อัปเดตล่าสุด

เฉลยละเอียด

A-LEVEL

ข้อสอบจริง ปี'66

7 วิชาหลัก

ครบ! จบในเล่มเดียว

www.ALIST-ACADEMY.net

ALIST academy

อัปเดตล่าสุด

เฉลยละเอียด

A-LEVEL

ข้อสอบจริง ปี'66

7 วิชาหลัก

ครบ! จบในเล่มเดียว

www.ALIST-ACADEMY.net

เฉลยละเอียดข้อสอบจริง
A-Level ปี'66 (7 วิชาหลัก)

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ (ฉบับเพิ่มเติม) พ.ศ.2558 ห้ามลอกเลียนแบบ ทำซ้ำ ดัดแปลง แก้ไข ส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือไม่ว่ารูปแบบใด ๆ นอกจากได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรเท่านั้น

ISBN 978-616-598-937-4
เรียบเรียงโดย สถาบันกวดวิชา เอลิสท์ อะคาเดมี่
พิมพ์ครั้งที่ 1 พฤษภาคม 2566
พิมพ์ที่ บริษัท กู๊ดเฮด พริ้นท์ติ้ง แอนด์ แพคเกจจิ้ง กรุ๊ป จำกัด
6/1 ซอยเสรีไทย 58 แขวงมีนบุรี เขตมีนบุรี กรุงเทพมหานคร 10510
Tel. 02-136-7042 Fax. 02-136-7043

ALIST ACADEMY

จัดพิมพ์โดย รัฐนันท์ จันทะบุรี
สถาบันกวดวิชา เอลิสท์ อะคาเดมี่
ชั้น 3 อาคาร U-plaza มหาวิทยาลัยขอนแก่น ต.ในเมือง อ.เมือง จ.ขอนแก่น 45000
โทร. 063-6345622 E-mail : alistacademy1@gmail.com

ผู้จัดจำหน่าย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทร. 0-2218-9872 โทรสาร 0-2254-9495
Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ) โทร.0-2255-4433
http://www.chulabook.com Facebook page: Chulabook
chulabookcourse.com คอร์สเรียนออนไลน์ เรียนได้ทุกที่ทุกเวลา
Apps: CU-eBook Store

ร้านค้าติดต่อ แผนกขายส่ง สาขาหัวหมาก
โทร. 0-2374-1375-6 โทรสาร 0-2374-1374

ราคา 650 บาท

คำนำ

A-Level คือ สนามสอบที่สำคัญเป็นอย่างมาก สำหรับน้องๆ ที่ต้องการเตรียมสอบ ในระบบ TCAS ปัจจุบัน โดยเฉพาะคณะแพทย์หรือสายวิทยาศาสตร์สุขภาพ ซึ่งปัจจุบันมหาวิทยาลัยชั้นนำของไทย ใช้คะแนนในวิชาเหล่านี้เป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกในรอบที่ 2-4 ในคณะต่างๆ เกือบทุกมหาวิทยาลัย เพื่อเป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกเข้าศึกษาต่อ

หนังสือเฉลยละเอียดรวมทั้ง 7 วิชาหลักเล่มนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย วิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์1 / ฟิสิกส์ / เคมี / ชีววิทยา / ภาษาอังกฤษ / ภาษาไทย และสังคมศึกษา จึงเป็นประโยชน์อย่างมาก ที่จะช่วยให้น้องๆ เตรียมตัวสอบเข้ามหาวิทยาลัยต่างๆ ได้เป็นอย่างดี เพราะได้รวบรวมข้อสอบจริง ย้ำ! ข้อสอบจริง ที่ ทปอ. จัดสอบขึ้นในปีล่าสุด (66) โดยในเนื้อหาจะเป็นข้อสอบแยกในแต่ละวิชา และเฉลยละเอียดแนบท้าย เพื่อให้น้องๆ ได้ฝึกทำโจทย์และประเมินความพร้อมไปในตัว โดยธรรมชาติของข้อสอบจะมีรูปแบบการออกข้อสอบคล้ายๆ เดิมในแต่ละปี ถ้าน้องๆ ฝึกทำซ้ำๆ จะเกิดการเรียนรู้และคุ้นชินกับการออกข้อสอบในแต่ละวิชาได้เป็นอย่างดี ช่วยลดเวลาในการอ่านหนังสือ และเพิ่มความมั่นใจก่อนลงสนามสอบจริง

ทางสถาบันฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นตัวช่วยให้น้องๆ สอบติดในคณะ/มหาวิทยาลัยที่ใฝ่ฝันได้สำเร็จ ขอเพียงมุ่งมั่น และตั้งใจอย่างต่อเนื่อง รับรองว่าความฝันไม่ไกลเกินเอื้อมอย่างแน่นอน พี่ๆ ขอเป็นอีกหนึ่งกำลังใจให้น้องๆ ทุกคนเดินตามฝันให้สำเร็จนะครับ

คณะผู้จัดทำ

บริษัทเอลิสท์ เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

สารบัญ

ข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 (ปี'66) 1
เฉลยละเอียด 22

ข้อสอบ A-Level ฟิสิกส์ (ปี'66) 51
เฉลยละเอียด 83

ข้อสอบ A-Level เคมี (ปี'66) 113
เฉลยละเอียด 134

ข้อสอบ A-Level ชีววิทยา (ปี'66) 165
เฉลยละเอียด 202

ข้อสอบ A-Level ภาษาอังกฤษ (ปี'66) 239
เฉลยละเอียด 277

ข้อสอบ A-Level ภาษาไทย (ปี'66) 319
เฉลยละเอียด 338

ข้อสอบ A-Level สังคมศึกษา (ปี'66) 361
เฉลยละเอียด 380

จำนวนข้อสอบ

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 75 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบอัตนัยเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

เนื้อหา/เรื่องที่ออก	ข้อที่	จำนวนข้อ	เปอร์เซ็น
(1) สาระจำนวนและพีชคณิต		**18**	**60%**
เซต	19,26	2	6.67%
ตรรกศาสตร์	3,4	2	6.67%
จำนวนจริงและพหุนาม	1,2	2	6.67%
ฟังก์ชัน	8,30	2	6.67%
ฟังก์ชันและเอกโพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการึทึม	5	1	3.34%
ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	6,7,16	3	10%
จำนวนเชิงซ้อน	13,14	2	6.67%
เมทริกซ์	9	1	3.34%
ลำดับอนุกรม	10,11,12	3	10%
(2) สาระการวัดและเรขาคณิต		**3**	**10%**
เรขาคณิตวิเคราะห์	17,29	2	6.67%
เวกเตอร์	15	1	3.34%
(3) สาระสถิติและความน่าจะเป็น		**6**	**20%**
สถิติ	20,21,28	3	10%
การแจกแจงความน่าจะเป็น	22	1	3.34%
หลักการนับ	18,27	2	6.67%
ความน่าจะเป็น	-	-	-
(4) สาระแคลคูลัส		**3**	**10%**
แคลคูลัสเบื้องต้น	23,24,25	3	10%
รวม		**30 ข้อ**	**100%**

