

สถิติเชิงพื้นที่ สำหรับภูมิศาสตร์

SPATIAL STATISTICS
for GEOGRAPHY



สาวิตร์ รตโนภาส สุวรรณลี

สถิติเชิงพื้นที่สำหรับภูมิศาสตร์

Spatial Statistics for Geography

สาวิตรี รตโนภาส สุวรรณลี

สถิติเชิงพื้นที่สำหรับภูมิศาสตร์

Spatial Statistics for Geography

สาวิตรี รตโนภาส สุวรรณลี

พิมพ์ครั้งที่ 1 : สำนักพิมพ์สวนหนังสือ, พฤศจิกายน 2564

จำนวน 1,000 เล่ม

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

สาวิตรี รตโนภาส สุวรรณลี.

สถิติเชิงพื้นที่สำหรับภูมิศาสตร์ = Spatial Statistics for Geography.--

มหาสารคาม : ภาควิชาภูมิศาสตร์ คณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2564.
214 หน้า.

1. ภูมิศาสตร์คณิตศาสตร์. 2. ภูมิศาสตร์ -- ระเบียบวิธีทางสถิติ. 3. ภูมิศาสตร์ --
คณิตศาสตร์. I. ชื่อเรื่อง.

526

ISBN 978-616-588-191-3

สงวนสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติการพิมพ์

ห้ามทำสำเนาหรือคัดลอกแบบหนังสือเล่มนี้ไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใด

โดยมิได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้เขียน

จัดพิมพ์โดย สำนักพิมพ์สวนหนังสือ 189 หมู่ 12 ราชวดีการ์เด็นวิลล์

ต.ท่าขอนยาง อ.กันทรวิชัย จ.มหาสารคาม 44150

จัดจำหน่ายโดย คณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ต.ขามเรียง อ.กันทรวิชัย จ.มหาสารคาม 44150

| คำนำ |

หนังสือ สถิติเชิงพื้นที่สำหรับภูมิศาสตร์ (Spatial Statistics for Geography) เรียบเรียงขึ้นจากปัญหาที่ผู้เขียนประสบพบเจอในฐานะอาจารย์ผู้สอนในสาขาภูมิศาสตร์ ซึ่งนิสิตส่วนใหญ่มีความลำบากในการทำความเข้าใจสถิติ แม้ว่าปัจจุบันสื่อออนไลน์จะมีการนำเสนอ แต่ส่วนใหญ่เป็นภาษาอังกฤษ ดังนั้นความยุ่งยากจึงเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าเมื่อวิชาสถิติก็เป็นเรื่องที่ยากในการทำความเข้าใจ

การศึกษาทางด้านภูมิศาสตร์ เป็นการศึกษาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นบนพื้นที่ต่างๆ บนโลก รวมทั้งปรากฏการณ์ที่มีได้เกิดขึ้นบนโลก แต่มีผลเกี่ยวข้องกับพื้นที่ต่างๆ ที่เราอาศัยอยู่ ข้อมูลทางภูมิศาสตร์จึงเป็นข้อมูลที่มีลักษณะที่หลากหลายทั้งเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณของปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นบนพื้นที่ศึกษานั้น ข้อมูลภูมิศาสตร์ที่หลากหลายนี้อัตลักษณ์ที่สำคัญได้แก่ การเป็นข้อมูลเชิงพื้นที่ ซึ่งปรากฏเห็นในรูปแบบของแผนที่ (map) ที่ประกอบไปด้วยสัญลักษณ์ ชื่อสถานที่ และคำอธิบายข้อมูลที่ใช้เป็นตัวแทนสื่อความหมายพื้นที่จริงที่ปรากฏบนโลกภายใต้แนวคิดเทคโนโลยีระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ (Geographic Information System : GIS) สื่อสัญลักษณ์ต่างๆ บนแผนที่จะถูกจัดเก็บในลักษณะพิกัดแสดงตำแหน่งของจุด (point) เส้น (line) และพื้นที่รูปปิดหรือพื้นที่ (polygon/area) ในส่วนข้อมูลเชิงพื้นที่ (spatial data) สำหรับชื่อสถานที่และคำอธิบายข้อมูลสัญลักษณ์ต่างๆ จะถูกจัดเก็บไว้ในส่วนที่เรียกว่า ข้อมูลอรรถาธิบาย (attribute data) ซึ่งเป็นส่วนข้อมูลที่ไม่อยู่ในเชิงพื้นที่ (non-spatial data)

การใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลตัวเลขทั้งในส่วนข้อมูลเชิงพื้นที่และข้อมูลที่ไม่อยู่ในเชิงพื้นที่ จะเป็นประโยชน์ในการสร้างความรู้ความเข้าใจในปรากฏการณ์ที่ศึกษาในมิติเชิงพื้นที่มากยิ่งขึ้น สำหรับนิสิตด้านภูมิศาสตร์ระดับปริญญาตรีและปริญญาโท หรือผู้ที่สนใจทั่วไปที่ไม่คุ้นเคยกับวิธีการทางสถิติ รวมทั้งข้อจำกัดด้านภาษาอังกฤษอาจมีปัญหพอสมควรในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้วิธีการทางสถิติกับข้อมูลเชิงปริมาณในงานภูมิศาสตร์ โดยเฉพาะการวิเคราะห์ทางสถิติข้อมูลเชิงพื้นที่

ดังนั้นหนังสือเล่มนี้จึงประกอบไปด้วยเนื้อหาทั้งหมด 7 บท โดยแบ่งเป็นสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นสถิติทั่วไปและส่วนที่เป็นสถิติเชิงพื้นที่ เพื่อให้ผู้อ่านได้เห็นความเกี่ยวข้องและสามารถวิเคราะห์ข้อมูลทั้งสองประเภทนี้ได้ เนื่องจากสถิติเชิงพื้นที่ส่วนใหญ่ก็เป็นการดัดแปลงขยายความและเพิ่มเติมหลักการของสถิติทั่วไป โดยส่วนของสถิติทั่วไปประกอบด้วยเรื่องค่าวัดแนวโน้มสู่ศูนย์กลาง (measure of central tendency) ค่าแสดงการกระจายของข้อมูล (measure of dispersion) ความสัมพันธ์ของข้อมูลภูมิศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นตรงและสหสัมพันธ์ (linear regression and correlation analysis) ในขณะที่เนื้อหาส่วนของสถิติเชิงพื้นที่ประกอบด้วยเรื่องค่าวัดแนวโน้มสู่ศูนย์กลางของข้อมูลเชิงพื้นที่ (measure of spatial central tendency) ค่าวัดการกระจายของข้อมูลเชิงพื้นที่ (measure

of spatial dispersion) การวิเคราะห์แบบแบ่งส่วนพื้นที่ (quadrat analysis) การวิเคราะห์ดัชนีย่านใกล้เคียง (nearest neighbor analysis) สหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่แบบครอบคลุม (global indicator of spatial autocorrelation) ค่าสหสัมพันธ์เชิงพื้นที่แบบเฉพาะ (local indicator of spatial association; LISA) แบบจำลองการถดถอยแบบเส้นตรงเชิงพื้นที่ (spatial linear regression model) และการวิเคราะห์การถดถอยแบบถ่วงน้ำหนักทางภูมิศาสตร์ (geographic weighted regression; GWR)

หนังสือเล่มนี้ได้อธิบายหลักการ พร้อมแสดงตัวอย่างการคำนวณประกอบเพื่อให้ผู้อ่านสามารถเข้าใจเนื้อหาแต่ละเรื่องได้ง่ายขึ้น อย่างไรก็ตามเนื้อหาบางเรื่องที่มีความซับซ้อนในการแสดงการคำนวณ ผู้เขียนได้วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่นิยมใช้กันในสาขาภูมิศาสตร์และแสดงการตีความจากผลการวิเคราะห์ประกอบด้วย เพื่อให้ผู้อ่านเข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้น

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อนิสิต นักวิจัยและบุคคลทั่วไปที่จะนำความรู้ทางสถิติไปประยุกต์ใช้ในการเรียนและการวิจัย หากหนังสือเล่มนี้มีข้อผิดพลาดหรือไม่สมบูรณ์ประการใด ผู้เขียนยินดีรับฟังข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงและแก้ไขในการจัดพิมพ์ครั้งต่อไป ผู้เขียนขอขอบคุณล่วงหน้ามา ณ โอกาสนี้

สาวิตรี รตโนภาส สุวรรณลี

กิตติกรรมประกาศ

การเรียบเรียงหนังสือสถิติเชิงพื้นที่สำหรับภูมิศาสตร์ ได้รับการสนับสนุนการพิมพ์จากคณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม และภาควิชาภูมิศาสตร์ คณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ที่ให้โอกาสได้ใช้ความรู้ทางด้านภูมิศาสตร์ เผยแพร่ให้กับผู้เรียนในหลักสูตรภูมิศาสตร์

