



คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

APPLIED NUMERICAL METHODS FOR CHEMICAL ENGINEERING WITH JULIA

วิธีเชิงตัวเลขประยุกต์สำหรับวิศวกรรมเคมี
ด้วยโปรแกรมภาษา Julia

SE-ED
inspiration starts here

อมตะ อนันต์พินิจวัฒนา

SE-ED

inspiration starts here

APPLIED NUMERICAL METHODS FOR CHEMICAL ENGINEERING WITH JULIA

วิธีเชิงตัวเลขประยุกต์สำหรับวิศวกรรมเคมี
ด้วยโปรแกรมภาษา Julia



SE-ED
inspiration starts here

อมตะ อนันต์พินิจวัฒนา



SCHOOL
OF ENGINEERING
KMUTT

eBook
—STORE—

ชื่อหนังสือ

ภาษาไทย : วิธีเชิงตัวเลขประยุกต์สำหรับวิศวกรรมเคมีด้วยโปรแกรม Julia

ภาษาอังกฤษ : Applied Numerical Methods For Chemical Engineering With Julia

รหัสวิชา : 01226003, 01366121

ชื่อผู้แต่ง : รองศาสตราจารย์ ดร.อมตะ อนันต์พินิจวัฒนา

ประเมินคุณภาพตำราเรียน : ผ่าน

จัดพิมพ์ประเภท : หนังสือและตำราเรียน

พิมพ์ครั้งที่ : 1 เดือน พฤษภาคม 2565 จำนวน 150 เล่ม

รวมจำนวนการจัดพิมพ์ทั้งหมด : 150 เล่ม

ISBN : 978-616-338-170-5

จำนวนหน้า : 160 หน้า

จัดพิมพ์ประเภท : หนังสืออิเล็กทรอนิกส์ (e-book)

พิมพ์ครั้งที่ : 1 เดือน กันยายน 2567

ISBN : 978-616-338-203-0

วศ.สจล. e-Book : 002

จำนวนหน้า : 163 หน้า

ที่ปรึกษาฝ่ายผลิต

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนรรฆพล แสนทน

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พิณช ธิชัยโชคศิริกุล

นายชาคริต เทียนทอง

ประธานการจัดพิมพ์

น.ส.สุชาดา แดงอินทร์วัฒน์

ออกแบบรูปเล่ม

นายทนงศักดิ์ ใจชื่นแสน

จัดทำโดย : งานเทคโนโลยีการศึกษา คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เลขที่ 1 ซอย ฉลองกรุง 1 แขวงลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520

โทร. 02-329-8301 (ต่อ 234)

จัดจำหน่ายโดย : ซีเ็ดบุ๊ก (SE-ED)

พิมพ์ที่ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด มิน เซอร์วิส ซัพพลาย

88/8 ถนนฉลองกรุง แขวงลำปลาทิว เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520

โครงการส่งเสริมการผลิตหนังสือและตำราเพื่อความเป็นเลิศทางวิชาการ
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติการพิมพ์

คำนำ

ตำราฉบับนี้เขียนขึ้นเพื่อใช้ประกอบการสอนรายวิชา Numerical Methods for Chemical Engineering และ Mathematics for Chemical Engineering 2 สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าฯ เจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ที่ผ่านมา ผู้เขียนใช้หนังสือ *Applied Numerical Methods with Matlab for Engineers and Scientists* และ *Numerical Methods for Engineers* ที่เขียนโดย Steven C. Chapra (2014, 2006), *Numerical Methods for Chemical Engineers Using Excel, VBA, and Matlab* ที่เขียนโดย Victor J. Law (2013) และ *Numerical Methods for Chemical Engineering* ที่เขียนโดย Kenneth J. Beers (2007) เป็นตำราประกอบการสอน และสอนการประยุกต์ใช้วิธีเชิงตัวเลขสำหรับงานวิศวกรรมเคมี ผ่านโปรแกรม MatLab

อย่างไรก็ดี ผู้เขียนได้เล็งเห็นว่า โปรแกรมภาษา Julia ได้รับการพัฒนาขึ้นมาให้มีประสิทธิภาพในการประมวลผลสูง มีรูปแบบการภาษาที่อ่านง่าย โดยได้รับการสนับสนุนจากสถาบันที่มีความน่าเชื่อถืออย่าง MIT และเป็นโปรแกรมภาษาที่อนุญาตให้ใช้ได้อย่างเสรี (Open Source) ผู้เขียนจึงตั้งใจจะเปลี่ยนโปรแกรมภาษาที่ใช้ในการเรียนการสอนรายวิชา Numerical Methods for Chemical Engineering เป็นโปรแกรมภาษา Julia ซึ่งยังไม่มีหนังสือ หรือตำราเฉพาะ สำหรับภาษา Julia

