



ดิจิทัลประยุกต์ Digital Applications



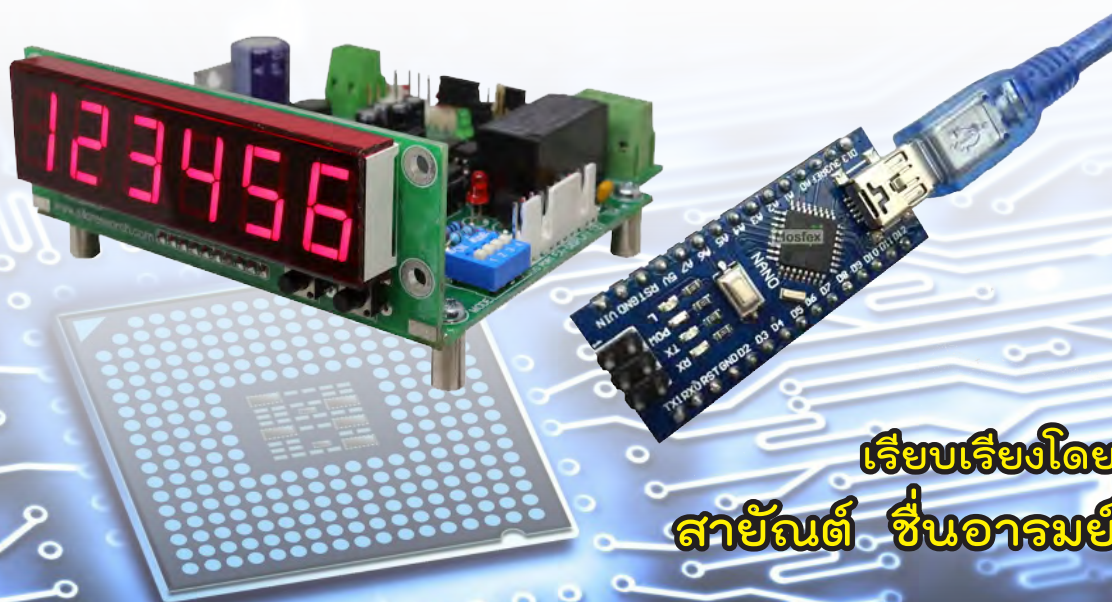
สาขานต์ ขึ้นอารมย์

100.-

ดิจิทัลประยุกต์ (Digital Applications)

รหัสวิชา 30104-2209

หมวดวิชาสมรรถนะวิชาชีพ กลุ่มสมรรถนะวิชาชีพเลือก
สาขางานไฟฟ้าการควบคุมทางอุตสาหกรรม
ประเภทวิชาอุตสาหกรรม สาขาวิชาไฟฟ้า
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2563
สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา (สอศ.)
กระทรวงศึกษาธิการ



เรียบเรียงโดย
สายัณต์ ชื่นอารมย์

ดิจิทัลประยุกต์ (Digital Applications)

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของหอสมุดแห่งชาติ

สายันต์ ชื่นอารมย์.

ดิจิทัลประยุกต์.-- กรุงเทพฯ : วังอักษร, 2563.

228 หน้า.

1. ดิจิทัลอิเล็กทรอนิกส์. 2. อิเล็กทรอนิกส์ -- คณิตศาสตร์. I. ชื่อเรื่อง.

621.381

ISBN 978-616-495-165-5

พิมพ์ครั้งที่ 1 พ.ศ. 2563

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย...



บริษัทวังอักษร จำกัด

69/3 ถนนอรุณอมรินทร์ แขวงวัดอรุณเขตบางกอกใหญ่ กรุงเทพฯ 10600

โทร. 0-2472-3293-5 โทรสาร 0-2891-0742 Mobile : 08-8585-1521

Facebook : สำนักพิมพ์ วังอักษร e-Mail : wangaksorn9@gmail.com

<http://www.wangaksorn.com> ID Line : @wangaksorn



สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

โดยบริษัทวังอักษร จำกัด ห้ามนำส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ไปทำซ้ำ ดัดแปลง

หรือเผยแพร่ต่อสาธารณชน ไม่ว่ารูปแบบใด ๆ

นอกจากได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรล่วงหน้าจากทางบริษัทฯ เท่านั้น

ชื่อและเครื่องหมายการค้าอื่น ๆ ที่อ้างอิงในหนังสือฉบับนี้

เป็นสิทธิโดยชอบด้วยกฎหมายของเจ้าของแต่ละราย

โดยบริษัทวังอักษร จำกัด มิได้อ้างความเป็นเจ้าของแต่อย่างใด

ดิจิทัลประยุกต์

(Digital Applications)

รหัสวิชา 30104-2209

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. เข้าใจหลักการออกแบบและคุณสมบัติของวงจรดิจิทัลแบบต่าง ๆ
2. สามารถประยุกต์ใช้งานวงจรดิจิทัลแบบต่าง ๆ ด้วยของจริงและหรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์
3. มีกิจนิสัยในการทำงานร่วมกับผู้อื่นด้วยความประณีต รอบคอบและปลอดภัย

สมรรถนะรายวิชา

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับโครงสร้าง สัญลักษณ์และหลักการทำงานของอุปกรณ์วงจรดิจิทัล
2. ออกแบบต่อวงจรลอจิก
3. ออกแบบประยุกต์ใช้ CPLD และ FPGA