ผู้เขียนขอแสดงความสำนึกในพระคุณของคณาจารย์ทางด้านภูมิศาสตร์ทุกระดับการศึกษาที่เป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้ด้านภูมิศาสตร์ เครือข่ายคณาจารย์มหาวิทยาลัยต่างๆ ทางด้านภูมิศาสตร์ให้ความรู้ คำแนะนำและสร้างโอกาสในวิชาชีพของผู้เขียนมาโดยตลอด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการได้รับโอกาสศึกษาต่อปริญญาเอก อาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ความรู้การวิเคราะห์สถิติเชิงพื้นที่ด้วยระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ จนกระทั่งพบเจอปัญหาการเรียนการสอนการวิเคราะห์สถิติเชิงพื้นที่ ในรายวิชาการเก็บวิธีวิจัยและโครงการวิจัยทางภูมิศาสตร์ ผู้เรียนไม่เข้าใจที่มาชุดคำสั่งการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงพื้นที่โดยใช้โปรแกรมระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์และการนำไปใช้ ส่งผลให้การวิเคราะห์ข้อมูลพบข้อผิดพลาด

อนึ่งผู้เขียนขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ รองศาสตราจารย์ ดร.สุเพชร จิระจรรกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงษ์อินทร์ รักอริยะธรรม กรุณาตรวจทานพร้อมทั้งให้คำแนะนำเพิ่มเติมความสมบูรณ์ของหนังสือให้สำเร็จด้วยดี ขอขอบคุณผู้ร่วมงานของผู้เขียนผู้ช่วยศาสตราจารย์ ไพบุลย์ บุญไชย และอาจารย์จตุรงค์ สมอาจ ที่ร่วมแลกเปลี่ยนความคิดเห็นด้านเนื้อหา และศิษย์สาขาภูมิศาสตร์ นายธนพล บุตรช่วง และนางสาวยุภาพร ไชยแสน จัดทำภาพประกอบ

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอสำนึกในพระคุณของบิดามารดา ถึงแม้ท่านล่วงลับไปแล้ว ท่านเป็นผู้ที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจแก่ผู้เขียนมาโดยตลอด และครอบครัวที่เป็นแรงผลักดันสนับสนุนจนสามารถก้าวมาถึง ณ จุดนี้...

สาวิตรี รตนภาส สุวรรณลี

	หน้า
บทที่ 1 แผนที่: ข้อมูลเชิงพื้นที่และข้อมูลอรรถาธิบาย	17
บทนำ	18
วิวัฒนาการสถิติเชิงพื้นที่	18
ลักษณะข้อมูลแผนที่	22
ระบบพิกัด	28
แบบฝึกหัด	38
เอกสารอ้างอิง	39
บทที่ 2 แนวโน้มสู่ศูนย์กลางและการกระจายข้อมูลภูมิศาสตร์	43
บทนำ	44
ประเภทของสถิติ	44
ค่าวัดแนวโน้มสู่ศูนย์กลาง	44
ค่าวัดการกระจายของข้อมูล	46
แบบฝึกหัด	54
เอกสารอ้างอิง	55
บทที่ 3 แนวโน้มสู่ศูนย์กลางเชิงพื้นที่และการกระจายเชิงพื้นที่	59
บทนำ	60
ค่าวัดแนวโน้มสู่ศูนย์กลางเชิงพื้นที่	60
ค่าวัดการกระจายของข้อมูลเชิงพื้นที่	67
แบบฝึกหัด	73
เอกสารอ้างอิง	74
บทที่ 4 การวิเคราะห์แบบรูป	77
บทนำ	78
การวิเคราะห์แบบแบ่งส่วนพื้นที่	78
การวิเคราะห์เชิงพื้นที่โดยใช้ดัชนีย่านใกล้เคียง	86
สหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่แบบครอบคลุม	93
สิ่งที่ควรพิจารณาในการวิเคราะห์แบบรูป	105
แบบฝึกหัด	109
เอกสารอ้างอิง	111