ดังนั้น ผู้เขียนจึงใช้เวลาว่างระหว่างงานสอน และเวลาในช่วงการทำงานออนไลน์ในระหว่างวิกฤตการณ์ COVID-19 ในการเขียนตำราเล่มนี้ โค้ดที่ปรากฏในตำราฉบับนี้ เกิดจากการเรียนรู้และพัฒนาของผู้เขียนเอง หลังจากได้ศึกษาพื้นฐานโปรแกรมภาษา Julia ประกอบกับประสบการณ์การใช้โปรแกรมภาษาอื่นๆ เช่น C++, Fortran, และ Matlab ซึ่งการพัฒนาโค้ดมีเป้าหมายประสงค์เพื่อการสอน มีโค้ดที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด โดยผู้เขียนอนุญาตให้ผู้ใดก็ตามสามารถนำโค้ดไปดัดแปลง เพื่อประยุกต์ใช้งานได้โดยไม่มีข้อจำกัด

SE-ED
อมตะ อนันต์พินิจวัฒนา
inspiration starts here

สารบัญ

คำนำ	I
สารบัญ	III
สารบัญรูป	V
สารบัญตาราง	VII
สารบัญตัวอย่าง	IX
บทที่ 1 แนะนำเนื้อหา	1
1.1 วิธีเชิงตัวเลข	1
1.2 โครงสร้างเนื้อหา	1
บทที่ 2 พื้นฐานการใช้งานโปรแกรมภาษา Julia	3
2.1 การลงโปรแกรมภาษา Julia	4
2.2 เครื่องมือการเขียนโปรแกรมภาษา Julia	5
2.3 พื้นฐานภาษา Julia	6
2.4 แบบฝึกหัด	22
บทที่ 3 การหารากของสมการ (Roots of Equations)	25
3.1 วิธีการใช้กราฟ (Graphical Methods)	26
3.2 วิธีการหาคัดขอบเขต (Bracketing Methods)	28
3.3 วิธีเปิด (Open Methods)	33
3.4 แพ็กเกจสำเร็จรูป (Roots)	41
3.5 แบบฝึกหัด	43
บทที่ 4 การหาค่าสูงสุด-ต่ำสุด (Optimization)	47
4.1 วิธีการใช้กราฟและวิธีวิเคราะห์ (Graphical and Analytical Methods)	49
4.2 การตัดช่วงสัดส่วนทอง (Golden-Section Search)	52
4.3 การประมาณค่าในช่วงพาราโบลา (Parabolic Interpolation)	56
4.4 นิวตัน (Newton)	58
4.5 แพ็กเกจสำเร็จรูป (Optim)	59
4.6 แบบฝึกหัด	61
บทที่ 5 การปรับเส้นโค้ง (Curve Fitting)	65
5.1 การถดถอยแบบเชิงเส้น (Linear Regression)	66
5.2 การประยุกต์ใช้การหาค่าต่ำสุด	72
5.3 แพ็กเกจสำเร็จรูป (LsqFit)	74
5.4 แบบฝึกหัด	76

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 6 ระบบสมการเชิงเส้น (Linear Systems).....	79
6.1 วิธีกรใช้กราฟ (Graphical Methods)	80
6.2 การกำจัดแบบเกาส์ (Gauss Elimination).....	81
6.3 การทำซ้ำ (Iterative Methods).....	86
6.4 คำสั่งสำเร็จรูป (\).....	88
6.5 แพ้กเกจสำเร็จรูปสำหรับระบบสมการไม่เชิงเส้น (NLsolve).....	89
6.6 แบบฝึกหัด	93
บทที่ 7 อนุพันธ์ และ ปริพันธ์ (Differentiation and Integration).....	97
7.1 การประมาณค่าอนุพันธ์แบบแม่นยำสูง (High-Accuracy Differentiation).....	98
7.2 การประมาณค่าปริพันธ์	101
7.3 แบบฝึกหัด	107
บทที่ 8 สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equations).....	109
8.1 วิธีของออยเลอร์ (Euler's Method).....	110
8.2 การปรับปรุงวิธีของวิธีของออยเลอร์.....	115
8.3 วิธีของรุงเง-คุททา (Runge-Kutta Methods).....	118
8.4 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (System of Ordinary Differential Equations).....	121
8.5 แพ้กเกจสำเร็จรูป (DifferentialEquations).....	124
8.6 แบบฝึกหัด	129
บทที่ 9 สมการเชิงอนุพันธ์แบบปัญหาค่าขอบ (Boundary-Value Problems).....	135
9.1 วิธียิงเป้า (Shooting Method)	136
9.2 วิธีผลต่างจำกัด (Finite-Difference Methods).....	140
9.3 แพ้กเกจสำเร็จรูป (DifferentialEquations).....	143
9.4 แบบฝึกหัด	147
เอกสารอ้างอิง.....	151