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกที่สุด
จำนวน 25 ข้อ (ข้อที่ 1 - 25) ข้อละ 3 คะแนน รวม 75 คะแนน

1. ให้ $p(x) = x^3 + (k-1)x^2 - k^3$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงลบ
ถ้าเศษเหลือจากการหาร $p(x)$ ด้วย $x - 3$ เท่ากับ 18
แล้วเศษเหลือจากการหาร $p(x)$ ด้วย $2x + 1$ เท่ากับเท่าใด

1. 3
2. 18
3. 22
4. $\frac{207}{8}$
5. $\frac{209}{8}$

2. ให้ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x+3| < 2|x-5|\}$
และ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$
พิจารณาข้อความต่อไปนี้
ก) สมาชิกของเซต A ที่มีค่ามากที่สุด คือ 0
ข) $A - B$ เป็นเซตอนันต์
ค) $\forall x[x \in A \rightarrow x \in B]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง
1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
4. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) ข) และ ค) ถูกต้อง

3. ให้ $p,\ q,\ r$ และ s เป็นประพจน์

โดย $(\sim p \wedge q) \rightarrow [\sim r \rightarrow (r \leftrightarrow s)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ประพจน์ในข้อใดมีค่าความจริงเป็นจริง

1. $\sim p \rightarrow r$
2. $p \wedge r$
3. $p \leftrightarrow s$
4. $q \wedge s$
5. $q \leftrightarrow r$

4. กำหนด p และ q เป็นประพจน์

และรูปแบบของประพจน์ $p * q$ มีค่าความจริง แสดงดังตาราง

p	q	$p * q$
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	T

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $[(p * q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์

ข) นิเสธของ $p * q$ คือ $p * \sim q$

ค) $p * q$ สมมูลกับ $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

5. ถ้า $\log_{\frac{1}{4}} 256 + \frac{2\log 625}{\log 5} = 3^a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

แล้วค่าของ a เท่ากับเท่าใด

1. $\log_3 2$
2. $\log_3 4$
3. $\log_3 \frac{33}{4}$
4. $\log_3 10$
5. $\log_3 12$

6. รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มีมุม A ขนาด 60 องศา ด้านประกอบมุม A ยาวเท่ากัน มุม C เป็นมุมที่อยู่ตรงข้ามกับมุม A มีขนาด 120 องศา และด้านประกอบมุม C ยาว 30 และ 50 หน่วย ด้าน AB ยาวกี่หน่วย

1. 80
2. 70
3. 60
4. 50
5. 40

7. $\tan\left(arccos\left(\frac{5}{13}\right)+arcsin\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ เท่ากับเท่าใด

1. $-\frac{63}{16}$
2. $-\frac{7}{40}$
3. $\frac{9}{8}$
4. $\frac{32}{25}$
5. $\frac{63}{20}$

8. ให้ $A=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

B เป็นสับเซตของ A โดยที่ $B\neq\emptyset$ และ $2\notin B$

และ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B โดยที่ $f(-1)=1$ และ $f(1)=-1$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ถ้า $f(2)>0$ แล้ว $f(2)=1$

ข) f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ค) f เป็นฟังก์ชันผกผัน

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

9. ให้ $A = \begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ x & 1 \end{bmatrix}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

ถ้า $det(B^{-1}A) = -6$ แล้วค่าของ x เท่ากับเท่าใด

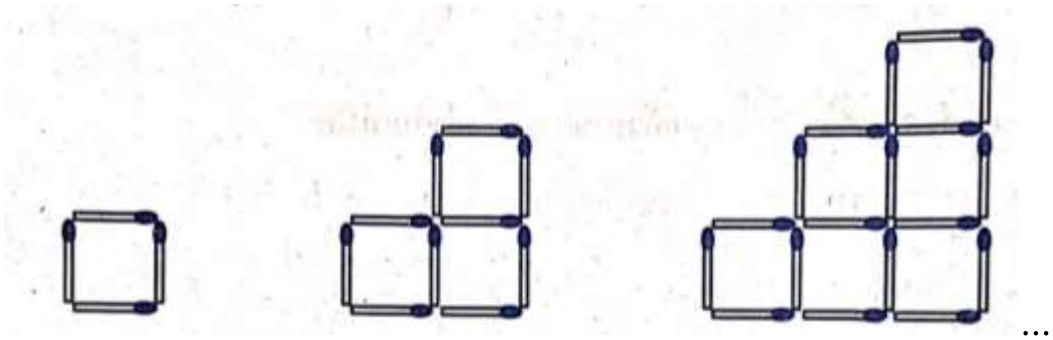
1. -4
2. -1
3. 1
4. 4
5. 9

10. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ เป็นลำดับอนันต์ โดยที่ $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$

แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เท่ากับเท่าใด

1. 0
2. $\frac{2}{3}$
3. 1
4. $\frac{3}{2}$
5. หาผลบวกไม่ได้ เพราะอนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่ออก

11. กำหนดแบบรูปแผนภาพบันไดไม้ขีดไฟดังนี้



รูปที่ 1 บันไดไม้ขีดไฟ 1 ขั้น

รูปที่ 2 บันไดไม้ขีดไฟ 2 ขั้น

รูปที่ 3 บันไดไม้ขีดไฟ 3 ขั้น ...

โดยที่ แทน ไม้ขีดไฟ 1 ก้าน

ถ้ามะลิมีไม้ขีดไฟจำนวน 990 ก้าน เพื่อต่อเป็นรูปบันได 1 รูป

แล้วมะลิจะสามารถสร้างบันไดไม้ขีดไฟได้จำนวนขั้นบันไดมากที่สุดกี่ขั้น

1. 25
2. 29
3. 30
4. 31
5. 33

12. โต้งกู้เงินจากวินเพื่อการลงทุนจำนวน 200,000 บาท โดยโต้งทำสัญญากับวินว่าจะชำระเงินกู้พร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดในอีก 2 ปีข้างหน้า และวินกำหนดอัตราดอกเบี้ย 2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี เมื่อครบ 2 ปีตามสัญญา โต้งขอเลื่อนเวลาชำระเงินออกไปอีก 1 ปี โต้งและวินจึงได้ทำสัญญาฉบับใหม่ โดยกำหนดให้เงินกู้พร้อม

ดอกเบี้ยทั้งหมดจาก 2 ปีที่ผ่านมา เป็นยอดเงินกู้ในสัญญาฉบับใหม่นี้ และปรับอัตราดอกเบี้ยใหม่เป็น 3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 6 เดือน เมื่อครบกำหนด 1 ปีตามสัญญาฉบับใหม่ โต้งจะต้องชำระเงินกู้พร้อมดอกเบี้ยทั้งหมด กี่บาท

1. $200{,}000(1.02)^2(1.015)^2$
2. $200{,}000(1.02)^2(1.03)$
3. $200{,}000(1.02)^2(1.03)^2$
4. $200{,}000[\,(1.02)^2+(1.015)^2\,]$
5. $200{,}000[\,(1.02)^2+(1.03)^2\,]$