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาและปฏิบัติเกี่ยวกับระบบเลขฐานต่าง ๆ ลอจิกเกต โครงสร้างของวงจรรวมประเภท TTL และ CMOS คณิตศาสตร์ของ Boolean และสมการ Logig, De Morgan's Theorem การวิเคราะห์วงจรคอมบินเนชัน การลดตัวแปรในฟังก์ชันวงจรคอมบินเนชัน วงจรมัลติเพล็กซ์ ดีมัลติเพล็กซ์ ดีโค้ดเดอร์ เอนโค้ดเดอร์ คอมพาราเตอร์ วงจรโมโนสเตเบิลและสัญญาณนาฬิกา ฟลิปฟล็อป วงจรนับและชิพรีจิสเตอร์แบบต่าง ๆ วงจรพื้นฐาน A/D และ D/A Converter และการนำไปใช้งาน โครงสร้างและการใช้งานหน่วยความจำ การออกแบบวงจรด้วยภาษา VHDL การประยุกต์ใช้ CPLD และ FPGA

คำนำ

วิชาดิจิทัลประยุกต์ รหัสวิชา 30104-2209 จัดอยู่ในหมวดสมรรถนะวิชาชีพ กลุ่มสมรรถนะวิชาชีพเลือก ประเภทวิชาอุตสาหกรรม สาขาวิชาช่างไฟฟ้า **ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2563** สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา (สอศ.) กระทรวงศึกษาธิการ ผู้เขียนได้บริหารสาระการเรียนรู้แบ่งเป็น 9 บทเรียน ได้จัดแผนการจัดการเรียนรู้/แผนการสอนที่มุ่งเน้นฐานสมรรถนะ (Competency Based) และการบูรณาการ (Integrated) ตรงตามจุดประสงค์รายวิชา สมรรถนะรายวิชา คำอธิบายรายวิชา ในแต่ละบทเรียนมุ่งให้ความสำคัญส่วนที่เป็นความรู้ ทฤษฎี หลักการ กระบวนการ ตัวอย่าง แบบฝึกปฏิบัติ และคำถามเพื่อการทบทวนเพื่อฝึกทักษะประสบการณ์ เร่งพัฒนาบทบาทของผู้เรียนเป็นผู้จัดการแสวงหาความรู้ (Explorer) เป็นผู้สอนตนเองได้ สร้างองค์ความรู้ใหม่ และบทบาทของผู้สอนเปลี่ยนจากผู้ให้ความรู้มาเป็นผู้จัดการชี้แนะ (Teacher Roles) จัดสิ่งแวดล้อมเอื้ออำนวยต่อความสนใจเรียนรู้และเป็นผู้ร่วมเรียนรู้ (Co-investigator) จัดห้องเรียนเป็นสถานที่ทำงานร่วมกัน (Learning Context) จัดกลุ่มเรียนรู้ให้รู้จักทำงานร่วมกัน (Grouping) ฝึกความใจกว้าง มุ่งสร้างสรรค์คนรุ่นใหม่ สอนความสามารถที่นำไปทำงานได้ (Competency) สอนความรัก ความเมตตา (Compassion) ความเชื่อมั่น ความซื่อสัตย์ (Trust) เป้าหมายอาชีพอันยังประโยชน์ (Productive Career) และชีวิตที่มีศักดิ์ศรี (Noble Life) เหนือสิ่งอื่นใด เป็นคนดีทั้งกาย วาจา ใจ มีคุณธรรม จรรยาบรรณทางธุรกิจและวิชาชีพ

ส่งเสริมสนับสนุนยุทธศาสตร์การพัฒนาระบบคุณวุฒิวิชาชีพ (Vocational Qualification System) สอดคล้องตามมาตรฐานอาชีพ (Occupational Standard) สร้างภูมิคุ้มกัน เพิ่มขีดความสามารถในการแข่งขันของประเทศ กำลังแรงงาน การพัฒนามาตรฐานการปฏิบัติงานระดับชาติ (National Benchmarking) และการวิเคราะห์หน้าที่การทำงาน (Functional Analysis) เพื่อให้เกิดผลสำเร็จในภาคธุรกิจ อุตสาหกรรม ทุกสาขาอาชีพ เป็นการเตรียมความพร้อมของผู้เรียนเข้าสู่สนามการแข่งขันในประชาคมอาเซียน

สายนต์ ชื่นอารมย์

สารบัญ



บทที่ 1 ระบบเลขฐาน

บทนำ	1
ระบบเลขฐาน	3
การแปลงระบบเลขฐาน	3
การบวกและลบเลขฐานสอง	4
คอมพลีเมนต์ (Complement)	7
การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้วงคอมพลีเมนต์	8
การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้ทวิคอมพลีเมนต์	9
การคูณและการหารเลขฐานสอง	11
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	12
ใบงานที่ 1.1 การปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ของระบบเลขฐานต่าง ๆ	14