สารบัญรูป

รูปที่ 2.1 สัญลักษณ์ของโปรแกรมภาษา Julia.....	3
รูปที่ 2.2 หน้าเว็บไซต์ julialang.org	4
รูปที่ 2.3 เวอร์ชันโปรแกรมภาษาของ Julia.....	4
รูปที่ 2.4 หน้าต่างของโปรแกรมภาษา Julia	4
รูปที่ 2.5 หน้าต่างของ JupyterLab	5
รูปที่ 2.6 JupyterLab Workspace	6
รูปที่ 2.7 การทำคูลมวลสาร	22
รูปที่ 2.8 แรงกระทำในการโคตบันจี้	22
รูปที่ 2.9 ถังกันกรวย	23
รูปที่ 3.1 ที่มาของวิธีกำหนดขอบเขต.....	28
รูปที่ 3.2 การหารากของสมการ ด้วยวิธีการแบ่งครึ่งช่วง	29
รูปที่ 3.3 การหารากของสมการ ด้วยวิธีการวางตัวผิที่	32
รูปที่ 3.4 การใช้วิธีเปิดหารากของสมการ (A) หารากสมการได้ (B) หารากสมการไม่ได้.....	33
รูปที่ 3.5 การหารากของสมการด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน	36
รูปที่ 3.6 แรงกระทำในการโคตบันจี้	43
รูปที่ 3.7 การไหลของน้ำจากถัง	44
รูปที่ 4.1 ความแตกต่างระหว่างรากของสมการ และจุดสูงสุด-ต่ำสุด	47
รูปที่ 4.2 คอมเพรสเซอร์สองขั้นตอน	47
รูปที่ 4.3 สมการที่มีจุดสูงสุด-ต่ำสุดสัมบูรณ์ และจุดสูงสุด-ต่ำสุดสัมพัทธ์	52
รูปที่ 4.4 ที่มาของสัดส่วนทอง (Golden Ratio)	52
รูปที่ 4.5 การหาจุดต่ำสุดของสมการ ด้วยวิธีการตัดช่วงสัดส่วนทอง.....	53
รูปที่ 4.6 การประมาณค่าต่ำสุดด้วยเส้นโค้งพาราโบลา.....	56
รูปที่ 4.7 รูปของสมการและรูปของผลลบบของสมการ.....	57
รูปที่ 5.1 การหาเส้นตรงที่เหมาะสมสำหรับข้อมูล	66
รูปที่ 6.1 การเกิดปฏิกิริยาในเครื่องปฏิกรณ์ต่อเนื่อง	79
รูปที่ 6.2 เปรียบเทียบระหว่างวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดลและวิธีการทำซ้ำแบบยาโคบี	87
รูปที่ 6.3 แผนผังร้านอาหาร	94
รูปที่ 6.4 ถังผสม	94
รูปที่ 6.5 การสกัดหลายขั้นตอน	95
รูปที่ 6.6 การแยกสารผสม	96

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ 7.1 การประมาณค่าอนุพันธ์.....	98
รูปที่ 7.2 การประมาณค่าปริพันธ์ด้วยสมการพหุนามกำลังหนึ่ง (A) และพหุนามกำลังสอง (B).....	101
รูปที่ 7.3 การประมาณค่าปริพันธ์ด้วยกฎสี่เหลี่ยมคางหมู.....	102
รูปที่ 7.4 การประมาณค่าปริพันธ์ด้วยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูประกอบ	102
รูปที่ 7.5 การประมาณค่าปริพันธ์ด้วยกฎของซิมป์สัน 1/3 (A) และ 3/8 (B).....	105
รูปที่ 8.1 วิธีของออยเลอร์	110
รูปที่ 8.2 เปรียบเทียบคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่ใช้วิธีของออยเลอร์และวิธีวิเคราะห์.....	111
รูปที่ 8.3 วิธีของฮวน (A) ทำนายค่า (B) เฉลี่ยค่า	115
รูปที่ 8.4 วิธีจุดกึ่งกลาง (A) หาค่าที่จุดกึ่งกลาง (B) หาค่าที่จุดปลาย	116
รูปที่ 8.5 ถังบรรจุน้ำมัน.....	131
รูปที่ 9.1 สมการเชิงอนุพันธ์แบบปัญหาค่าขอบ	135
รูปที่ 9.2 การถ่ายเทความร้อนของท่อโลหะ.....	135
รูปที่ 9.3 การแพร่ผ่านชั้นฟิล์ม.....	148
รูปที่ 9.4 เครื่องปฏิกรณ์แบบท่อ.....	149