13. ให้จำนวนเชิงซ้อน $u=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$ และ v เป็นรากที่ 3 ของจำนวนเชิงซ้อน $\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$ ถ้าส่วนจริงของ $\frac{u}{v}$ เป็นจำนวนจริงลบ แล้วส่วนจริงของ v เท่ากับเท่าใด

1. $\cos\frac{\pi}{6}$
2. $\cos\frac{5\pi}{6}$
3. $\cos\frac{5\pi}{4}$
4. $\cos\frac{4\pi}{3}$
5. $\cos\frac{3\pi}{2}$

14. ให้ A แทนเซตของจำนวนเชิงซ้อน z ทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อน ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ $|z-i|^2+|z+i|^2<4$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ถ้า $w \in A$ แล้ว $Re(w) \in A$

ข) ถ้า $w \in A$ แล้ว $\overline{w} \in A$

ค) ถ้า $w \in A$ แล้ว $w^2 \in A$

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
4. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) ข) และ ค) ถูกต้อง

15. กำหนดเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ ดังนี้

$$\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$$

$$\vec{v}=-\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$$

$$\vec{w}=4\vec{i}+3\vec{j}+a\vec{k}$$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\vec{u}\times\vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{w}$

แล้วค่าของ a เท่ากับเท่าใด

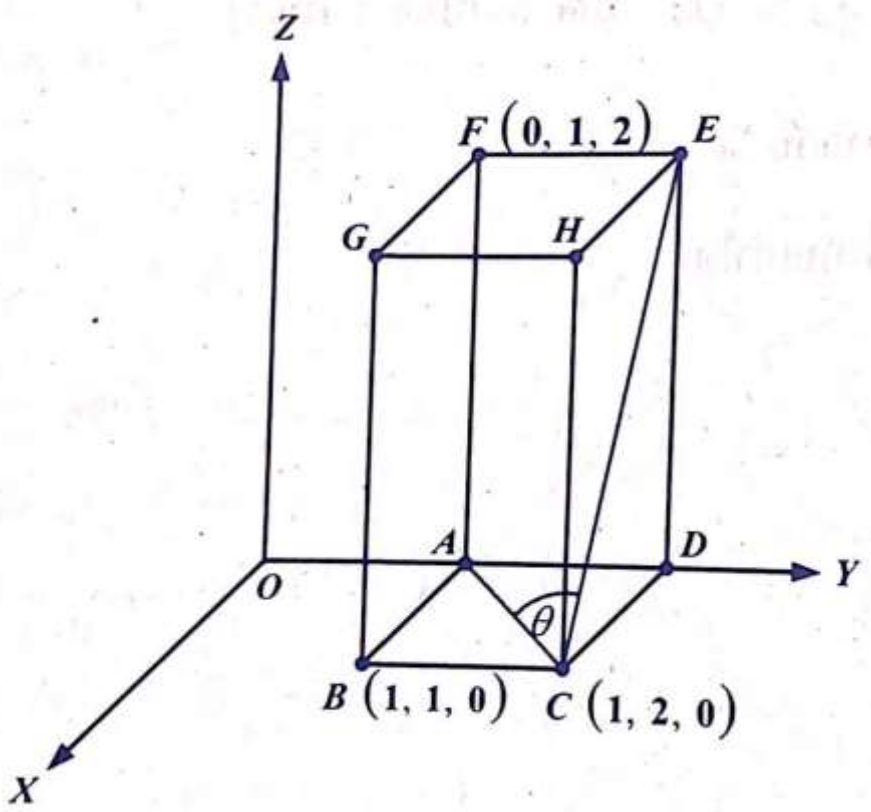
1. $-\frac{21}{5}$
2. -4

3. $-\frac{1}{3}$

4. $\frac{1}{3}$

5. 1

16. กำหนดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก $ABCDEFGH$ ในระบบพิกัดฉากสามมิติที่มีจุด $B(1,\ 1,\ 0)$ จุด $C(1,\ 2,\ 0)$ และจุด $F(0,\ 1,\ 2)$ เมื่อลาก $\overline{AC}$ และ $\overline{CE}$ จะได้ $A\hat{C}E = \theta$ ดังรูป



ค่าของ $\sec\theta$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{\sqrt{10}}$
2. $\frac{1}{10}$
3. $\sqrt{10}$
4. 10
5. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

17. ให้จุด $(a,\ b)$ เป็นจุดบนวงรี $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$

ถ้าระยะห่างระหว่างจุด $(a,\ b)$ กับจุด $\left(0,\ -\frac{5}{4}\right)$ เท่ากับ

ระยะห่างระหว่างจุด $(a,\ b)$ กับเส้นตรง $y=-\frac{3}{4}$

แล้วค่าของ b เท่ากับเท่าใด

1. -3
2. $-\frac{3}{2}$
3. $-\frac{3}{4}$
4. $\frac{3}{2}$
5. 3

18. โฮมสเตย์แห่งหนึ่งมีห้องพักอยู่ 3 ห้อง ประกอบด้วย

- ห้องขนาดเล็ก เข้าพักได้ไม่เกิน 2 คน
- ห้องขนาดกลาง เข้าพักได้ไม่เกิน 4 คน
- ห้องขนาดใหญ่ เข้าพักได้ไม่เกิน 6 คน

ถ้ามีลูกค้าติดต่อเพื่อขอจองห้องพักในวันที่ 16 เมษายน 2566 จำนวน 2 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 แจ้งว่ามีผู้เข้าพัก 6 คน และกลุ่มที่ 2 แจ้งว่ามีผู้เข้าพัก 3 คน แล้วโฮมสเตย์แห่งนี้จะมีวิธีจัดคนทั้งสองกลุ่มเข้าห้องพักได้ทั้งหมดกี่วิธี

โดยผู้เข้าพักที่อยู่ต่างกลุ่มกัน ต้องไม่พักห้องเดียวกัน และผู้เข้าพักที่อยู่กลุ่มเดียวกัน สามารถเข้าพักห้องเดียวกันหรือแยกห้องพักได้

1. 22
2. 28
3. 37
4. 40
5. 43

19. บริษัทแห่งหนึ่งมีเครื่องถ่ายเอกสารอยู่ 2 เครื่อง คือ เครื่อง A และเครื่อง B

จากข้อมูลการใช้งานเครื่องถ่ายเอกสารทั้ง 2 เครื่องนี้ พบว่า

- ความน่าจะเป็นที่เครื่อง A เสีย เท่ากับ 0.11
- ความน่าจะเป็นที่เครื่อง B เสีย เท่ากับ 0.15
- ความน่าจะเป็นที่เครื่อง A หรือ เครื่อง B เสีย เท่ากับ 0.18

ความน่าจะเป็นที่มีเครื่องถ่ายเอกสาร<u>ไม่</u>เสียอย่างน้อย 1 เครื่อง เท่ากับเท่าใด

1. 0.74
2. 0.82

3. 0.85

4. 0.89

5. 0.92

20. ผลการสอบคัดเลือกนักเรียนเพื่อเข้าศึกษาต่อชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียน แห่งหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 200 คน แสดงด้วยตารางแจกแจงความถี่ของ คะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมด ดังนี้