บทที่ 2 ลอจิกเกต และไอซีดิจิทัล

ลอจิกเกต	17
แอนด์เกต (And Gate)	19
แนนด์เกต (Nand Gate)	20
ออร์เกต (Or Gate)	22
นอร์เกต (Nor Gate)	23
นอตเกต (Not Gate)	24
เอ็กส์คลูซีฟออร์เกต (Exclusive Or Gate)	24
เอ็กส์คลูซีฟนอร์เกต (Exclusive Nor Gate)	25
ข้อมูลไอซีดิจิทัลเบื้องต้น	27
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	36
ใบงานที่ 2.1 แอนด์เกต ออร์เกต และนอตเกต	38
ใบงานที่ 2.2 แนนด์เกต นอร์เกต เอ็กส์คลูซีฟออร์เกต และเอ็กส์คลูซีฟนอร์เกต	42

บทที่ 3 ปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ของวงจรถิจิทัล 47

บทนำ	49
คณิตศาสตร์ของบูลีน	49
ทฤษฎีของเดอมอร์แกน	53
สมการลอจิก	55
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	59
ใบงานที่ 3.1 คณิตศาสตร์ของบูลีน	62
ใบงานที่ 3.2 สมการลอจิกจากตารางความจริงของ 3 อินพุต	63

บทที่ 4 วงจรคอมบินเนชัน 64

ความหมายของวงจรคอมบินเนชัน	66
การวิเคราะห์วงจรคอมบินเนชัน	66
การลดตัวแปรในฟังก์ชัน	68
การออกแบบวงจรลอจิกโดยใช้เกตชนิดเดียว	71
วงจรคอมบินเนชันกับการประยุกต์ใช้งาน	73
วงจรบวกเลขฐานสอง	73
วงจรลบเลขฐานสอง	77
วงจรแปลงเลขฐานสองเป็นรหัสเกรย์	81
วงจรเข้ารหัสและวงจรถอดรหัส	85
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	91
ใบงานที่ 4.1 วงจรบวกเลขฐานสองแบบมีตัวทด	95
ใบงานที่ 4.2 วงจรลบเลขฐานสองแบบมีตัวยืม	98
ใบงานที่ 4.3 วงจรเข้ารหัส	101
ใบงานที่ 4.4 วงจรถอดรหัส	104

บทที่ 5 คุณสมบัติพื้นฐานของไอซีออปแอมป์ 107

บทนำ	109
สัญลักษณ์และวงจรภายในของไอซีออปแอมป์	109

ไอซีออปแอมป์ทางอุดมคติ	111
รายละเอียดไอซีออปแอมป์เบอร์ LM741	112
ตำแหน่งขาไอซีออปแอมป์เบอร์ LM741	113
แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าของไอซีออปแอมป์เบอร์ LM741	113
วงจรเปรียบเทียบแรงดันไฟฟ้าของไอซีออปแอมป์	115
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	118
ใบงานที่ 5.1 วงจรเปรียบเทียบแรงดันไฟฟ้า	121

บทที่ 6 ไอซีไทเมอร์ 123

บทนำ	125
โครงสร้างภายในไอซีไทเมอร์เบอร์ 555	125
วงจรอะสเตเบิลมัลติไวเบรเตอร์ที่ใช้ไอซี 555	127
วงจรโมนอสเตเบิลมัลติไวเบรเตอร์ที่ใช้ไอซีเบอร์ 555	130
วงจรทดสอบไอซีไทเมอร์เบอร์ 555	132
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	133
ใบงานที่ 6.1 ผลิตสัญญาณพัลส์โดยใช้ไอซีไทเมอร์เบอร์ 555	136
ใบงานที่ 6.2 วงจรโมนอสเตเบิลมัลติไวเบรเตอร์	139

บทที่ 7 ฟลิปฟลอปและวงจรรนับ 141

บทนำ	143
สัญญาณนาฬิกา	143
อาร์เอสฟลิปฟลอป	144
ทีฟลิปฟลอป	147
ดีฟลิปฟลอป	149
जेकेฟลิปฟลอป	150
วงจรรนับ	152
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	156
ใบงานที่ 7.1 วงจรฟลิปฟลอปและวงจรรนับเลขไบนารี	159

บทที่ 8 วงจรเลื่อนข้อมูล วงจรแสดงผลและหน่วยความจำ 164

วงจรเลื่อนข้อมูล	166
วงจรแสดงผล	172
หน่วยความจำ	175
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	177
ใบงานที่ 8.1 วงจรเลื่อนข้อมูลแบบอนุกรมเข้าและอนุกรมออก	180
ใบงานที่ 8.2 วงจรแสดงผลด้วยเซเวนเซกเมนต์	182

บทที่ 9 เรื่องอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับวงจรดิจิทัล 185

บทนำ	187
บล็อกไดอะแกรมวงจรมัลติเพล็กซ์เซอร์และวงจรดีมัลติเพล็กซ์เซอร์	187
วงจรมัลติเพล็กซ์เซอร์	188
วงจรดีมัลติเพล็กซ์เซอร์	191
วงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกกับดิจิทัล	195
พื้นฐานการเขียนภาษา VHDL สำหรับการออกแบบวงจรดิจิทัลเบื้องต้น	200
แบบทดสอบและกิจกรรมการฝึกทักษะ	201
ใบงานที่ 9.1 วงจรมัลติเพล็กซ์เซอร์ 4 อินพุต	204
ใบงานที่ 9.2 วงจรดีมัลติเพล็กซ์เซอร์ 4 เอาต์พุต	205
ใบงานที่ 9.3 วงจรแปลงสัญญาณจากแอนะล็อกเป็นดิจิทัล	206
ใบงานที่ 9.4 วงจรแปลงสัญญาณจากดิจิทัลเป็นแอนะล็อก	207