SE-ED
inspiration starts here

สารบัญตาราง

ตารางที่ 2.1 ค่าสูงสุดและต่ำสุดของ Integers.....	8
ตารางที่ 2.2 ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ทั่วไป.....	11
ตารางที่ 2.3 ตัวดำเนินการเปรียบเทียบ	13
ตารางที่ 2.4 ฟังก์ชันคณิตศาสตร์มาตรฐานในภาษา Julia	16
ตารางที่ 2.5 ตัวอักษรที่ใช้ในการกำหนดสีของเส้นกราฟ.....	19
ตารางที่ 2.6 ตัวอักษรที่ใช้ในการกำหนดลักษณะของเส้นกราฟ	19
ตารางที่ 2.7 คำสั่งเพิ่มเติมองค์ประกอบกราฟ.....	19
ตารางที่ 5.1 การแปลงสมการเส้นโค้ง ให้เป็นสมการเชิงเส้น	69
ตารางที่ 6.1 ปริมาตรและค่าคงที่อัตราการเกิดปฏิกิริยา	84
ตารางที่ 8.1 กฎพื้นฐานทางวิศวกรรม เขียนในรูปแบบของการเปลี่ยนแปลง	109

SE-ED
inspiration starts here

สารบัญตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3.1 การใช้กราฟประมาณรากของสมการ	26
ตัวอย่างที่ 3.2 การใช้กราฟประมาณปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	27
ตัวอย่างที่ 3.3 การใช้วิธีการแบ่งครึ่งช่วงหารากของสมการ	30
ตัวอย่างที่ 3.4 การใช้วิธีการแบ่งครึ่งช่วงหาปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	31
ตัวอย่างที่ 3.5 การใช้วิธีการวางตัวผิที่หาปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	32
ตัวอย่างที่ 3.6 การใช้วิธีการทำซ้ำจุดคงที่หาปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	34
ตัวอย่างที่ 3.7 การใช้วิธีการทำซ้ำจุดคงที่หารากของสมการ	35
ตัวอย่างที่ 3.8 การใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน หาปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	38
ตัวอย่างที่ 3.9 การใช้วิธีเซแคนท์หาปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	40
ตัวอย่างที่ 3.10 การใช้แฟกเกจ Roots หาปริมาตรจำเพาะของแก๊สจากสมการของแวนเดอร์วาลส์	41
ตัวอย่างที่ 4.1 การใช้กราฟและวิธีวิเคราะห์หาค่าต่ำสุดของสมการ	49
ตัวอย่างที่ 4.2 การใช้กราฟและวิธีวิเคราะห์หาค่าต่ำสุดของสมการ	50
ตัวอย่างที่ 4.3 การใช้วิธีการตัดช่วงสัดส่วนของหาค่าต่ำสุดของสมการ	55
ตัวอย่างที่ 4.4 การใช้วิธีการตัดช่วงสัดส่วนของหาค่าต่ำสุดของสมการ	55
ตัวอย่างที่ 4.5 การใช้วิธีการประมาณค่าในช่วงพาราโบลาคอมเพรสเซอร์สองขั้นตอน	57
ตัวอย่างที่ 4.6 การหาค่าสูงสุดของสมการ	57
ตัวอย่างที่ 4.7 การใช้วิธีของนิวตันหาค่าต่ำสุดของสมการ	58
ตัวอย่างที่ 4.8 การใช้แฟกเกจ Optim หาค่าต่ำสุดของสมการ	59
ตัวอย่างที่ 4.9 การใช้แฟกเกจ Optim หาค่าต่ำสุดของสมการ	59
ตัวอย่างที่ 5.1 การประมาณค่าความชันและจุดตัดแกนของสมการเส้นตรง จากชุดข้อมูล	68
ตัวอย่างที่ 5.2 การประยุกต์ใช้การแปลงให้เป็นเส้นตรง	70
ตัวอย่างที่ 5.3 การประยุกต์ใช้วิธีการถดถอยแบบเชิงเส้นหาค่าคงที่ของสมการมิเชลิส-เมนเทน	71
ตัวอย่างที่ 5.4 การประยุกต์ใช้วิธีการหาค่าต่ำสุดเพื่อหาค่าคงที่ของเส้นโค้ง	72
ตัวอย่างที่ 5.5 การใช้แฟกเกจ LsqFit เพื่อหาค่าคงที่ของเส้นตรง	74
ตัวอย่างที่ 5.6 การใช้แฟกเกจ LsqFit เพื่อหาค่าคงที่ของสมการมิเชลิส-เมนเทน	75
ตัวอย่างที่ 6.1 การหาค่าตอบของระบบสมการ ด้วยการใชกราฟ	80
ตัวอย่างที่ 6.2 การหาค่าตอบของระบบสมการ ด้วยการกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่า	81
ตัวอย่างที่ 6.3 การใช้วิธีการกำจัดแบบเกาส์ หาค่าตอบของระบบสมการอย่างง่าย	83
ตัวอย่างที่ 6.4 การใช้วิธีการกำจัดแบบเกาส์ หาค่าตอบของปัญหาเครื่องปฏิกรณ์ต่อเนื่อง	84
ตัวอย่างที่ 6.5 การใช้วิธีการทำซ้ำ หาค่าตอบของปัญหาเครื่องปฏิกรณ์ต่อเนื่อง	88
ตัวอย่างที่ 6.6 การใช้คำสั่งสำเร็จรูป หาค่าตอบของปัญหาเครื่องปฏิกรณ์ต่อเนื่อง	88
ตัวอย่างที่ 6.7 การใช้แฟกเกจ NLSolve หาค่าตอบของปัญหาเครื่องปฏิกรณ์ต่อเนื่อง	90
ตัวอย่างที่ 6.8 การใช้แฟกเกจ NLSolve หาค่าตอบของระบบสมการไม่เชิงเส้น	91