คะแนนสอบ (คะแนน)	**จำนวนนักเรียน (คน)**
50	2
55	10
60	48
65	40
70	24
75	20
80	20
85	16
90	10
95	6
100	4
รวม	**200**

จากข้อมูล พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 60 คะแนน

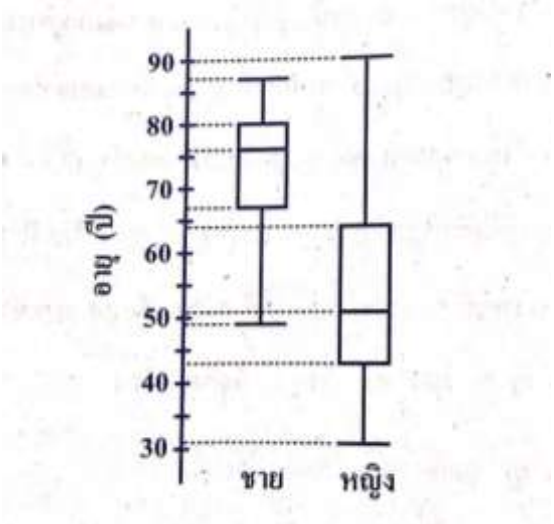
ข) ควอร์ไทล์ที่ 2 ของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 75 คะแนน

ค) เมื่อนำคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดมาเขียนแผนภาพกล่อง พบว่า คะแนนต่ำสุดจากการสอบครั้งนี้ เป็นค่านอกเกณฑ์ของข้อมูลชุดนี้ (เมื่อค่านอกเกณฑ์ คือ ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$ หรือ ข้อมูลที่มีค่ามากกว่า $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$ โดยที่ Q_1 และ Q_3 แทน ควอร์ไทล์ที่ 1 และควอร์ไทล์ที่ 3 ของข้อมูล ตามลำดับ)

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
4. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) ข) และ ค) ถูกต้อง

21. ศูนย์ดูแลผู้ป่วยติดเตียงแห่งหนึ่งมีจำนวนผู้ป่วยเข้ามาใช้บริการศูนย์แห่งนี้ทั้งหมด 120 คน โดยจำนวนผู้ป่วยเพศชายคิดเป็นร้อยละ 40 ของจำนวนผู้ป่วยทั้งหมด และอายุ (ปี) ของผู้ป่วยจำแนกตามเพศแสดงด้วยแผนภาพกล่อง ดังนี้



ให้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของผู้ป่วยเพศชาย เท่ากับ 70 ปี และ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของผู้ป่วยเพศหญิง เท่ากับ 55 ปี

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของผู้ป่วยทั้งหมดเท่ากับ 62.5 ปี

ข) พิสัยระหว่างควอร์ไทล์ของอายุของผู้ป่วยเพศชาย น้อยกว่าพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ของอายุของผู้ป่วยเพศหญิง

ค) ผู้ป่วยที่มีอายุน้อยกว่า 65 ปี มีจำนวนไม่เกิน 50 คน

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

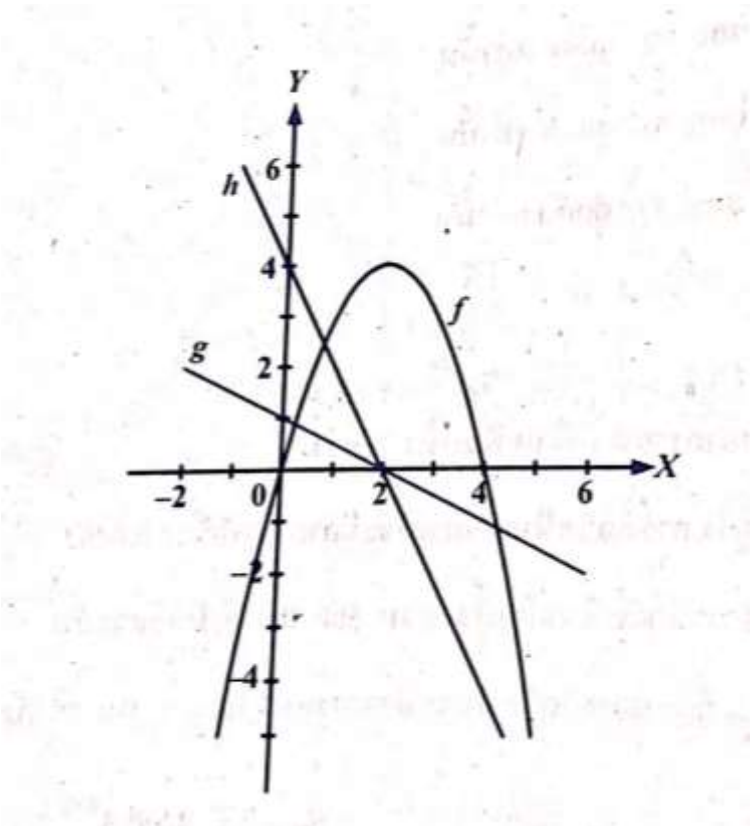
1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

22. จากข้อมูลเกี่ยวกับอาการแพ้วัคซีนชนิดหนึ่ง พบว่า ความน่าจะเป็นที่ผู้รับการฉีดวัคซีนแต่ละคนจะมีอาการแพ้เป็น 0.0002 ถ้านักวิจัยสุ่มผู้รับการฉีดวัคซีนชนิดนี้จำนวน 500 คน ที่เป็นอิสระกัน แล้วความน่าจะเป็นที่ผู้รับการฉีดวัคซีนจะมีอาการแพ้ไม่เกิน 1 คน เท่ากับเท่าใด

1. 0.9998^{499}
2. $0.1(0.9998^{499})$
3. $1.0998(0.9998^{499})$
4. 0.9998^{500}
5. $0.1(0.9998^{500})$

23. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(2,\ 4)$ และตัดแกน X ที่จุด $(0,\ 0)$ และ $(4,\ 0)$

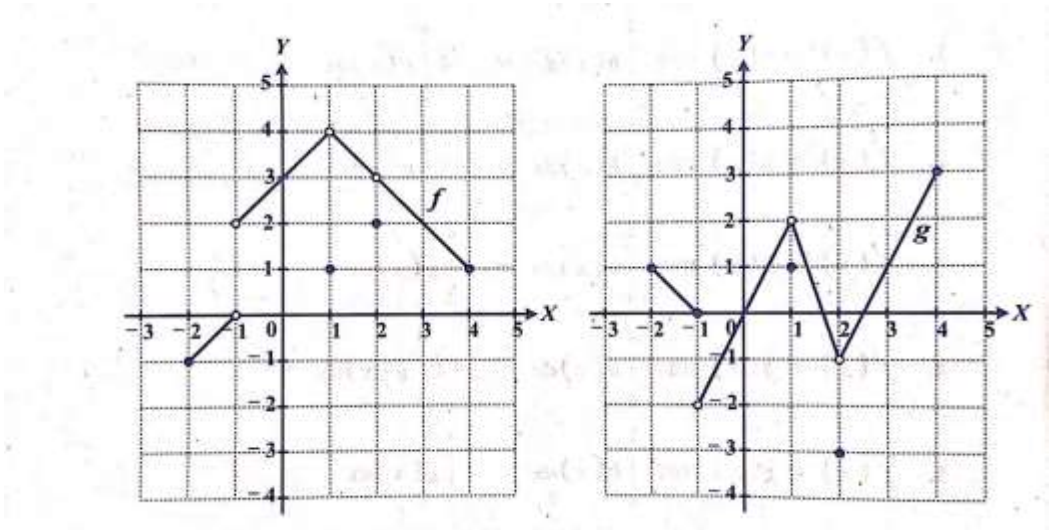
และกราฟของฟังก์ชัน g และ h เป็นเส้นตรง ดังรูป