คำถามเพื่อการทบทวน 208

คำศัพท์ 212

บรรณานุกรม 217



บทที่ 1

ระบบเลขฐาน



แนวคิด

ระบบเลขฐานที่อยู่ในอุปกรณ์ดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ ประกอบด้วย ระบบเลขฐานสิบ ระบบเลขฐานสอง ระบบเลขฐานแปด และระบบเลขฐานสิบหก

ระบบเลขฐานสิบมีเลข 10 ตัว ประกอบด้วย 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

ระบบเลขฐานสองมีเลข 2 ตัว ประกอบด้วย 0, 1

ระบบเลขฐานแปดมีเลข 8 ตัว ประกอบด้วย 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7

ระบบเลขฐานสิบหกมีเลข 16 ตัว ประกอบด้วย 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14) และ F(15)



สาระการเรียนรู้

1. บทนำ
2. ระบบเลขฐาน
3. การแปลงระบบเลขฐาน
4. การบวกและการลบเลขฐานสอง
5. คอมพลิเมนต์
6. การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้วันคอมพลิเมนต์
7. การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้ทูคอมพลิเมนต์
8. การคูณและการหารเลขฐานสอง



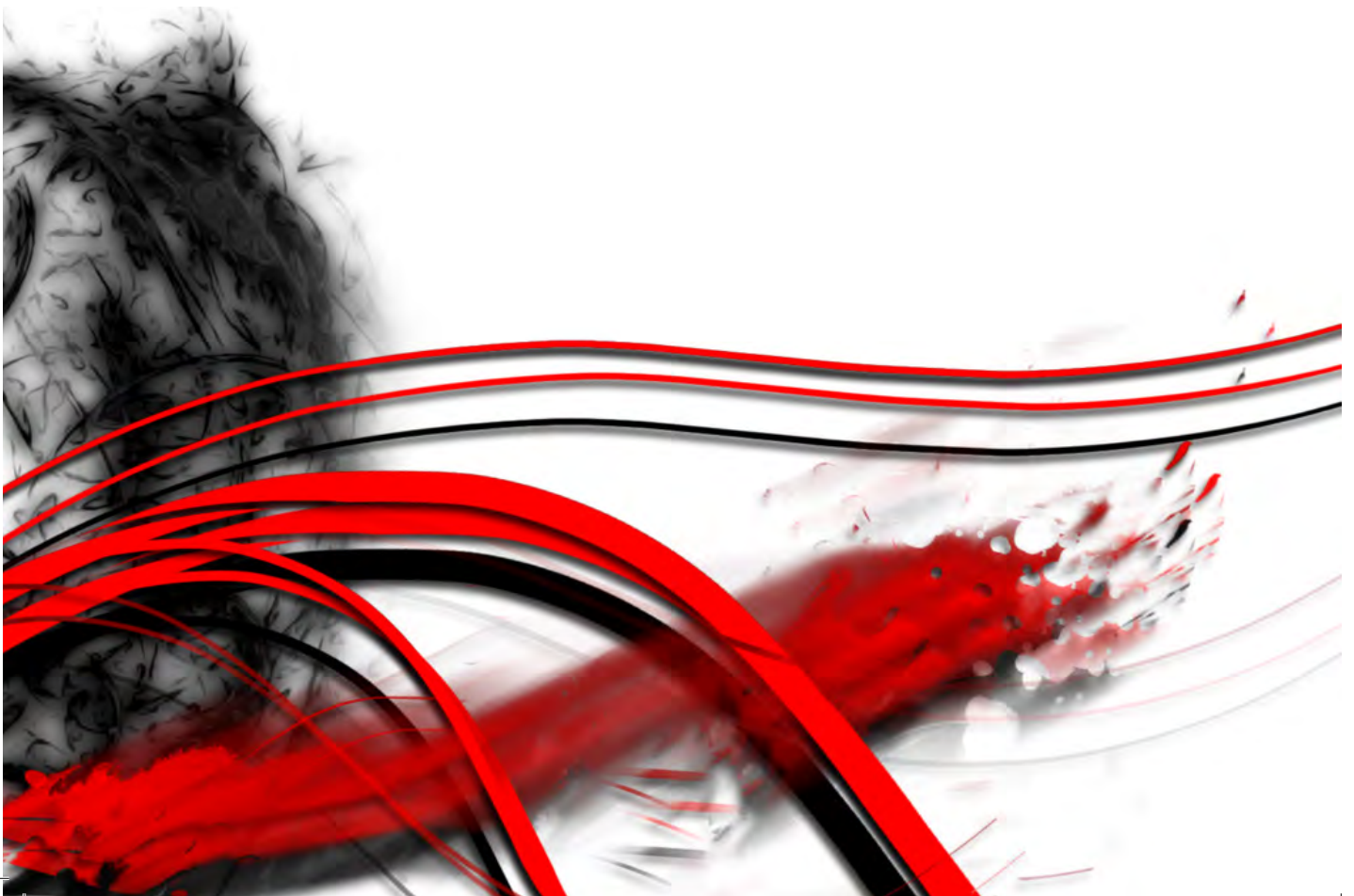
สมรรถนะประจำบท

1. ดำเนินการบวก ลบ คูณ และหารระบบเลขฐานสอง



จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. จำแนกระบบเลขฐาน
2. อธิบายการแปลงระบบเลขฐานต่าง ๆ ได้แก่ ระบบเลขฐานสิบ ระบบเลขฐานสอง ระบบเลขฐานแปด และระบบเลขฐานสิบหก
3. คำนวณการบวกและการลบเลขฐานสอง
4. อธิบายความหมายของคอมพลิเมนต์
5. พิสูจน์การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้วันคอมพลิเมนต์และทุคอมพลิเมนต์
6. คำนวณการคูณและการหารเลขฐานสอง