สารบัญตัวอย่าง (ต่อ)

ตัวอย่างที่ 7.1 การประมาณค่าอนุพันธ์	99
ตัวอย่างที่ 7.2 การประมาณแรงเฉือนบนพื้นผิวฟังก์ชันการประมาณค่าอนุพันธ์แบบแม่นยำสูง.....	100
ตัวอย่างที่ 7.3 การประมาณค่าปริพันธ์ด้วยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูประกอบ.....	103
ตัวอย่างที่ 7.4 การคำนวณพลังงานความร้อนด้วยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูประกอบ	104
ตัวอย่างที่ 7.5 การประมาณค่าปริพันธ์ด้วยกฎ 1/3 ประกอบของซิมป์สัน	105
ตัวอย่างที่ 7.6 การคำนวณพลังงานความร้อนด้วยกฎ 1/3 ประกอบของซิมป์สัน	106
ตัวอย่างที่ 8.1 การหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญด้วยวิธีของออยเลอร์	110
ตัวอย่างที่ 8.2 การใช้ฟังก์ชันออยเลอร์หาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ.....	112
ตัวอย่างที่ 8.3 การใช้ฟังก์ชันออยเลอร์หาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ.....	113
ตัวอย่างที่ 8.4 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ	114
ตัวอย่างที่ 8.5 การหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญด้วยวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้ว.....	116
ตัวอย่างที่ 8.6 การหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญด้วยวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้ว.....	117
ตัวอย่างที่ 8.7 การใช้วิธีของรุงเง-คุททาด้าน 4 หาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	119
ตัวอย่างที่ 8.8 การใช้วิธีของรุงเง-คุททาด้าน 4 หาคำตอบของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ.....	122
ตัวอย่างที่ 8.9 ปฏิกริยาหลายขั้นตอน	123
ตัวอย่างที่ 8.10 การใช้แพ็กเกจสำเร็จรูปหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ.....	124
ตัวอย่างที่ 8.11 การใช้แพ็กเกจสำเร็จรูปหาคำตอบของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญแบบ Stiff	126
ตัวอย่างที่ 8.12 การใช้แพ็กเกจสำเร็จรูปหาคำตอบของปฏิกริยาหลายขั้นตอน	128
ตัวอย่างที่ 9.1 การใช้วิธียิงเป้า หาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบปัญหาค่าขอบ.....	136
ตัวอย่างที่ 9.2 การใช้วิธียิงเป้า หาคำตอบของการถ่ายเทความร้อนของท่อโลหะ	138
ตัวอย่างที่ 9.3 การใช้วิธีผลต่างจำกัด หาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบปัญหาค่าขอบ	141
ตัวอย่างที่ 9.4 การใช้วิธีผลต่างจำกัด หาคำตอบของการถ่ายเทความร้อนของท่อโลหะ	142
ตัวอย่างที่ 9.5 การใช้แพ็กเกจสำเร็จรูปหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบปัญหาค่าขอบ	144
ตัวอย่างที่ 9.6 การใช้แพ็กเกจสำเร็จรูปหาคำตอบของการถ่ายเทความร้อนของท่อโลหะ	145