ข้อใดถูกต้อง

1. $\acute{f}(x) = h(x)$ และ $\int_0^2 h(x)dx = -4\int_2^4 g(x)dx$
2. $\acute{f}(x) = h(x)$ และ $\int_0^2 h(x)dx = -3\int_2^4 g(x)dx$
3. $\acute{f}(x) = h(x)$ และ $\int_0^2 h(x)dx = 4\int_2^4 g(x)dx$
4. $\acute{f}(x) = g(x)$ และ $\int_0^2 h(x)dx = -4\int_2^4 g(x)dx$
5. $\acute{f}(x) = g(x)$ และ $\int_0^2 h(x)dx = 4\int_2^4 g(x)dx$

24. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f และ g ดังรูป



พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $\lim_{x\to 1}\big(f(x)\cdot g(x)\big)=1$

ข) $\lim_{x\to -1}\big(f(x)+g(x)\big)=0$

ค) $f+g$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(2,\ 4]$

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

25. ให้ $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

เมื่อ $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

โดยที่ $x^2 - 1$ หาร $p(x)$ ลงตัว

$$p(0) = -2$$

และ $\acute{p}(0) = -4$

ให้ S แทนเซตของจำนวนจริงทั้งหมดที่เป็นคำตอบของสมการ $p(x) = 0$

ถ้า $n(S) = 3$ แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต S เท่ากับเท่าใด

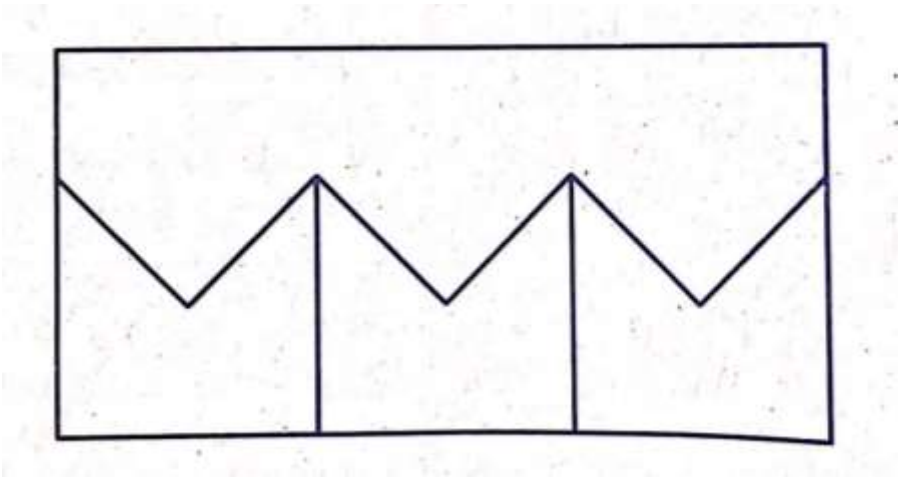
1. -6
2. -2
3. $-\frac{1}{3}$
4. $\frac{1}{3}$
5. 2

<u>ตอนที่ 2</u> แบบระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 5 ข้อ (ข้อที่ 26 - 30)

ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

26. กำหนด U แทนเอกภพสัมพัทธ์ และ $A,\ B$ เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(U) = 100,\ n(A \cap B) = 35$ และ $n(\acute{A} \cap \acute{B}) = 9$ ถ้า $n(A) \geq 61$ แล้ว $n(B)$ ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

27. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีการแบ่งพื้นที่ออกเป็น 4 ส่วน ดังรูป



ถ้ามีสีอยู่ 6 สี และต้องการระบายสีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ทั้ง 4 ส่วน โดยแต่ละส่วนใช้สีเพียงสีเดียวและส่วนที่อยู่ติดกันต้องใช้สีที่แตกต่างกัน แล้วจะมีวิธีระบายสีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

28. ข้อมูลการผลิตเหล็กเส้นของโรงงานแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

"น้ำหนักของเหล็กเส้นที่ผลิตได้มีการแจกแจงปกติ โดยมีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ a กิโลกรัม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ b กิโลกรัม"

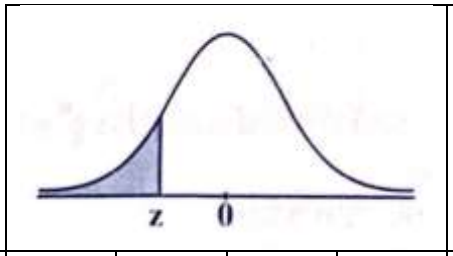
หากลุ่มเหล็กเส้นจากโรงงานแห่งนี้มา 1 เส้น พบว่า

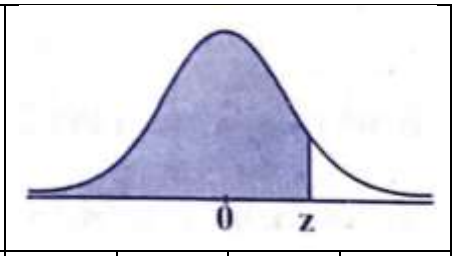
ความน่าจะเป็นที่จะได้เหล็กเส้นมีน้ำหนักน้อยกว่า 8.86 กิโลกรัม คือ 0.31

และความน่าจะเป็นที่จะได้เหล็กเส้นมีน้ำหนักมากกว่า 8.90 กิโลกรัม คือ 0.31

ค่าของ $a + 2b$ เท่ากับเท่าใด

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้





z	-2	-1.5	-1	-0.5	0.5	1	1.5	2
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.02	0.07	0.16	0.31	0.69	0.84	0.93	0.98

29. วงกลม $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ มีเส้นสัมผัสที่ผ่านจุดกำเนิด 2 เส้น คือ แกน Y และเส้นตรง l

ความชันของเส้นตรง l เท่ากับเท่าใด

30. กำหนด $p(t)$ แทนปริมาณประจุไฟฟ้าในตัวเก็บประจุตัวหนึ่งที่คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ (เทียบกับปริมาณประจุไฟฟ้าสูงสุดที่สามารถเก็บได้) เมื่อชาร์จตัวเก็บประจุที่มีปริมาณประจุไฟฟ้าเริ่มต้น 0 เปอร์เซ็นต์ เป็นระยะเวลา t นาที

