]
```

```
Out[4]= 3.14285714285714
```

```
In[5]:= N[22. / 7, 15]
```

```
Out[5]= 3.14286
```

```
In[6]:= Pi // N
```

```
Out[6]= 3.14159
```

```
In[7]:= N[Pi, 18]
```

```
Out[7]= 3.14159265358979324
```

```
In[8]:= NumberForm[N[Pi], 10]
```

```
Out[8]//NumberForm=
3.141592654
```

```
In[9]:= NumberForm[N[Pi], {11, 10}]
```

```
Out[9]//NumberForm=
3.1415926536
```

หมายเหตุ

1. //N ต่อท้ายเป็นการบังคับให้แสดงผลเป็นตัวเลขทศนิยม
2. N[x, k] เป็นคำสั่งแสดงค่าของ x ให้มีตัวเลขนัยสำคัญ k ตัว
3. NumberForm[x, {a, b}] เป็นคำสั่งแสดงค่า x มีตัวเลขนัยสำคัญ a ตัวและมีทศนิยม b ตำแหน่ง

1.3 มีฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

In[1]:= Sin[Pi / 4]

Out[1]= $\frac{1}{\sqrt{2}}$

In[2]:= Sin[Pi / 4.]

Out[2]= 0.707107

In[3]:= Sin[45. * Degree]

Out[3]= 0.707107

In[4]:= Cos[Pi / 6]

Out[4]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

In[5]:= Cos[Pi / 6.]

Out[5]= 0.866025

In[6]:= Tan[Pi / 3]

Out[6]= $\sqrt{3}$

In[7]:= ArcSin[1]

Out[7]= $\frac{\pi}{2}$

In[8]:= ArcCos[-1]

Out[8]= π

In[9]:= ArcTan[1]

Out[9]= $\frac{\pi}{4}$

In[10]:= ArcTan[1.] / Degree

Out[10]= 45.

หมายเหตุ

1. ในกรณีที่ตัวเลขใน Line Input เป็นจำนวนเต็ม (ไม่มีจุดทศนิยม) ผลการคำนวณจะแสดงเป็นสัญลักษณ์
 2. ในกรณีที่ตัวเลขใน Line Input เป็นจำนวนจริง (มีจุดทศนิยม) ผลการคำนวณจะแสดงเป็นจำนวนจริง
- ตัวอย่างเช่น

In[1]–Out[1] แสดงผลเป็นสัญลักษณ์

In[2]–Out[2] แสดงผลเป็นตัวเลข

หมายเหตุ Degree มีค่าเท่ากับ $\frac{\pi}{180}$ ใช้ในการเปลี่ยนหน่วยระหว่างเรเดียนกับองศา

In[1]:= **Log**[2]

Out[1]= **Log**[2]

In[2]:= **Log**[2.]

Out[2]= 0.693147

In[3]:= **Log10**[2]

Out[3]= $\frac{\text{Log}[2]}{\text{Log}[10]}$

In[4]:= **Log10**[2.]

Out[4]= 0.30103

In[5]:= **Log**[2, 5]

Out[5]= $\frac{\text{Log}[5]}{\text{Log}[2]}$

In[6]:= **Log**[2, 5.]

Out[6]= 2.32193

In[7]:= **Log**[5.] / **Log**[2]

Out[7]= 2.32193

In[8]:= **E** ^ 1

Out[8]= e

In[9]:= **E** ^ 1.

Out[9]= 2.71828

หมายเหตุ

1. ในกรณีที่ตัวเลขใน Line Input เป็นจำนวนเต็ม (ไม่มีจุดทศนิยม) ผลการคำนวณจะแสดงเป็นสัญลักษณ์
2. ในกรณีที่ตัวเลขใน Line Input เป็นจำนวนจริง (มีจุดทศนิยม) ผลการคำนวณจะแสดงเป็นจำนวนจริง ตัวอย่างเช่น

Log[2] จะแสดงผลเป็นสัญลักษณ์

Log[2.] จะแสดงผลเป็นตัวเลข

หมายเหตุ E หมายถึง ค่า e มีค่าประมาณเท่ากับ 2.71828

Log[a, x] หมายถึง log ฐาน a ของ x

Log[x] หมายถึง log ฐาน e ของ x

Log10[x] หมายถึง log ฐาน 10 ของ x

1.4 มีความสามารถในการกำหนดสูตรของฟังก์ชันเพื่อใช้งานได้

```
In[1]:= f[x_] := 4 + 2 * x + x^2
```

```
In[2]:= f[1]
```

```
Out[2]= 7
```

```
In[3]:= TableForm[Table[{x, f[x]}, {x, 5}]]
```

```
Out[3]/TableForm=
```

1	7
2	12
3	19
4	28
5	39

```
In[4]:= g[x_] := Piecewise[{{x^2, x ≥ 0}, {-x, x < 0}}]
```

```
In[5]:= g[-2]
```

```
Out[5]= 2
```

```
In[6]:= g[4]
```

```
Out[6]= 16
```

```
In[7]:= c[n_, r_] := n! / (r! * (n - r) !)
```

```
In[8]:= c[5, 2]
```

```
Out[8]= 10
```

```
In[9]:= b[x_, n_, p_] :=  
      (n! / (x! * (n - x) !)) * (p^x) * ((1 - p) ^ (n - x))
```