บทที่ 1

แนะนำเนื้อหา

1.1 วิธีเชิงตัวเลข

วิธีเชิงตัวเลข (Numerical Methods) เป็นวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการบัญญัติ ปรับปรุง และ/หรือกำหนด สมการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถแก้ได้ด้วยการบวก-ลบ-คูณ-หาร และการใช้เงื่อนไข ซึ่งสามารถคำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้อย่างไม่ยากเย็นนัก

เนื่องจากการพัฒนาอย่างก้าวกระโดดของระบบคอมพิวเตอร์ การแก้สมการคณิตศาสตร์สำหรับงานทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ด้วยวิธีเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้น การศึกษาวิธีเชิงตัวเลขจึงเป็นหนึ่งในพื้นฐานที่สำคัญของการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ เนื่องจาก

1. วิธีเชิงตัวเลขสามารถใช้แก้ปัญหาของระบบสมการที่มีขนาดใหญ่และซับซ้อน ซึ่งไม่สามารถแก้ด้วยระเบียบวิธีคำนวณเชิงวิเคราะห์และแคลคูลัสทั่วไปได้
2. วิธีเชิงตัวเลขโดยส่วนใหญ่ จะบัญญัติวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบที่สามารถคำนวณได้ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว
3. วิธีเชิงตัวเลขสามารถช่วยฝึกการทำงานอย่างเป็นขั้นตอน เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง ด้วยสมการขั้นพื้นฐานนั้น ต้องใช้ลำดับในการคำนวณอย่างถูกต้องสมเหตุสมผล
4. วิธีเชิงตัวเลขสามารถใช้เพื่อเรียนรู้การเขียนโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เนื่องจากวิธีเชิงตัวเลขโดยส่วนใหญ่ ถูกออกแบบมาเพื่อใช้กับโปรแกรมภาษาขั้นพื้นฐานทางคอมพิวเตอร์อยู่แล้ว
5. วิธีเชิงตัวเลขช่วยเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการปรับเปลี่ยนปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง มาเป็นสมการอย่างง่าย ต้องอาศัยความเข้าใจอย่างลึกซึ้งต่อสมการคณิตศาสตร์ขั้นสูง

ดังนั้นการศึกษาวิธีเชิงตัวเลขนอกจากจะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับงานทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพแล้ว ยังช่วยเพิ่มความสามารถทางคณิตศาสตร์ ตรรกศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ไปในเวลาเดียวกัน

inspiration starts here

1.2 โครงสร้างเนื้อหา

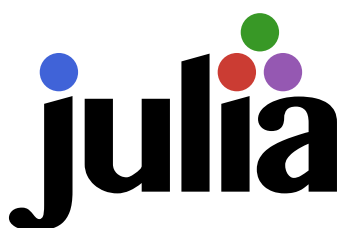
ตำราเล่มนี้แบ่งออกเป็น 9 บท โดยบทที่ 2 จะพูดถึงพื้นฐานการใช้งานโปรแกรมภาษา Julia บทที่ 3 ถึง 9 จะพูดถึงวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหาต่างชนิดกัน ซึ่งจะประกอบด้วยที่มาและแนวคิดของวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหานั้นๆ การแปรแนวคิดของวิธีเชิงตัวเลขเป็นโคดของโปรแกรมภาษา Julia และการประยุกต์ใช้วิธีเชิงตัวเลขเพื่อแก้สมการคณิตศาสตร์จากตัวอย่างปัญหาทางวิศวกรรมเคมี

SE-ED

inspiration starts here

บทที่ 2

พื้นฐานการใช้งานโปรแกรมภาษา Julia



รูปที่ 2.1 สัญลักษณ์ของโปรแกรมภาษา Julia

โปรแกรมภาษา Julia เป็นภาษาคอมพิวเตอร์ระดับสูง (JuliaLang.org, 2020a) ที่ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในงานด้านการเขียนโปรแกรม การคำนวณเชิงตัวเลข และวิทยาการคอมพิวเตอร์