โดยที่ $p(t) = 100\left(1 - 2^{-\frac{t}{20}}\right)$

ถ้าครั้งที่ 1 ธิดาชาร์จตัวเก็บประจุตัวนี้ที่มีปริมาณประจุไฟฟ้าเริ่มต้น 0 เปอร์เซ็นต์ จนได้ปริมาณประจุไฟฟ้าเป็น 50 เปอร์เซ็นต์ และครั้งที่ 2 ธิดาชาร์จตัวเก็บประจุตัวนี้ที่มีปริมาณประจุไฟฟ้าเริ่มต้น 0 เปอร์เซ็นต์ จนได้ปริมาณประจุไฟฟ้าเป็น 87.5 เปอร์เซ็นต์ แล้วระยะเวลาที่ใช้ในการชาร์จตัวเก็บประจุครั้งที่ 2 มากกว่าครั้งที่ 1 กี่นาที

เฉลยละเอียดคณิตศาสตร์ประยุกต์1 A-Level ปี'66

ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ
1	4	11	3	21	2
2	4	12	1	22	3
3	4	13	5	23	1
4	5	14	5	24	5
5	2	15	2	25	3
6	2	16	3	26	65
7	1	17	2	27	480
8	1	18	5	28	8.96
9	4	19	5	29	0.75
10	4	20	1	30	40

1. <u>ตอบ</u> ข้อ 4. $\frac{207}{8}$

วิธีคิด $p(x) = x^3 + (k-1)x^2 - k^3$

เนื่องจาก $x - 3$ ไปหาร $p(x)$ เหลือเศษ 18

จะได้ $p(3) = 3^3 + (k-1)(3)^2 - k^3 = 18$

$27 + 9k - 9 - k^3 = 18$

$-k^3 + 9k = 18 - 27 + 9$

$-k^3 + 9k = 0$

$-k(k^2 - 9) = 0$

$-k = 0$	$k^2 - 9 = 0$
$k = 0$	$(k+3)(k-3) = 0$
	$k = 3, -3$

จากโจทย์ บอกว่า k เป็นจำนวนจริงลบ

ดังนั้น $k = -3$

แทน $k = -3$; $p(x) = x^3 + (-3-1)x^2 - (-3)^3$

$p(x) = x^3 - 4x^2 + 27$

หา p(x) ที่หารด้วย $2x + 1$

$-\frac{1}{2}$	1	–4	0	27
		$-\frac{1}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{8}$
	1	$-\frac{9}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{207}{8}$

ดังนั้น p(x) หารด้วย $2x + 1$ จะได้ $x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{4}$ เศษ $\frac{207}{8}$

2. <u>ตอบ</u> ข้อ 4 ข้อความ ข, ค ถูกต้องเท่านั้น

วิธีคิด <u>พิสูจน์ ข้อ ก.</u>

แทน $x = -2$; $|2(-2) + 3| < 2|(-2) - 5|$

$|-4 + 3| < 2(7)$

$1 < 14$ **เป็นจริง**

แทน $x = -1$; $|2(-1) + 3| < 2|(-1) - 5|$

$|-2 + 3| < 2(6)$

$1 < 12$ **เป็นจริง**

แทน $x = 0$; $|2(0) + 3| < 2|0 - 5|$

$3 < 2(5)$

$3 < 10$ **เป็นจริง**

แทน $x = 1$; $|2(1) + 3| < 2|1 - 5|$

$|2 + 3|$ $<$ $2(4)$

5 $<$ 8 **เป็นจริง**

สมาชิกของ A ที่เป็นไปได้ = $(-\infty,1]$

ดังนั้น สมาชิกของ A ที่มีค่ามากที่สุด คือ 1

ดังนั้น ก.ผิด

<u>พิสูจน์ข้อ ข</u>.

สมาชิกของ A ประกอบด้วย $\{\ldots, -1, 0, 1\}$

สมาชิกของ B คือ $(0, 5)$

ดังนั้น $A - B = \{\ldots, -1, 0\}$ เป็นเซตอนันต์

<u>พิสูจน์ข้อ ค.</u>

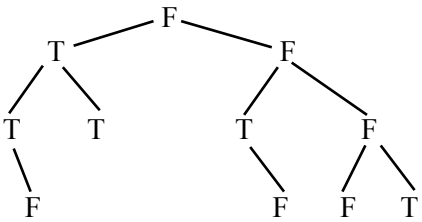
มี $0 \in A$ และ $0 \notin B$

ดังนั้น $p \longrightarrow q = T \longrightarrow F = F$

3. <u>ตอบ</u> ข้อ 4 $q \wedge s$

วิธีคิด จากโจทย์

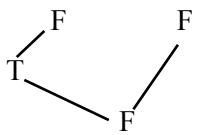
$(\sim p \wedge q) \longrightarrow [\sim r \longrightarrow (r \leftrightarrow s)]$



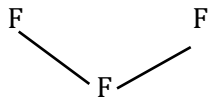
ดังนั้น $p = F$, $q = T$, $r = F$, $s = T$

เช็กตัวเลือก

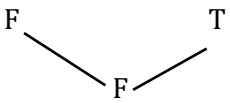
ข้อ 1 $\sim p \longrightarrow r$



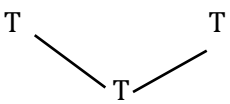
ข้อ 2 p ∧ r



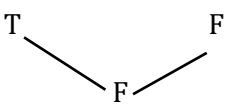
ข้อ 3 p ↔ s



ข้อ 4 q ∧ s



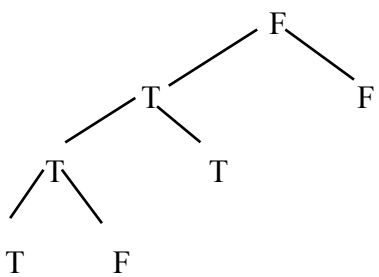
ข้อ 5 p ↔ r



4. <u>ตอบ</u> ข้อ 5 ข้อความ ข, ค ถูกต้องเท่านั้น

วิธีคิด <u>พิสูจน์ ข้อ ก.</u>

[(p ∗ q) ∧ p] ⟶ q



ไม่ขัดแย้งกัน, ไม่เป็นสัจนิรันดร์

พิสูจน์ ข้อ ข

$p * q$	$\sim(p * q)$	$\sim q$	$p * \sim q$
F	T	F	T
T	F	T	F
F	T	F	T
T	F	T	F

ดังนั้น $\sim(p * q) \equiv p * \sim q$

พิสูจน์ ข้อ ค.