```
In[10]:= b[2, 5, 0.25]
```

```
Out[10]= 0.263672
```

หมายเหตุ f[x_], c[n_, r_], b[x_, n_, p_] คือการกำหนดสูตรของฟังก์ชัน

ใน Line Input ln[4] คำสั่ง Piecewise ใช้กำหนดสูตรของฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วง

1.5 สามารถกำหนดเซตของจำนวนและคำนวณสมาชิกภายในเซตได้

```
In[1]:= x = {2, 5, 7, 12}
```

```
Out[1]= {2, 5, 7, 12}
```

```
In[2]:= x^3
```

```
Out[2]= {8, 125, 343, 1728}
```

```
In[3]:= x^2
```

```
Out[3]= {4, 25, 49, 144}
```

```
In[4]:= 2 * x + 1
```

```
Out[4]= {5, 11, 15, 25}
```

```
In[5]:= {1 / 2, 3 / 4, 5 / 12}
```

```
Out[5]= { $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{12}$ }
```

```
In[6]:= { $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{12}$ } // N
```

```
Out[6]= {0.5, 0.75, 0.416667}
```

หมายเหตุ เซตของตัวเลขเป็นชนิดของตัวแปรแบบหนึ่งใน Mathematica ซึ่งเรียกว่าตัวแปรแบบ List สำหรับตัวแปรแบบ List การคำนวณต่าง ๆ จะมีผลกับสมาชิกทุกตัวในตัวแปร List และเราสามารถอ้างอิงสมาชิกของตัวแปรได้ ตัวอย่างเช่น

```
In[7]:= y = {4, 5, 7, 9, 12}
```

```
Out[7]= {4, 5, 7, 9, 12}
```

```
In[8]:= z = 2^y
```

```
Out[8]= {16, 32, 128, 512, 4096}
```

```
In[9]:= y[[1]]
```

```
Out[9]= 4
```

1.6 สามารถเปลี่ยนหน่วยการคำนวณได้โดยง่าย

In[1]:= **Sin[60]**

Out[1]= Sin[60]

In[2]:= **Sin[60.]**

Out[2]= -0.304811

In[3]:= **Sin[60 * Degree]**

Out[3]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

In[4]:= **Sin[60. * Degree]**

Out[4]= 0.866025

In[5]:= **Sin[Pi / 3]**

Out[5]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

In[6]:= **Sin[Pi / 3.]**

Out[6]= 0.866025

In[7]:= **ArcSin[1 / 2]**

Out[7]= $\frac{\pi}{6}$

In[8]:= **ArcSin[0.5]**

Out[8]= 0.523599

In[9]:= **ArcSin[0.5] / Degree**

Out[9]= 30.

หมายเหตุ 1. การเติมจุดท้ายตัวเลขจะทำให้ผลการคำนวณแสดงค่าเป็นเลขทศนิยม

2. ถ้าไม่กำหนดหน่วยของมุมฟังก์ชันตรีโกณมิติใน Mathematica จะใช้หน่วยของมุมเป็นเรเดียน

3. การระบุหน่วยของ Input หรือ Output ให้พิมพ์ *Degree ต่อท้ายตัวเลข หรือ /Degree

4. Degree มีค่าเท่ากับ $\frac{\pi}{180}$ ช่วยในการเปลี่ยนหน่วยของมุมระหว่างเรเดียนกับองศา

1.7 ความสามารถในการแสดงหน่วยของผลการคำนวณ