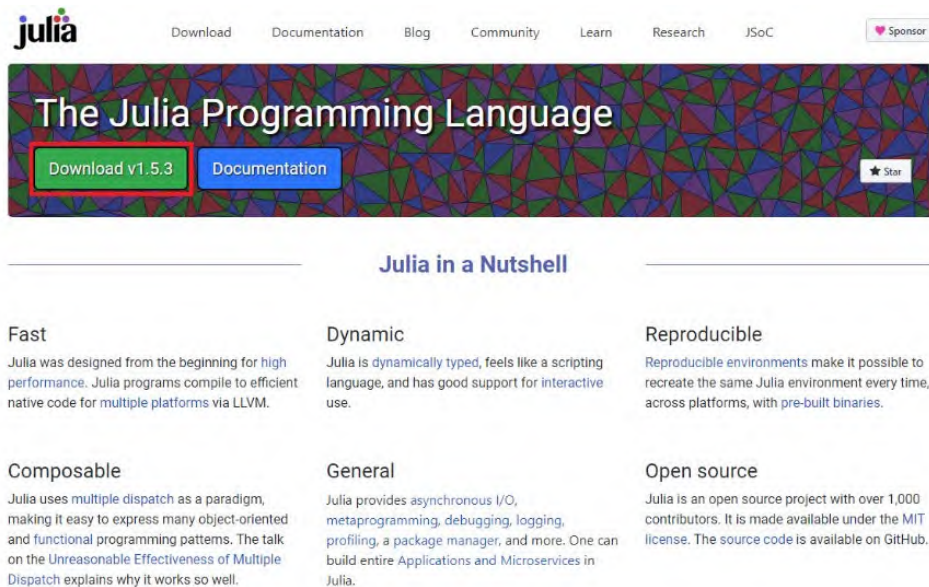
การพัฒนาโปรแกรมภาษา Julia เริ่มขึ้นในปี 2009 โดย J. Bezanson, S. Karpinski, V. B. Shah, และ A. Edelman โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนาโปรแกรมภาษา

ได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากโปรแกรมภาษา Julia สามารถทำงานได้หลากหลาย รวดเร็วกว่าโปรแกรมคู่แข่งอื่นๆ และไม่มีค่าใช้จ่าย จึงทำให้ผู้สนับสนุนและกลุ่มผู้ใช้งานขนาดใหญ่ โดยมีกลุ่มผู้ใช้งานที่โดดเด่นคือ ธนาคารกลางสหรัฐ (FED), กลุ่มพันธมิตรการสร้างแบบจำลองสภาพภูมิอากาศ (Clima), องค์การบริหารอวกาศและการบินแห่งชาติ (NASA), สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติบราซิล (INPE), และศูนย์วิจัยลินคอล์นแห่งสถาบันเทคโนโลยีแมสซาชูเซตส์ (MIT Lincoln Laboratory)

SE-ED
inspiration starts here

2.1 การลงโปรแกรมภาษา Julia

โปรแกรมภาษา Julia สามารถใช้งานบนระบบปฏิบัติการ Windows, Linux, และ Mac โดยสามารถดาวน์โหลดได้จากเว็บไซต์ julialang.org ตามรูปที่ 2.2 โดยจะต้องเลือกดาวน์โหลดโปรแกรมให้ตรงกับระบบปฏิบัติการ ที่มีให้เลือกตามรูปที่ 2.3 และเมื่อลงโปรแกรมสำเร็จ โปรแกรมจะมีหน้าต่างตามรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.2 หน้าเว็บไซต์ julialang.org

Current stable release: v1.5.3 (Nov 9, 2020)

Checksums for this release are available in both [MD5](#) and [SHA256](#) formats.

Windows [help]	64-bit (installer), 64-bit (portable)		32-bit (installer), 32-bit (portable)	
macOS [help]	64-bit			
Generic Linux on x86 [help]	64-bit (GPG), 64-bit (musl) ^[1] (GPG)		32-bit (GPG)	
Generic Linux on ARM [help]	64-bit (AArch64) (GPG)			
Generic FreeBSD on x86 [help]	64-bit (GPG)			
Source	Tarball (GPG)		Tarball with dependencies (GPG)	
			GitHub	