บทที่ 1

ระบบเลขฐาน



บทนำ

ระบบตัวเลขที่คุ้นเคยทั่วไป คือ **เลขฐานสิบ (Decimal Number)** มีสมาชิกทั้งหมด 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 เช่น วันนี้เบิกเงินฝากธนาคาร 3,500 บาท หรือขับรถยนต์ด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นต้น

ระบบเลขฐานที่ทำงานกับดิจิทัล (Digital) หรือคอมพิวเตอร์ (Computer) ที่สามารถรับรู้ข้อมูลและเข้าใจตรงกัน ได้แก่ ระบบเลขฐานสอง (Binary Number) ระบบเลขฐานแปด (Octal Number) และระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal Number)



ระบบเลขฐาน

วงจรรดิจิทัล (Digital Circuit) หมายถึง **วงจรรวม (Integrate Circuit)** ทางไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ เรียกว่า **ไอซี** นำมาผลิตเป็นเครื่องคำนวณต่าง ๆ เช่น เครื่องคิดเลข (Calculator) คอมพิวเตอร์ วงจรรดิจิทัลอิเล็กทรอนิกส์ขนาดเล็กที่ใช้ในงานไฟฟ้า และอิเล็กทรอนิกส์ เป็นต้น

ตัวอย่างเช่น เครื่องคิดเลข จะติดต่อสื่อสารกับมนุษย์ให้รับรู้และปฏิบัติตามคำสั่งได้จะต้องมีระบบเลขฐานสองเข้ามาเกี่ยวข้อง ทำให้เกิดความสัมพันธ์กับระบบเลขฐานอื่น ๆ ได้แก่ ระบบเลขฐานสิบ ระบบเลขฐานแปด และระบบเลขฐานสิบหก ที่ทำให้อุปกรณ์ดิจิทัลหรือคอมพิวเตอร์รับรู้ เข้าใจ และปฏิบัติตามคำสั่งของมนุษย์

ระบบเลขฐานสอง

ระบบเลขฐานสองประกอบด้วย ตัวเลข 2 ตัว คือ 0 กับ 1 เป็นระบบที่มีน้ำหนักแล้วเขียนในรูปแบบยกกำลังของระบบเลขฐานสอง ซึ่งตัวเลข (Digit) ที่มีน้ำหนักหรือตำแหน่งต่าง ๆ เรียกว่า **บิต (Bit)** โดยบิตทางซ้ายสุดจะมีน้ำหนักมากที่สุด เรียกว่า **บิตที่มีนัยสำคัญมากที่สุด (Most Significant Bit, MSB)** ส่วนบิตทางซ้ายสุดจะมีน้ำหนักน้อยที่สุด เรียกว่า **บิตที่มีนัยสำคัญน้อยที่สุด (Least – Significant Bit, LSB)**

ตัวอย่างระบบเลขฐานสอง เช่น $(110)_2$, $(1011011)_2$ เป็นต้น

ระบบเลขฐานแปด

ระบบเลขฐานแปดมีตัวเลข 8 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 เมื่อนำเลขเขียนเรียงกันจะใช้วงเล็บกำกับเช่นเดียวกับระบบเลขฐานสอง แต่จะมีเลข 8 ห้อยทางด้านล่างขวามือสุด เพื่อให้ทราบว่า เป็นเลขฐานแปด เช่น $(56)_8$, $(704)_8$ เป็นต้น

ระบบเลขฐานสิบหก

ระบบเลขฐานสิบหก มีตัวเลขและอักขรภาษาอังกฤษรวมทั้งหมด 16 ตัว ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E และ F ซึ่ง A ใช้แทน 10, B ใช้แทน 11, C ใช้แทน 12, D ใช้แทน 13, E ใช้แทน 14 และ F ใช้แทน 15 เช่น $(6E1)_{16}$, $(207A)_{16}$ เป็นต้น



การแปลงระบบเลขฐาน

ระบบเลขฐานต่าง ๆ สามารถแปลงกลับไป – มาได้ เช่น การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก โดยมีรายละเอียดดังนี้

การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง (Convert Decimal to Binary)

การแปลงเลขฐานสิบ (จำนวนเต็ม) เป็นเลขฐานสองมีวิธีการ คือ ให้นำตัวเลขฐานสิบเป็นตัวตั้ง แล้วหารด้วยสอง ส่วนการแปลงเลขฐานสิบซึ่งเป็นจุดทศนิยมเป็นเลขฐานสองจะต้องนำสองไปคูณ ดังตัวอย่างที่ 1.1 และ 1.2