```
In[1]:= s := Quantity[200, "Kilometers"]
```

```
In[2]:= t := Quantity[10, "Hours"]
```

```
In[3]:= v := s / t
```

```
In[4]:= v
```

```
Out[4]= 20 km/h
```

```
In[5]:= a := Quantity[3, "Centimeters"]
```

```
In[6]:= b := Quantity[4, "Centimeters"]
```

```
In[7]:= c := Quantity[5, "Centimeters"]
```

```
In[8]:= s := (a + b + c) / 2
```

```
In[9]:= Area :=  $\sqrt{s * (s - a) * (s - b) * (s - c)}$ 
```

```
In[10]:= Area
```

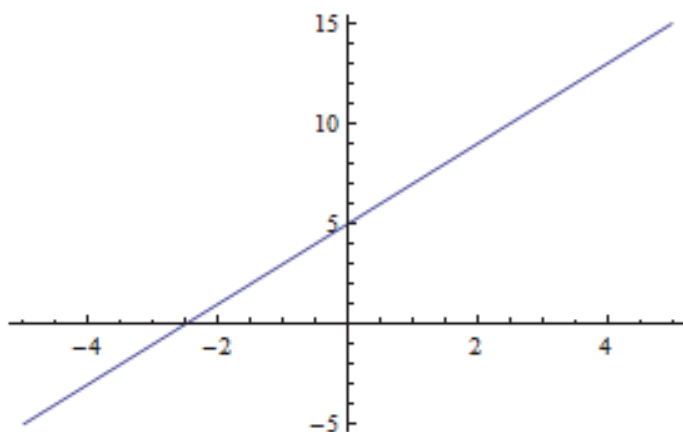
```
Out[10]= 6 cm2
```

1.8 สามารถเขียนกราฟได้หลายรูปแบบ

1.8.1 กราฟในระบบพิกัดฉาก

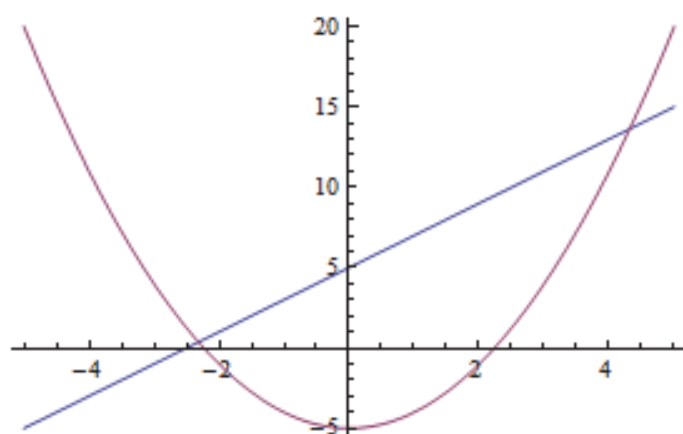
```
In[1]:= Plot[2 * x + 5, {x, -5, 5}]
```

Out[1]=



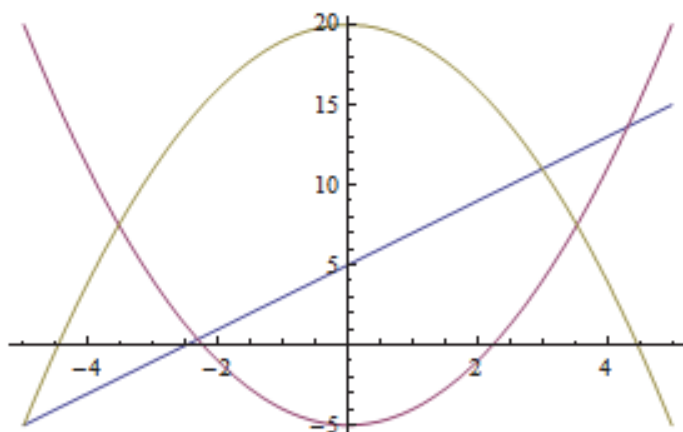
```
In[2]:= Plot[{2 * x + 5, x^2 - 5}, {x, -5, 5}]
```

Out[2]=



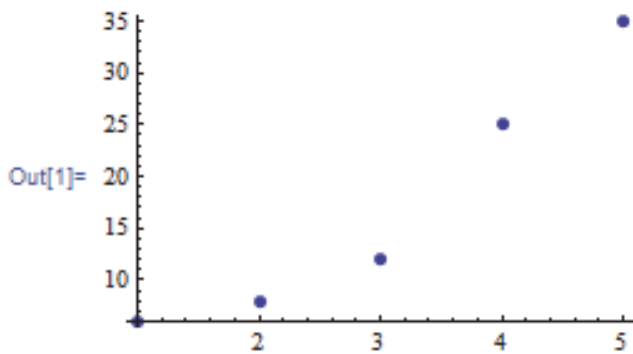
```
In[3]:= Plot[{2 * x + 5, x^2 - 5, 20 - x^2}, {x, -5, 5}]
```

Out[3]=

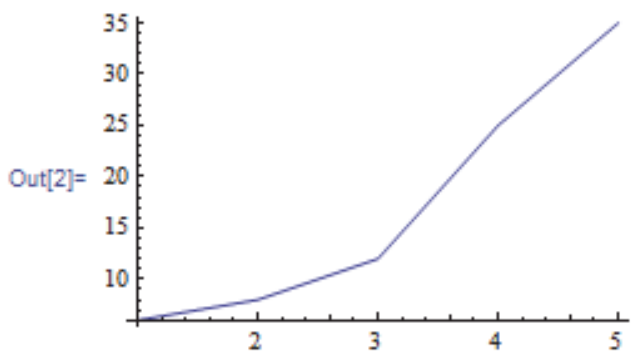


1.8.2 กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล

```
In[1]:= ListPlot[{{1, 6}, {2, 8}, {3, 12}, {4, 25},  
                {5, 35}}, PlotStyle → {PointSize[0.025]]]
```



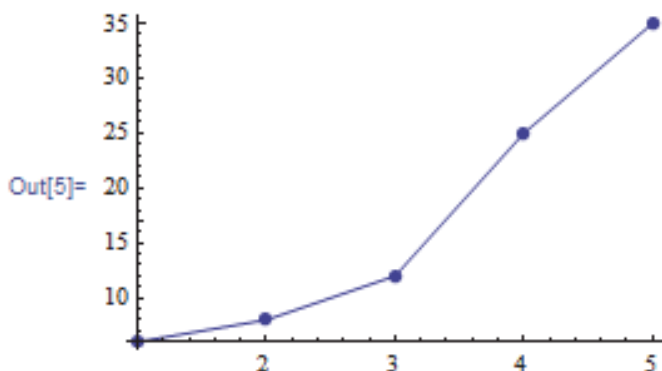
```
In[2]:= ListLinePlot[{{1, 6}, {2, 8}, {3, 12}, {4, 25},  
                    {5, 35}}, PlotStyle → {PointSize[0.025]]]
```