รูปที่ 2.3 เวอร์ชันโปรแกรมภาษาของ Julia



รูปที่ 2.4 หน้าต่างของโปรแกรมภาษา Julia

2.2 เครื่องมือการเขียนโปรแกรมภาษา Julia

การเขียนโปรแกรมภาษา Julia สามารถทำได้บนโปรแกรมแก้ไขข้อความทั่วไปเช่น Notepad, Notepad+, หรือ TextEdit โดยให้บันทึกไฟล์ให้มันามสกุลเป็น .jl และใช้ข้อความคำสั่ง (Terminal Command) เรียกไฟล์ที่บันทึกไว้ อย่างไรก็ตามเพื่อความสะดวกในการทำงาน โปรแกรมเสริม JupyterLab ช่วยให้การเขียนโค้ดแก้ไขโค้ด และแก้ไขปัญหาง่ายขึ้น โดยการลงโปรแกรม JupyterLab สามารถทำได้โดยการลงแพ็คเกจ IJulia ด้วยข้อความคำสั่งจาก Julia ดังนี้

เริ่มด้วยการเรียกใช้แพ็คเกจ (คำสั่ง Pkg)

```
julia> using Pkg
```

การเรียกใช้ชุดคำสั่งของ Pkg สามารถทำได้สองวิธีคือ คำสั่ง Pkg.add("IJulia") หรือการกด] เรียก Package Manager แล้วใช้คำสั่ง add IJulia ดังนี้

```
julia> Pkg.add("IJulia")
```

หรือกด]

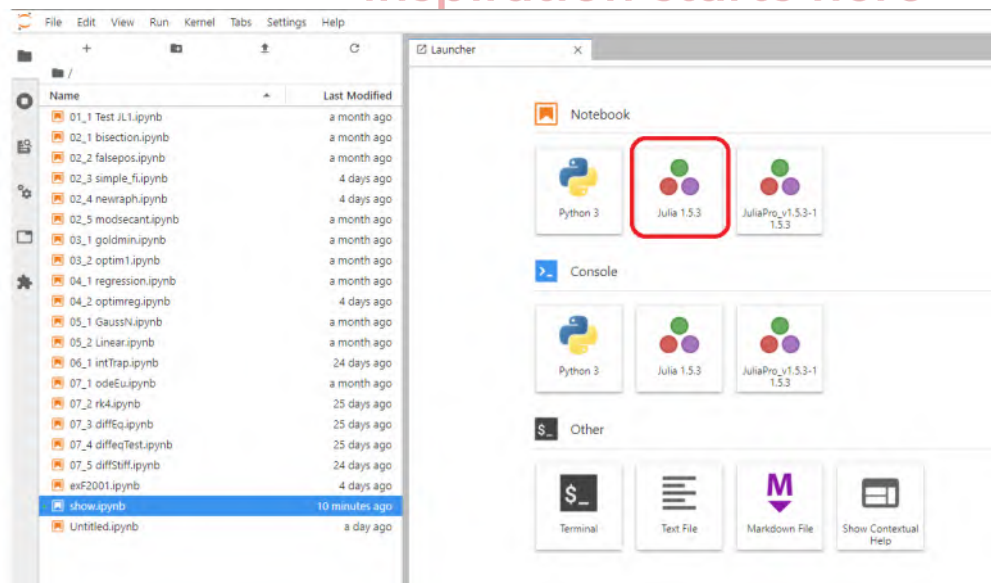
```
(@v 1.5) pkg> add IJulia
```

จากนั้น เรียกใช้แพ็คเกจ IJulia โดย

```
julia> Using IJulia
```

```
julia> jupyterlab()
```

โดย JupyterLab เป็นโปรแกรมที่ทำงานบนเว็บเบราว์เซอร์เช่น Google Chrome, Internet Explorer, Safari, Firefox, หรือ Microsoft Edge โดยมีหน้าต่างการทำงานดังรูปที่ 2.5 และสามารถเริ่มการเขียนโค้ดโดยเลือกชนิด Notebook เป็น Julia โดยจะมีพื้นที่สำหรับเขียนโปรแกรม (Workspace) ดังแสดงในรูปที่ 2.6 และการรันโค้ดสามารถทำได้โดยการกด Run หรือปุ่ม Shift และ Enter พร้อมกัน



รูปที่ 2.5 หน้าต่างของ JupyterLab

Applied Numerical Methods for Chemical Engineering with Julia
วิธีเชิงตัวเลขประยุกต์สำหรับวิศวกรรมเคมีด้วยโปรแกรมภาษา Julia

SE-ED
inspiration starts here

วศ.สจล : 295



ISBN 978-616-33-8203-0

9 786163 382030
165 บาท