	หน้า
บทที่ 5 ความสัมพันธ์เชิงพื้นที่แบบเฉพาะ	113
ค่าสหสัมพันธ์เชิงพื้นที่แบบเฉพาะ	114
วิธี Local Moran's I หรือ Local Moran statistic	114
วิธี Local G-Statistics (Getis-Ord G_i^* และ Getis-Ord G_i^*)	120
แบบฝึกหัด	126
เอกสารอ้างอิง	125
บทที่ 6 ความสัมพันธ์ของข้อมูลภูมิศาสตร์โดยใช้การถดถอยเชิงเส้นตรงและสหสัมพันธ์	127
บทนำ	128
การวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่าย	128
การวิเคราะห์สหสัมพันธ์	134
การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นตรงพหุคูณ	143
แบบฝึกหัด	151
เอกสารอ้างอิง	152
บทที่ 7 การวิเคราะห์การถดถอยแบบเส้นตรงเชิงพื้นที่	155
บทนำ	156
แบบจำลองการถดถอยแบบเส้นตรงเชิงพื้นที่	157
แบบจำลอง Spatial Lag	160
แบบจำลอง Spatial Error	161
การวิเคราะห์การถดถอยแบบถ่วงน้ำหนักทางภูมิศาสตร์	174
แบบฝึกหัด	178
เอกสารอ้างอิง	180
เฉลยแบบฝึกหัด	183
บรรณานุกรม	203
ดัชนีคำค้น	211

| สารบัญภาพ |

	หน้า
ภาพที่ 1 ข้อมูลเวกเตอร์แบบจุด เส้น พื้นที่รูปปิด	23
ภาพที่ 2 ลักษณะข้อมูลค่าพิกัดแบบเวกเตอร์ (vector) และแรสเตอร์ (raster)	24
ภาพที่ 3 ความละเอียดของภาพ (resolution) และขนาดของจุดภาพ (pixel)	
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	25
ภาพที่ 4 การเปรียบเทียบลักษณะข้อมูลแบบเวกเตอร์ (vector) และแรสเตอร์ (raster)	25
ภาพที่ 5 การเชื่อมโยงข้อมูลเวกเตอร์รูปแบบจุดกับข้อมูลอรรถาธิบาย	26
ภาพที่ 6 นามบัญญัติ	27
ภาพที่ 7 อันดับมาตรา (a) และช่วงมาตรา (b)	27
ภาพที่ 8 แผนที่ภูมิประเทศ L7018	29
ภาพที่ 9 การวัดระยะทางในแผนที่คำนวณค่าระยะจุดและลองจิจูด	30
ภาพที่ 10 การอ่านค่าพิกัดกริดบนแผนที่	33
ภาพที่ 11 ลักษณะระบบพิกัด 3 มิติ (X, Y, Z)	34
ภาพที่ 12 ระบบพิกัดคาร์ทีเซียน	35
ภาพที่ 13 ระยะทางบนแผนที่ภูมิประเทศ	36
ภาพที่ 14 การประมาณค่า (a) การถ่วงน้ำหนักแบบระยะทางผกผันและ (b) คริกิง	37
ภาพที่ 15 ความสัมพันธ์ของค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยมเมื่อข้อมูลมีการกระจายเบ้ซ้าย (a) กระจายแบบปกติ (b) และกระจายเบ้ขวา (c)	45
ภาพที่ 16 การกระจายแบบปกติของข้อมูล	47
ภาพที่ 17 แผนที่แสดงจำนวนประชากรกับขนาดพื้นที่รายจังหวัด	
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	52
ภาพที่ 18 แผนที่แสดงความหนาแน่นของประชากรรายจังหวัด	
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	53
ภาพที่ 19 แผนที่แสดงค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของประชากรรายจังหวัด	
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	53
ภาพที่ 20 ตำแหน่งของค่าเฉลี่ยศูนย์กลาง (a) และค่าเฉลี่ยศูนย์กลางถ่วงน้ำหนัก (b) ซึ่งค่าเฉลี่ยศูนย์กลางถ่วงน้ำหนักจะเข้าใกล้ตำแหน่งที่มีจำนวนประชากรมากกว่า	62
ภาพที่ 21 ค่าเฉลี่ยศูนย์กลาง (a) และค่าเฉลี่ยศูนย์กลางถ่วงน้ำหนัก (b) ของตำแหน่งพิกัด 6 อำเภอ	63