```
In[3]:= g1 := ListPlot[{{1, 6}, {2, 8}, {3, 12}, {4, 25},  
                      {5, 35}}, PlotStyle → {PointSize[0.025]]]
```

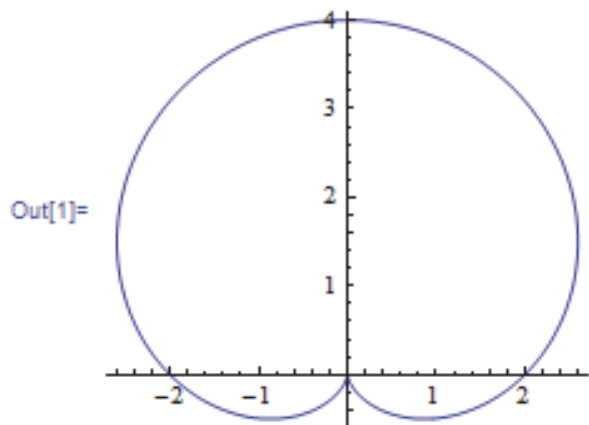
```
In[4]:= g2 := ListLinePlot[  
        {{1, 6}, {2, 8}, {3, 12}, {4, 25}, {5, 35}},  
        PlotStyle → {PointSize[0.025]]]
```

```
In[5]:= Show[g1, g2]
```

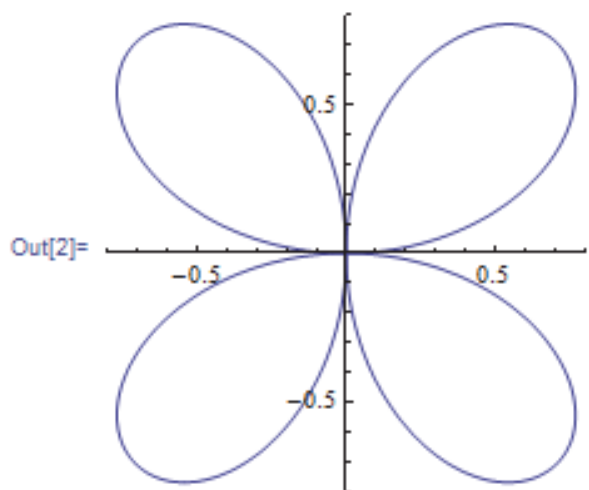


1.8.3 กราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว

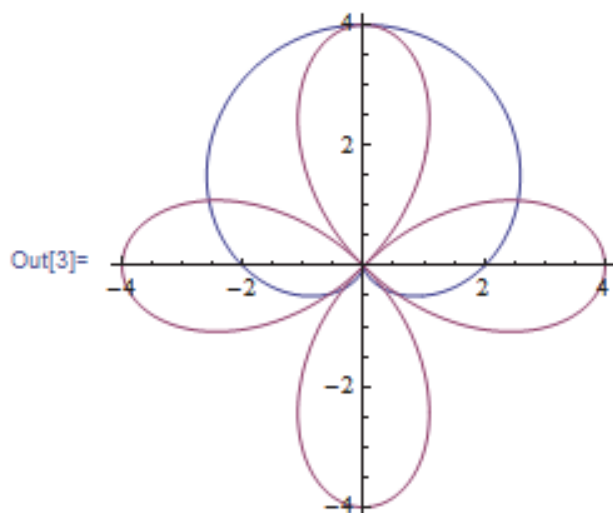
In[1]:= `PolarPlot[2 + 2 * Sin[t], {t, 0, 2 * Pi}]`



In[2]:= `PolarPlot[Sin[2 * t], {t, 0, 2 * Pi}]`

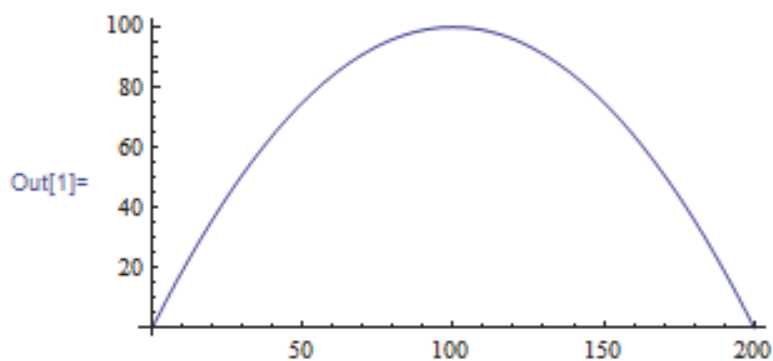


In[3]:= `PolarPlot[{2 + 2 * Sin[t], 4 * Cos[2 t]}, {t, 0, 2 * Pi}]`

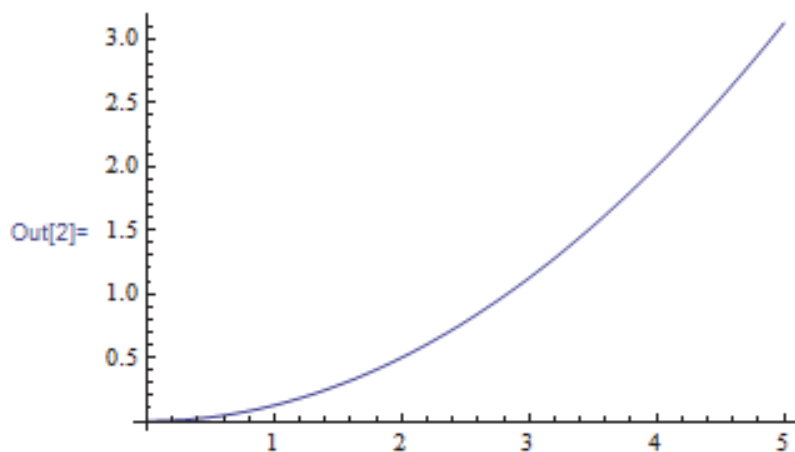


1.8.4 กราฟของสมการพาราเมตริก เช่นการเคลื่อนที่เป็นวงกลม การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์

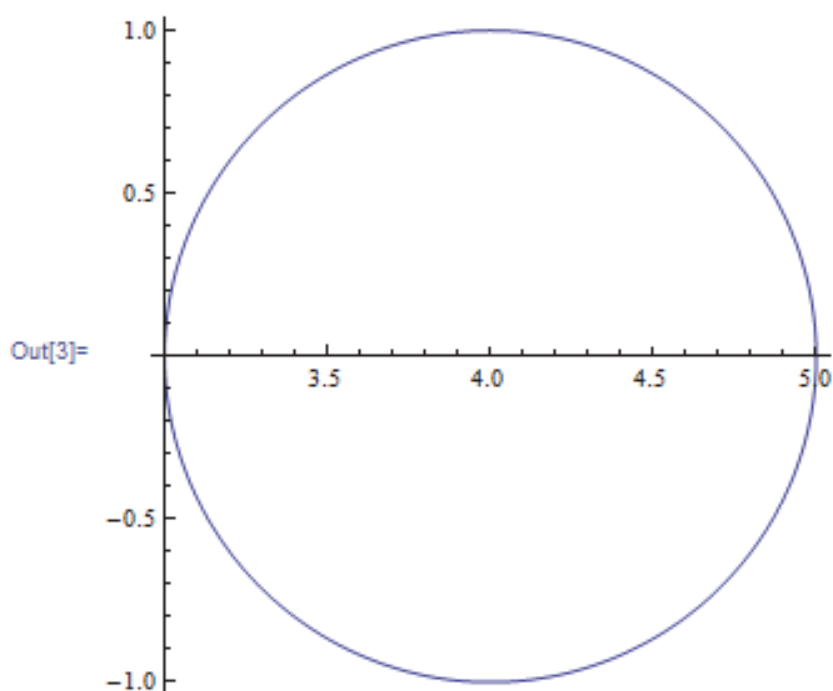
```
In[1]:= ParametricPlot[{40 * t, -16 * t^2 + 80 * t}, {t, 0, 5}]
```