ตัวอย่างที่ 1.1 จงแปลง $(15)_{10}$ เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ นำเลข 15 หารด้วย 2 ไปเรื่อย ๆ จนไม่สามารถจะหารต่ออีกได้

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)15} \\
 \underline{2 \overline{)7}} \quad \text{เศษ 1} \leftarrow \text{LSB} \\
 \underline{2 \overline{)3}} \quad \text{เศษ 1} \\
 \text{MSB} \rightarrow \underline{1} \quad \text{เศษ 1}
 \end{array}$$

$$\therefore (15)_{10} = (1111)_2$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.2 จงแปลง $(0.125)_{10}$ เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ นำเลขทศนิยม 0.125 คูณกับ 2 ไปเรื่อย ๆ ดังนี้

$$\begin{array}{r}
 0.125 \times \\
 \underline{2} \\
 0.250 \\
 \downarrow \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0.250 \times \\
 \underline{2} \\
 0.500 \\
 \downarrow \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0.500 \times \\
 \underline{2} \\
 1.000 \\
 \downarrow \\
 1
 \end{array}$$

คำตอบเรียงจากซ้ายไปขวา

$$\therefore (0.125)_{10} = (0.001)_2$$

ตอบ

หมายเหตุ อย่างไรก็ตามการแปลงเลขฐานสิบไปเป็นเลขฐานแปด และการแปลงเลขฐานสิบไปเป็นเลขฐานสิบหกก็มีความคล้ายคลึงกัน เพียงแต่เปลี่ยนเป็นเลข 8 และเลข 16

การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบ (Convert Hexadecimal to Decimal)

การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบ กระทำได้โดยนำค่าหลักของเลขแต่ละหลักมาคูณกับค่าของเลขฐานสิบหก จากนั้นนำผลคูณที่ได้รวมกัน ดังตัวอย่างที่ 1.3

ตัวอย่างที่ 1.3 จงแปลง $(2EF.8A)_{16}$ เป็นเลขฐานสิบ

วิธีทำ นำเลข 16 คูณกับเลขทุกหลัก แล้วนำเลข 16 ยกกำลังโดยเริ่มจากหลักที่สูงสุดไปเรื่อยจนถึงหลักที่ต่ำสุด จากนั้นนำค่าที่ได้มารวมกัน

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } (2EF.8A)_{16} &= (2 \times 16^2) + (E \times 16^1) + (F \times 16^0) + (8 \times 16^{-1}) + (A \times 16^{-2}) \\
 &= 512 + 224 + 15 + 0.5 + 0.0390625 \\
 &= 751.5390625 \\
 &\approx 751.54 \leftarrow \text{ค่าประมาณ}
 \end{aligned}$$

ตอบ

หมายเหตุ อย่างไรก็ตามการแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ และการแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบก็มีความคล้ายคลึงกัน เพียงแต่เปลี่ยนเป็นเลข 2 และเลข 8

การแปลงเลขฐานสอง เลขฐานแปดและเลขฐานสิบหก (Convert Binary Octal and Hexadecimal)

การแปลงเลขฐานสอง เลขฐานแปด และเลขฐานสิบหก นำเสนอการแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด และการแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก มีรายละเอียดดังนี้

1. การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด (Convert Binary to Octal)

การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด จะต้องแบ่งกลุ่มของตัวเลขฐานสองออกเป็นชุดละ 3 บิต เพื่อแปลงเป็นเลขฐานแปด แล้วนำมาติดเรียงกัน

ตัวอย่างที่ 1.4 จงแปลง $(1101.11)_2$ เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ 1. แบ่งตัวเลขฐานสองออกเป็นชุดละ 3 บิต โดยเลขฐานสองที่อยู่หน้าจุดทศนิยมให้นับเลขจากขวาไปซ้าย ส่วนเลขฐานสองที่อยู่หลังจุดทศนิยมให้นับเลขจากซ้ายไปขวา และถ้านับเลขไม่พอ 3 บิต ก็ให้ใส่เลขศูนย์

$$\begin{array}{ccc} \text{จะได้} & (001 \ 101 \ . \ 110)_2 & \\ & \longleftrightarrow & \\ & \text{(นับจากขวาไปซ้าย)} & \text{(นับจากซ้ายไปขวา)} \end{array}$$

2. นำเลขฐานสองชุดละ 3 บิต มาแทนด้วยเลขฐานแปด

$$\begin{array}{ccc} \text{จะได้} & (001 \ 101 \ . \ 110)_2 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 5 & . \ 6 \leftarrow \text{เลขฐานแปด} \end{array}$$

$$\therefore (1101.11)_2 = (15.6)_8$$

2. การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก (Convert Octal to Hexadecimal)

การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก มีวิธีการ คือ จะต้องแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสอง จากนั้นจึงแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหก ก็จะได้ผลลัพธ์การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก

ตัวอย่างที่ 1.5 จงแปลง $(607.45)_8$ เป็นเลขฐานสิบหก

วิธีทำ 1. การแปลง $(607.45)_8$ เป็นเลขฐานสองนั้นกระทำได้นำเลขฐานแปดมาแทนเป็นเลขฐานสองชุดละ 3 บิต

$$\begin{array}{ccc} \text{จะได้} & (607.45)_8 = (110 \ 000 \ 111 \ . \ 100 \ 101)_2 & \\ & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & \\ & (6 \ 0 \ 7 \ . \ 4 \ 5)_8 & \end{array}$$