$p * q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	F	T
F	T	F	F	F	F
T	T	T	F	T	T

ดังนั้น $p * q \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

5. ตอบ ข้อ 2 $\log_3 4$

วิธีคิด $\log_{\frac{1}{4}} 256 + \dfrac{2\log 625}{\log 5} = 3^a$

$\log_{2^{-2}}(2^8) + \dfrac{2\log(5^4)}{\log(5)} = 3^a$

$-\dfrac{8}{2} + \dfrac{(2)(4)\log(5)}{\log(5)} = 3^a$

$-4 + (2)(4) = 3^a$

$-4 + 8 = 3^a$

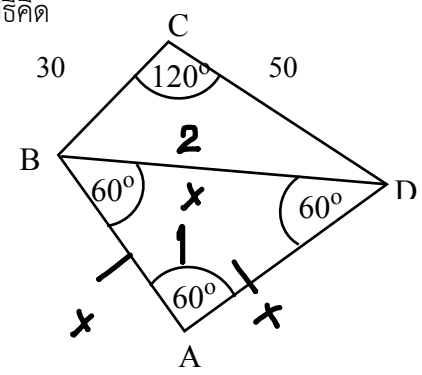
$3^a = 4$

$\log_3(3^a) = \log_3(4)$

$a = \log_3(4)$

6. <u>ตอบ</u> ข้อ 2. 70

วิธีคิด



รูป △1 : หามุม B และ D

มุมภายในรูปสามเหลี่ยม = 180^o

$180^o - 60^o$ = 120^o

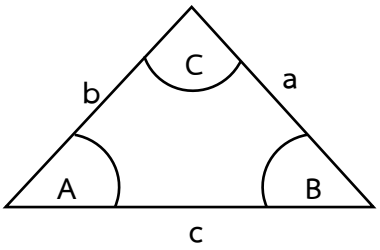
เนื่องจาก AB = AD

∴ มุม B และมุม D มีขนาด $\frac{120^o}{2} = 60^o$

รูป △2 : เนื่องจาก มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรูปที่ 1 แต่ละมุมมีค่า 60^o

ดังนั้น ด้านแต่ละด้านจะยาวเท่ากัน

จากสูตร



สูตร 1 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

สูตร 2 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

สูตร 3 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

จากโจทย์จะได้ว่า

$x^2 = 30^2 + 50^o - 2(30)(50)\cos 120^o$

$x^2 = 900 + 2500 - 2(30)(50)\left(-\frac{1}{2}\right)$

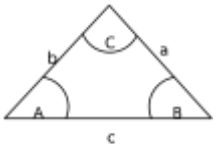
$x^2 = 900 + 2500 + 1500$

$x^2 = 4900$

$x = 70, -70$

เนื่องจาก รูป △1 มีความยาวด้านเท่ากันและมีค่าเป็นบวก ดังนั้น AB จะยาว 70 หน่วย

ทริค ต้องจำสูตรนี้ให้ได้ ออกบ่อยมากๆ



สูตร 1 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

สูตร 2 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

สูตร 3 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

7. ตอบ ข้อ 1. $-\frac{63}{16}$

วิธีคิด ใช้ $\tan(t+s) = \frac{\tan(t)+\tan(s)}{1-\tan(t)\tan(s)}$

$$\tan\left(\arccos\left(\frac{5}{13}\right)+\arcsin\left(\frac{3}{5}\right)\right) = \frac{\tan\left(\arccos\left(\frac{5}{13}\right)\right)+\tan\left(\arcsin\left(\frac{3}{5}\right)\right)}{1-\tan\left(\arccos\left(\frac{5}{13}\right)\right)\tan\left(\arcsin\left(\frac{3}{5}\right)\right)}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}}{\frac{5}{13}}+\frac{\frac{3}{5}}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}}}{1-\left(\frac{\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}}{\frac{5}{13}}\right)\left(\frac{\frac{3}{5}}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{13(\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2})}{5} + \frac{3}{5(\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2})}}{1-\left(\frac{13(\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2})}{5}\right)\left(\frac{3}{5(\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2})}\right)}$$

$$= \frac{\frac{13\sqrt{\frac{144}{169}}}{5} + \frac{3}{5\sqrt{1-\left(\frac{9}{25}\right)}}}{1-\frac{39\sqrt{1-\left(\frac{25}{169}\right)}}{25\sqrt{1-\left(\frac{9}{25}\right)}}}$$

$$= \frac{\frac{13\sqrt{\frac{144}{169}}}{5} + \frac{3}{5\sqrt{\frac{16}{25}}}}{1-\frac{39\sqrt{\frac{144}{169}}}{25\sqrt{\frac{16}{25}}}}$$

$$= \frac{\frac{13\times\frac{12}{13}}{5} + \frac{3}{5\times\frac{4}{5}}}{1-\frac{39\times\frac{12}{13}}{25\times\frac{4}{5}}}$$

$$= \frac{\frac{63}{20}}{1-\frac{9}{5}}$$

$$= \frac{63}{20}\times\left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$= -\frac{63}{16}$$

8. ตอบ ข้อ 1 ข้อความ ก ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

วิธีคิด $B = \{-1, 0, 1\}$

$f(x) = \{A \xrightarrow[\text{into}]{} B \mid f(x) = -x\}$

พิสูจน์ ข้อ ก.

ถ้า $f(2) > 0$ แล้ว $f(2) = 1$

$-2 > 0$ $\quad -2 = 1$

$F \longrightarrow F$

∴ เป็นจริง

ข้อพิสูจน์ ข้อ ข.

$x = -1 : f(-1) = 1$

$x = 0 : f(0) = 0$

$x = 1 : f(1) = -1$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันลด

ข้อพิสูจน์ ข้อ ค.

เช็คฟังก์ชันผกผัน จากการเช็กดูว่าเป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ ซึ่งข้อนี้ไม่ใช่ฟังก์ชัน1-1 แสดงว่าไม่เป็นฟังก์ชันผกผัน

9. ตอบ ข้อ 4. 4

วิธีคิด จากสูตร $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $\quad \therefore A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$; $\det A \neq 0$

จะได้ว่า

$$B^{-1} = \frac{1}{-2-0}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -x & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{x}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(B^{-1}) = \left(-\frac{1}{2}\right) - 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\det(A) = (3x) - 0 = 3x$$

$$\det(B^{-1}A) = \det(B^{-1}) \cdot \det(A) = -6$$

$$-\frac{1}{2} \cdot 3x = -6$$

$$-3x = 12$$

$$x = \frac{-12}{-3}$$

$$x = 4$$

ทริค

ต้องจำให้ได้

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ $\therefore \det A = ad - bc$

สมบัติ det

1. det (AB) = detAdetB
2. det (A^t) = detA
3. det (kA) = k^ndetA ; n คือ มิติ
4. det(A^n) = $(detA)^n$
5. ถ้า A = B แล้ว detA = detB
6. ถ้า detA =detB ไม่จำเป็นที่ A = B