```
In[2]:= ParametricPlot[{t, t^2 / 8}, {t, 0, 5}]
```

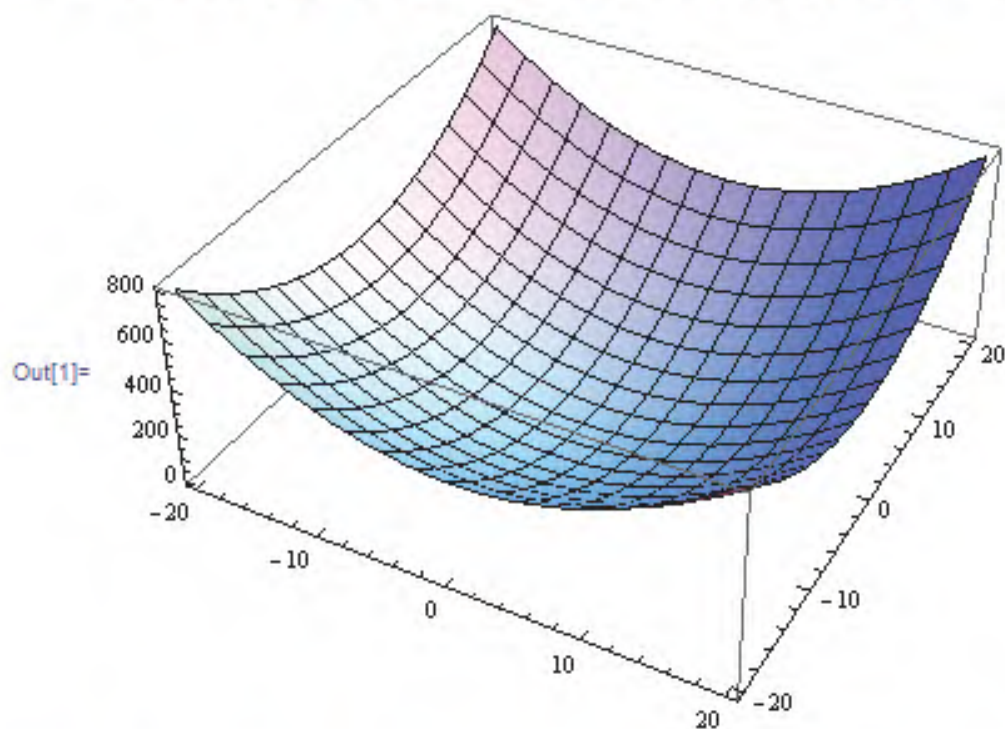