2. นำเลข $(110 \ 000 \ 111 \ . \ 100 \ 101)_2$ แปลงเป็นเลขฐานสิบหกโดยแบ่งเลขฐานสองดังกล่าวเป็นชุดละ 4 บิต

$$\begin{array}{ccc} \text{จะได้} & (0001 \ 1000 \ 0111 \ . \ 1001 \ 0100)_2 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ (1 & 8 & 7 \ . \ 9 & 4)_{16} \end{array}$$

$$\therefore (607.45)_8 = (187.94)_{16}$$



การบวกและลบเลขฐานสอง

การบวกและลบเลขฐานสอง (Binary Addition and Subtraction) มีความสำคัญต่อการคำนวณทางดิจิทัลคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีตัวเลขเพียงสองตัว คือ 0 กับ 1

การบวกเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง จะใช้หลักเกณฑ์ ดังนี้

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ ทดไปยังหลักต่อไป คือ } 1$$

(เนื่องจาก $1 + 1 = 2$ ซึ่งเกินค่าของเลขฐานสอง ต้องนำ 2 ไปลบออกจากผลลัพธ์ คือ $2 - 2 = 0$ เราจึงใส่ 0 แล้วทดในหลักถัดไปอีก 1)

ตัวอย่างที่ 1.6 จงบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

$$1. (1001)_2 + (1101)_2$$

$$2. (10110)_2 + (10111)_2$$

$$3. (10.110)_2 + (111.011)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 1. \quad \begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline (1\ 0\ 1\ 1\ 0)_2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad \begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ +\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ \hline (1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad \begin{array}{r} 1\ 0.1\ 1\ 0 \\ +\ 1\ 1\ 1.0\ 1\ 1 \\ \hline (1\ 0\ 1\ 0.0\ 0\ 1)_2 \end{array} \end{array}$$

ตอบ

การลบเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสองจะใช้หลักเกณฑ์ ดังนี้

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ ยืมจากบิตที่มีน้ำหนักมากกว่ามา 1}$$

เนื่องจาก $0 - 1 = 1$ พบว่า ตัวตั้งน้อยกว่าตัวลบ จึงต้องยืมจากหลักหน้ามา 1 แต่จะมีค่าเท่ากับ 2 (เนื่องจากเป็นเลขฐานสอง) และหักออกจากตัวลบจะได้ผลลัพธ์เป็น 1

ตัวอย่างที่ 1.7 จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้

1. $(10110)_2 - (1101)_2$
2. $(101101)_2 - (10110)_2$
3. $(11001.1101)_2 - (1101.0111)_2$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 1. \quad \quad \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ _- \\ \quad \quad \quad \underline{1 \ 1 \ 0 \ 1} \\ \quad \quad \quad \underline{\underline{(1 \ 0 \ 0 \ 1)_2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad \quad \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ _- \\ \quad \quad \quad \underline{1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0} \\ \quad \quad \quad \underline{\underline{(1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1)_2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad \quad 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 . 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ _- \\ \quad \quad \quad \underline{1 \ 1 \ 0 \ 1 . 0 \ 1 \ 1 \ 1} \\ \quad \quad \quad \underline{\underline{(1 \ 1 \ 0 \ 0 . 0 \ 1 \ 1 \ 0)_2}} \end{array}$$

ตอบ



คอมพลีเมนต์ (Complement)

การลบเลขฐานสองโดยตรงนั้น ในทางปฏิบัติเป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากและซับซ้อน ดังนั้น จึงใช้วิธีการบวก โดยใช้หลักการที่ว่า การลบก็คือ การบวกด้วยเลขที่เป็นลบ ดังนั้น การลบโดยวิธีนี้ทำได้โดยการหาค่าลบของตัวลบ แล้วนำมาบวกกับตัวตั้ง ซึ่งเรียกวิธีการหาค่าลบของตัวลบนี้นี้ว่า **การทำคอมพลีเมนต์ (Complement)**

การคอมพลิเมนต์เลขฐานสองมี 2 รูปแบบ คือ

- 1'S Complement (วันคอมพลิเมนต์)
- 2'S Complement (ทุคอมพลิเมนต์)

รูปแบบของ **วันคอมพลิเมนต์** ของเลขฐานสอง คือ การกลับสถานะของตัวเลขฐานสองให้เป็นตรงข้าม นั่นคือ ถ้าเดิมเป็น 1 จะเปลี่ยนเป็น 0 หรือเปลี่ยนจาก 0 เป็น 1

รูปแบบของ **ทุคอมพลิเมนต์** ของเลขฐานสอง คือ ผลบวกของ วันคอมพลิเมนต์ กับเลข 1

ตัวอย่างที่ 1.8 จงหาค่าวันคอมพลิเมนต์ และทุคอมพลิเมนต์ของเลขฐานสองต่อไปนี้

1. $(1010101)_2$
2. $(100100)_2$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1. \text{ เลขฐานสอง} &= (1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1)_2 \\
 1'S \text{ Complement} &= (0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0)_2 \\
 2'S \text{ Complement} &= (0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0)_2 + \\
 &= \underline{\underline{(1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1)_2}} \\
 2. \text{ เลขฐานสอง} &= (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0)_2 \\
 1'S \text{ Complement} &= (0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 \\
 2'S \text{ Complement} &= (0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 + \\
 &= \underline{\underline{(1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)_2}}
 \end{aligned}$$