10. <u>ตอบ</u> ข้อ 4. $\frac{3}{2}$

วิธีคิด

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right) = \left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\ldots$$

$$= 1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

11. ตอบ ข้อ 3. 30

วิธีคิด บันได 1 ขั้น ใช้ไม้ขีดไฟ 4 ก้าน = 1(4) จะได้ $a_1 = 1(4)$

บันได 2 ขั้น ใช้ไม้ขีดไฟ 10 ก้าน = 2(5) จะได้ $a_2 = 2(5)$

บันได 3 ขั้น ใช้ไม้ขีดไฟ 18 ก้าน = 3(6) จะได้ $a_3 = 3(6)$

ดังนั้น $a_n = n(n+3)$

จะได้ $990 = n(n+3)$

$990 = n^3 + 3n$

$n^2 + 3n - 990 = 0$

$(n-30)(n+33) = 0$

$n = 30, -33$

เนื่องจาก เมื่อเรียงแล้วไม่มีการติดลบ

$\therefore$ 990 ก้านต่อได้ 30 ขั้น

12. ตอบ ข้อ 1. $200{,}000(1.02)^2(1.015)^2$

ฉบับเก่า

เงินต้น (P) = 200,000

ดอกเบี้ยต่อปี (i) = 2%

ดอกเบี้ยต่องวด = i × ทบต้น = 2% × 1 ปี = 0.02

จำนวนงวด(n) = 2 ปี

$F_1 = P(1+r)^n$

$F_1 = 200{,}000(1+0.02)^2$

$F_1 = 200{,}000(1.02)^2$

ฉบับใหม่ เงินต้น (P) = F_1

ดอกเบี้ยต่อปี (i) = 3%

ดอกเบี้ยต่องวด = i × ทบต้น $= 3\% \times \frac{12}{6}$ เดือน $= 0.015$

จำนวนงวด(n) = 1 ปี $\times \frac{12}{6}$ เดือน $= 2$

$F_2 = P(1+r)^n$

$F_2 = F_1(1+0.015)^2$

$F_2 = F_1(1.015)^2$

$F_2 = 200{,}000(1.02)^2(1.015)^2$

13. ตอบ ข้อ 5. $\cos\frac{3\pi}{2}$

วิธีคิด เนื่องจาก ส่วนจริง $\frac{u}{v}$ มีค่าเป็นจำนวนจริงลบ

ส่วนจริง u มีค่า $\cos\frac{\pi}{3}$ ซึ่งเป็นบวกเนื่องจาก ส่วนจริง v ต้องมีค่าติดลบ

ในขณะที่โจทย์กำหนด $v = \sqrt[3]{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}$

เมื่อแก้สมการโดยใช้ $\sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)\right)$ ที่ $k = 0, 1, 2$

จะได้คำตอบเป็น $k=0$; $\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}$

$k=1$; $\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}$

$k=2$; $\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}$

เนื่องจากว่าส่วนจริงของ v มี 3 ค่า ได้แก่ $\cos\frac{\pi}{6}$, $\cos\frac{5\pi}{6}$, $\cos\frac{3\pi}{2}$

และค่า v ควรมีค่าติดลบ และมีค่าส่วนจริงเท่ากับโจทย์

เมื่อพิจารณา $\cos\frac{\pi}{2} = \cos 90^o = 0$

พิจารณาคำตอบ $\cos\frac{\pi}{6} = \cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\frac{5\pi}{6} = \cos 150^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\frac{3\pi}{2} = \cos 270^o = 0$

ดังนั้น ส่วนจริงของ v มีค่าเท่ากับ $\cos\frac{3\pi}{2}$

14. ตอบ ข้อ 5. ข้อความ ก, ข, ค ถูกต้อง

วิธีคิด ให้ $z = a + bi$

$|z - i|^2 + |z + i|^2 < 4$

$|a+bi - i|^2 + |a+bi + i|^2 < 4$

$|a+(b-1)i|^2 + |a+(b+1)i|^2 < 4$

$a^2 + b^2 - 2b + 1 + a^2 + b^2 + 2b + 1 < 4$

$a^2 + b^2 < 1$

$|Z| < 1$

พิสูจน์ ข้อ ก.

ถ้า $W \in A$ แล้ว $Re(w) \in A$

เช่น $Z = 0.1 + 0.1i$

จะได้ $|Z| = \sqrt{0.1^2 + 0.1^2} = \sqrt{0.02} < 1$

จะเห็นว่า ส่วนจริงเป็นสมาชิกของ A

พิสูจน์ ข้อ ข.

ถ้า $W \in A$ แล้ว $\overline{W} \in A$

เนื่องจาก สังยุคของจำนวนจริงได้ค่าเดิมเสมอ

พิสูจน์ ข้อ ค.

ถ้า $W \in A$ แล้ว $W^2 \in A$

ถ้า $|W| < 1$ แล้ว $|W^2| < 1$

$\therefore W^2$ เป็นสมาชิกของ A

15. <u>ตอบ</u> ข้อ 2. –4

วิธีคิด

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ 2 & -1 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (-3\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}) - (\vec{k} - 4\vec{i} + 6\vec{j})$$

$$= \vec{i} - 8\vec{j} - 5\vec{k}$$

เนื่องจาก $\vec{u} \times \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{w}$

$$\therefore (\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w} = 0$$

$$(\vec{i} - 8\vec{j} - 5\vec{k}) \cdot (4\vec{i} + 3\vec{j} + a\vec{k}) = 0$$

$$(1)(4) + (-8)(3) + (-5)(a) = 0$$

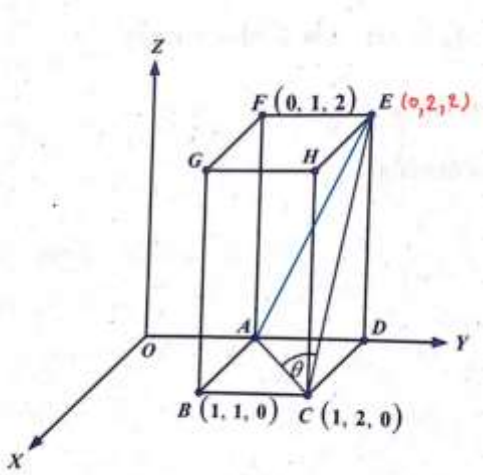
$$4 - 24 - 5a = 0$$

$$-5a = 20$$

$$a = -4$$

16. <u>ตอบ</u> ข้อ 3. $\sqrt{10}$

วิธีคิด



รูป ABCD เส้นทแยงมุมยาว

$L^2 = m^2 + n^2$
$L^2 = 1^2 + 1^2$
$L^2 = 2$
$L = \sqrt{2}$

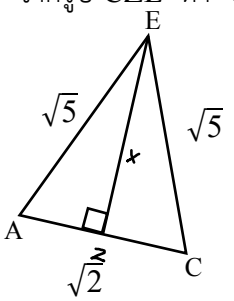
รูป CDEH เส้นทแยงมุมยาว

$L^2 = m^2 + n^2$
$L^2 = 2^2 + 1^2$
$L^2 = 4 + 1$
$L = \sqrt{5}$

รูป ADEF เส้นทแยงมุมยาว

$L^2 = m^2 + n^2$
$L^2 = 2^2 + 1^2$
$L^2 = 4 + 1$
$L = \sqrt{5}$

จากรูป CZE หา θ



$\sec\theta = \frac{\text{ฉาก}}{\text{ชิด}}$

$\sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\sec\theta = \sqrt{10}$

17. <u>ตอบ</u> ข้อ 2. $-\frac{3}{2}$

วิธีคิด ระยะระหว่างจุด(a,b) และ $(0, -\frac{5}{4})$

$$\sqrt{(a-0)^2 + (b+\frac{5}{4})^2}$$

ระยะระหว่างจุด(a,b) และ เส้นตรง $y = -\frac{3}{4}$