```
In[3]:= ParametricPlot[{4 + Cos[t], Sin[t]}, {t, 0, 2 * Pi}]
```

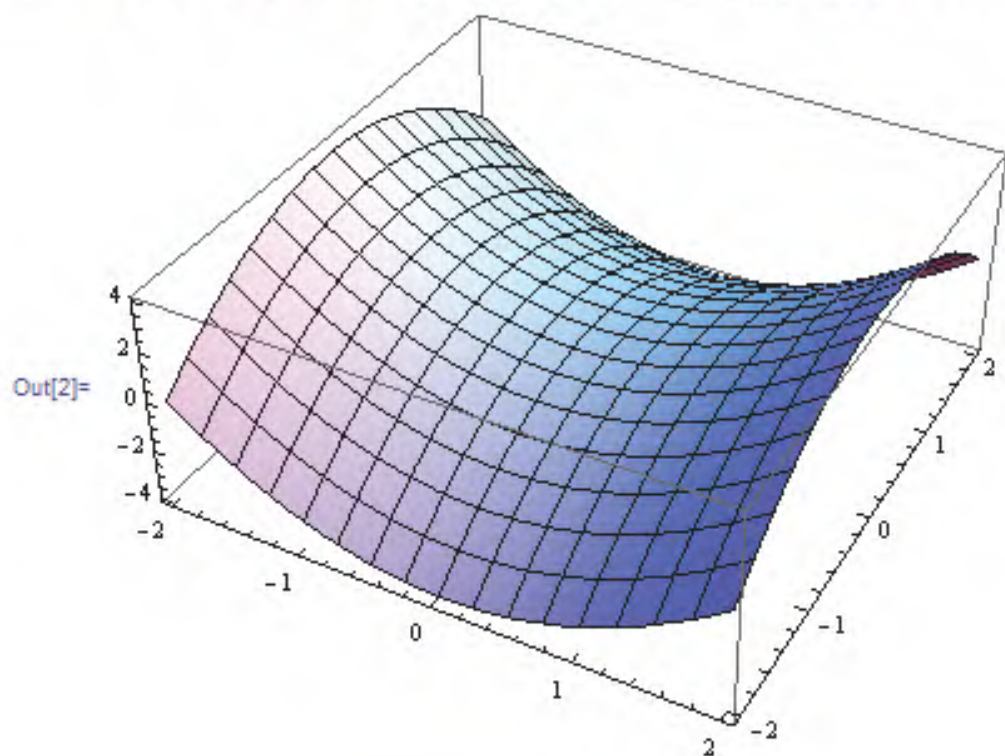


1.8.5 กราฟพื้นผิวใน 3 มิติ

```
In[1]:= Plot3D[x^2 + y^2, {x, -20, 20}, {y, -20, 20}]
```

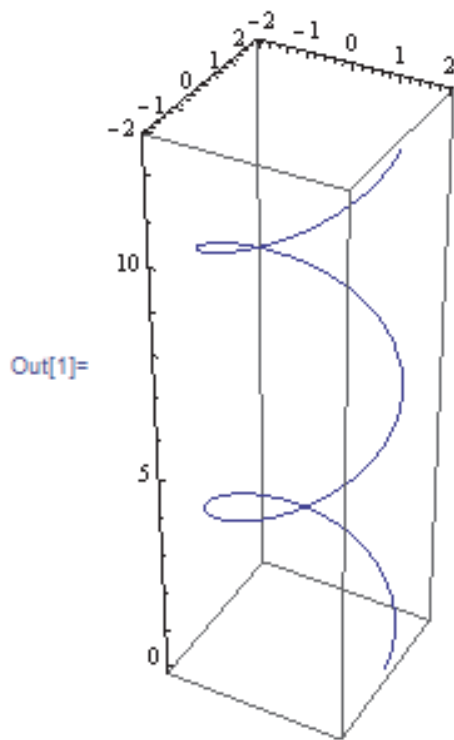


```
In[2]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]
```

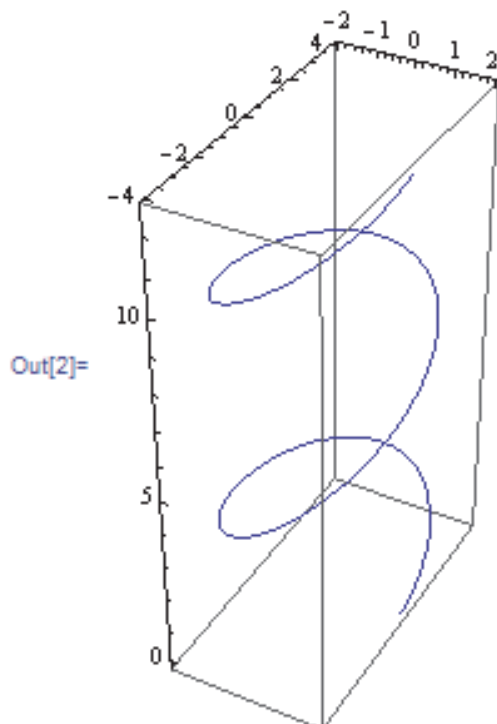


1.8.6 กราฟของสมการพารามетริกใน 3 มิติ เช่นการเคลื่อนที่แบบบันไดเวียน หรือ สปริง