ตอบ



การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้วันคอมพลิเมนต์

การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้วันคอมพลิเมนต์ มีขั้นตอนดังนี้

1. หาค่าวันคอมพลิเมนต์ของตัวลบ (ก่อนทำวันคอมพลิเมนต์ จะต้องทำจำนวนบิตของตัวลบให้เท่ากับจำนวนบิตของตัวตั้ง โดยการเติม 0 จบครบจำนวนบิต)

2. นำค่าวันคอมพลิเมนต์บวกเข้ากับตัวตั้ง

3. พิจารณาตัวทดตัวสุดท้ายจากผลการบวก ดังนี้

3.1 ถ้ามีตัวทดตัวสุดท้ายให้นำตัวทอนั้นไปบวกเข้ากับหลักทางขวามือสุด ผลบวกที่ได้คือ คำตอบของการลบกัน และมีค่าเป็นบวก (+)

3.2 ถ้าไม่มีตัวทศน์สุดท้าย ให้นำผลบวกนั้นมาทำ วันคอมพลิเมนต์ อีกครั้ง ค่าที่ได้คือคำตอบของการลบกัน และมีค่าเป็นลบ (-)

ตัวอย่างที่ 1.9 จงลบเลขฐานสองด้วยวิธีวันคอมพลิเมนต์ ดังต่อไปนี้

1. $(10110)_2 - (1101)_2$
2. $(101101)_2 - (110100)_2$

วิธีทำ

1. $(10110)_2 - (1101)_2$

เนื่องจากตัวลบ คือ 1101 มี 4 บิต แต่ตัวตั้งมี 5 บิต ดังนั้น จึงเพิ่มจำนวนบิตด้วยการเติมเลข 0 ด้านหน้า จะได้ 01101

- วันคอมพลิเมนต์ ของ 01101 = 10010

- นำมาบวกกับตัวตั้ง
- $$\begin{array}{r} 10110 \\ + 10010 \\ \hline \textcircled{1}01000 \quad (\text{มีตัวทศน์}) \end{array}$$

- นำตัวทศน์มาบวก
- $$\begin{array}{r} 01000 \\ + 1 \\ \hline 1001 \end{array}$$

นั่นคือ $(10110)_2 - (1101)_2 = (1001)_2$

2. ตัวลบและตัวตั้งมีจำนวนบิตเท่ากันคือ $(101101)_2 - (110100)_2$

- วันคอมพลิเมนต์ ของ 110100 = 001011

- นำมาบวกกับตัวตั้ง
- $$\begin{array}{r} 101101 \\ + 001011 \\ \hline 111000 \quad (\text{ไม่มีตัวทศน์}) \end{array}$$

- นำผลบวกมาทำ วันคอมพลิเมนต์ จะได้

$$000111$$

นั่นคือ $(101101)_2 - (110100)_2 = (-111)_2$

ตอบ



การลบเลขฐานสองโดยวิธีใช้ทูลคอมพลีเมนต์

การลบเลขฐานสองด้วยวิธีการของวันคอมพลิเมนต์ จะมีข้อยุ่งยากที่ต้องนำตัวทศที่เกิดขึ้นจากบิตสูงสุดมารวมเข้าไปด้วย เพื่อตัดปัญหานี้จึงใช้วิธีทศคอมพลิเมนต์ มีขั้นตอน ดังนี้

1. ทำทุคอมพลิเมนต์ของตัวเอง
2. บวกตัวตั้งและตัวลบเข้าด้วยกัน
3. พิจารณาผลบวก ดังนี้
 - 3.1 ถ้ามีตัวทดตัวสุดท้ายให้ตัดทิ้ง ส่วนที่เหลือคือ คำตอบ และมีค่าเป็นบวก
 - 3.2 ถ้าไม่มีตัวทด ให้นำตัวเลขของผลบวกมาทำทุคอมพลิเมนต์อีกครั้ง ค่าที่ได้คือ คำตอบ

และมีค่าเป็นลบ

ตัวอย่างที่ 1.10 จงลบเลขฐานสองด้วยวิธีใช้ทูลคอมพลิเมนต์

1. $(11010)_2 - (1101)_2$
2. $(101101)_2 - (110100)_2$

วิธีทำ

1. เนื่องจากตัวเลข คือ 1101 มี 4 บิต แต่ตัวตั้งมี 5 บิต ดังนั้น จึงเพิ่มจำนวนบิตด้วยการเติมเลข 0 ด้านหน้า จะได้ 01101

- ทำทศคอมพลิเมนต์ ของ 01101 โดยใช้วันคอมพลิเมนต์ +1

$$\begin{array}{r} 10010 \\ + \quad 1 \\ \hline 10011 \end{array}$$

- นำมาบวกกัน

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \textcircled{1}\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \end{array} +$$

∴ ตัวทศด้านหน้าตัดทิ้งไป คำตอบคือ $(1101)_2$