```
In[1]:= ParametricPlot3D[{2 * Cos[t], 2 * Sin[t], t},  
  {t, 0, 4 * Pi}]
```

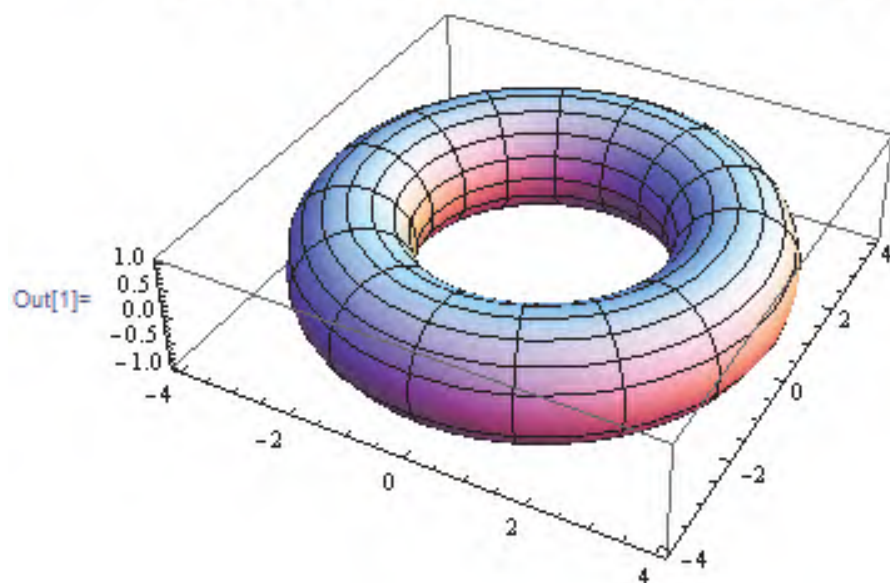


```
In[2]:= ParametricPlot3D[{2 * Cos[t], 4 * Sin[t], t},  
  {t, 0, 4 * Pi}]
```

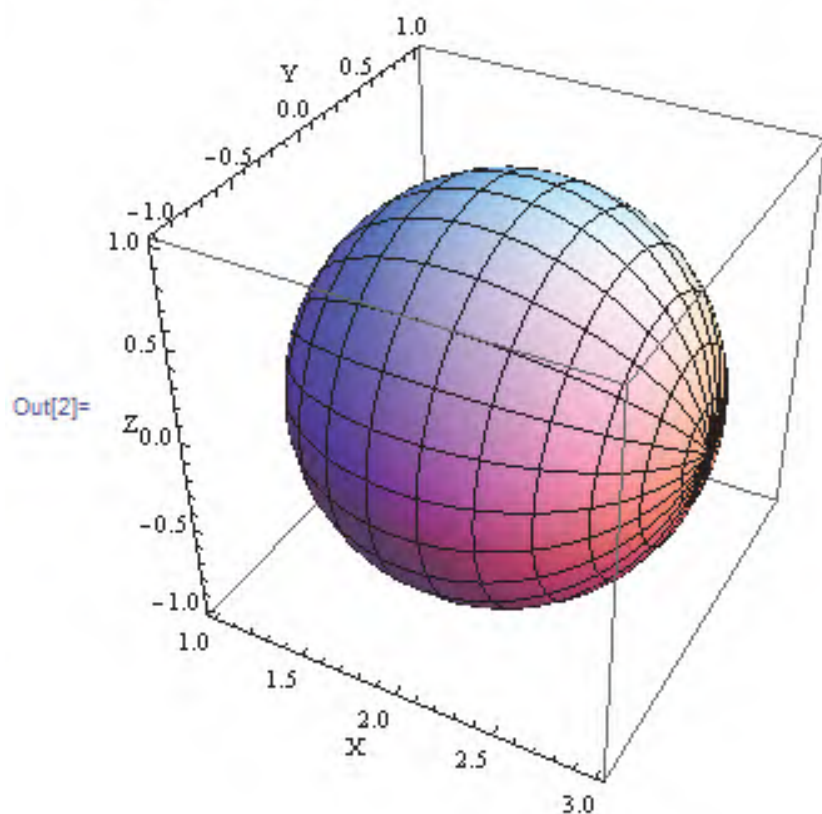


1.8.7 กราฟพื้นผิวใน 3 มิติ หรือพื้นผิวที่เกิดจากการหมุน

```
In[1]:= ParametricPlot3D[
  {Cos[u] (3 + Cos[v]), Sin[u] (3 + Cos[v])
   , Sin[v]}, {u, 0, 2 Pi}, {v, 0, 2 Pi}]
```



```
In[2]:= RevolutionPlot3D[{2 + Cos[t], Sin[t]},
  {t, 0, 2 Pi},
  RevolutionAxis -> {1, 0, 0},
  AxesLabel -> {"X", "Y", "Z"},
  Mesh -> 25]
```



1.9 การคำนวณในรูปแบบเลขฐานต่าง ๆ

```
In[1]:= 2^^111
```

```
Out[1]= 7
```

```
In[2]:= BaseForm[7, 2]
```

```
Out[2]//BaseForm=
```

```
1112
```

```
In[3]:= 2^^10101
```

```
Out[3]= 21
```

```
In[4]:= BaseForm[21, 2]
```

```
Out[4]//BaseForm=
```

```
101012
```

```
In[5]:= 16^^ffffaa00
```

```
Out[5]= 4 294 945 280
```

```
In[6]:= BaseForm[4 294 945 280, 16]
```

```
Out[6]//BaseForm=
```

```
ffffaa0016
```

```
In[7]:= BaseForm[12, 8] + BaseForm[15, 8]
```

```
Out[7]= 148 + 178
```

```
In[8]:= 8^^12 + 8^^15
```

```
Out[8]= 23
```

```
In[9]:= BaseForm[23, 8]
```

```
Out[9]//BaseForm=
```

```
278
```

```
In[10]:= 8^^12 + 8^^15
```

```
Out[10]= 23
```

หมายเหตุ 2^x จะแสดงค่าของ x ฐาน 2 ในระบบฐาน 10 เช่น $(111)_2 = 7$

$\text{BaseForm}[a, b]$ จะแสดงค่าของ a ฐาน 10 ในระบบฐาน b

1.10 การคำนวณในรูปแบบเวกเตอร์

```
In[1]:= u := {2, 3, 6}; v := {2, -3, -1}
```

```
In[2]:= MatrixForm[u]
```

```
Out[2]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

```
In[3]:= MatrixForm[v]
```

```
Out[3]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
In[4]:= u + v
```

```
Out[4]= {4, 0, 5}
```

```
In[5]:= MatrixForm[u - 2 * v]
```

```
Out[5]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

```
In[6]:= u . v
```

```
Out[6]= -11
```

```
In[7]:= MatrixForm[u * v]
```

```
Out[7]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 15 \\ 14 \\ -12 \end{pmatrix}$$

```
In[8]:= u * v
```

```
Out[8]= {4, -9, -6}
```

หมายเหตุ 1. Line Input[6] $u \cdot v$ คือ u dot v และ Line Input 7] $u \times v$ คือ u cross v

2. Line Input [8] $u * v$ เป็นการคูณของสมาชิกใน u, v แบบตัวต่อตัว

1.11 การคำนวณในรูปแบบเมทริกซ์

```
In[1]:= A := {{1, 2}, {3, 5}}; B := {{2, 0}, {0, 4}}
```

```
In[2]:= MatrixForm[A]
```

```
Out[2]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

```
In[3]:= MatrixForm[B]
```

```
Out[3]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

```
In[4]:= A + B
```

```
Out[4]= {{3, 2}, {3, 9}}
```

```
In[5]:= MatrixForm[A + B]
```

```
Out[5]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

```
In[6]:= MatrixForm[A.B]
```

```
Out[6]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 20 \end{pmatrix}$$

```
In[7]:= MatrixForm[4 * A]
```

```
Out[7]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$$

```
In[8]:= Det[A]
```

```
Out[8]= -1
```

```
In[9]:= MatrixForm[Inverse[A]]
```

```
Out[9]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

1.12 การคำนวณจำนวนเชิงซ้อน

(หมายเหตุ การพิมพ์สัญลักษณ์ i ให้พิมพ์ `<Ecs>ii<Ecs>`)

```
In[1]:= z := 3 + 4 i
```

```
In[2]:= w := 5 + 12 i
```

```
In[3]:= z + w
```

```
Out[3]= 8 + 16 i
```

```
In[4]:= z * w
```

```
Out[4]= -33 + 56 i
```

```
In[5]:= Abs [ z ]
```

```
Out[5]= 5
```

```
In[6]:= Im [ z ]
```

```
Out[6]= 4
```

```
In[7]:= Re [ w ]
```

```
Out[7]= 5
```

```
In[8]:= Conjugate [w]
```

```
Out[8]= 5 - 12 i
```

```
In[9]:= Arg [ z ]
```

```
Out[9]= ArcTan  $\left[ \frac{4}{3} \right]$ 
```

```
In[10]:= u := 1 . + i
```

```
In[11]:= Arg [ u ]
```

```
Out[11]= 0.785398
```

```
In[12]:= Arg [ u ] / Degree
```

```
Out[12]= 45.
```

1.13 การหาผลบวกอนุกรม อนุกรมกำลัง และผลคูณของลำดับ

In[1]:= **Sum**[**i**, {**i**, 1, 10}]

Out[1]= 55

In[2]:=
$$\sum_{i=1}^5 i$$

Out[2]= 15

In[3]:= **Sum**[**i**, {**i**, 1, **n**}]

Out[3]=
$$\frac{1}{2} n (1 + n)$$

In[4]:= **Product**[**n**, {**n**, 1, 5}]

Out[4]= 120

In[5]:=
$$\prod_{n=1}^5 n$$

Out[5]= 120

In[6]:= **Sum**[**i**, {**i**, 1, 10, 2}]

Out[6]= 25

In[7]:= 1 + 3 + 5 + 7 + 9

Out[7]= 25

In[8]:= **Product**[**n**, {**n**, 2, 10, 2}]

Out[8]= 3840

In[9]:= 2 * 4 * 6 * 8 * 10

Out[9]= 3840

In[10]:=
$$\sum_{n=1}^{\infty} 1 / (n * (n + 2))$$

Out[10]=
$$\frac{3}{4}$$