ภาพที่ 22	ความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐานของตำแหน่งพิกัด (<i>a</i>) และค่ามัธยฐานของตำแหน่งพิกัดถ่วงน้ำหนักที่มีจำนวนประชากร (<i>b</i>)	65
ภาพที่ 23	ค่ามัธยฐานของตำแหน่งพิกัด (<i>a</i>) และค่ามัธยฐานของตำแหน่งพิกัดถ่วงน้ำหนัก (<i>b</i>) ของตำแหน่งพิกัด 6 อำเภอ จังหวัดมหาสารคาม	67
ภาพที่ 24	ส่วนประกอบของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของวงรี	71
ภาพที่ 25	ลักษณะแบบรูปการกระจายแบบเกาะกลุ่ม (clustered) การกระจายแบบสุ่ม (observed) และแบบการจัดกระจาย (dispersed)	79
ภาพที่ 26	ข้อมูลจำนวนผู้สูงอายุในแต่ละกริด	82
ภาพที่ 27	ทั้ง <i>a</i> และ <i>b</i> มีแบบรูปการกระจายเหมือนกัน	85
ภาพที่ 28	ค่า <i>R</i> และการกระจายตัว	87
ภาพที่ 29	แบบรูปการกระจายเชิงพื้นที่ เมื่อจัดกลุ่มโดยใช้ z-score	90
ภาพที่ 30	การกระจายตัวของชื่อหมู่บ้าน อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม	91
ภาพที่ 31	การแปลความหมายจาก z-score ของ Global Moran's <i>I</i>	96
ภาพที่ 32	พื้นที่ 6 แปลง ในพื้นที่ศึกษา	96
ภาพที่ 33	การแปลความหมายค่า z-score ของค่า Geary's ratio	103
ภาพที่ 34	รายละเอียดขนาดของพื้นที่และมาตราส่วน บริเวณอำเภอเมืองมหาสารคาม	103
ภาพที่ 35	แผนที่มาตราส่วนเล็กแสดงข้อมูลเป็นจุดและมาตราส่วนใหญ่ แสดงข้อมูลพื้นที่รูปปิด	106
ภาพที่ 36	การเปรียบเทียบลักษณะการกระจายตามขอบเขตพื้นที่	107
ภาพที่ 37	การบิดเบี้ยวของเส้นโครงแผนที่	108
ภาพที่ 38	ประชากรใน 7 ตำบล ของอำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี	110
ภาพที่ 39	การแปลความหมายจาก z-score ของ Local Moran's <i>I</i>	116
ภาพที่ 40	การเกาะกลุ่มของพื้นที่ (ตำบล) ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือด้วยวิธี Local Moran's <i>I</i>	117
ภาพที่ 41	การเกาะกลุ่มของพื้นที่ (ตำบล) ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือด้วยวิธี Getis-Ord G_i^*	118
ภาพที่ 42	ตัวอย่างพื้นที่ศึกษา 6 พื้นที่	119
ภาพที่ 43	การแปลความหมายจาก z-score ของ G_i^*	123
ภาพที่ 44	ทิศทางความสัมพันธ์ของ <i>x</i> และ <i>y</i>	130

ภาพที่ 45	แผนที่แสดงค่าแรงขั้นต่ำและจำนวนโรงงานอุตสาหกรรม ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	138
ภาพที่ 46	ความแตกต่างของหลักการระหว่างวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) วิธี spatial lag และวิธี spatial error	158
ภาพที่ 47	วิธีการเลือกใช้แบบจำลองในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง Spatial lag model และ Spatial error model	159
ภาพที่ 48	แสดงพื้นที่ 6 อำเภอในจังหวัดมหาสารคาม	162
ภาพที่ 49	การคาดประมาณประชากร ปี 2555 บริเวณภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ด้วยเทคนิคการถดถอยแบบถ่วงน้ำหนักทางภูมิศาสตร์ (GWR)	177
ภาพที่ 50	การคาดประมาณประชากร ปี 2562 บริเวณภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ด้วยเทคนิคการถดถอยแบบถ่วงน้ำหนักทางภูมิศาสตร์ (GWR)	177
ภาพที่ 51	ค่า z-score และค่าวิกฤติในการวิเคราะห์ด้วย Global Moran's I	192
ภาพที่ 52	ค่า z-score และค่าวิกฤติในการวิเคราะห์ด้วย Geary's ratio	194
ภาพที่ 53	ค่า z-score และค่าวิกฤติในการวิเคราะห์ด้วย Local Moran's I	196
ภาพที่ 54	ค่า z-score และค่าวิกฤติของการวิเคราะห์ด้วย G_i^*	197

| สารบัญตาราง |

	หน้า
ตารางที่ 1 จำนวนประชากร ขนาดพื้นที่และความหนาแน่นของประชากร ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ปี 2563	49
ตารางที่ 2 จำนวนคู่การแต่งงานข้ามชาติในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	54
ตารางที่ 3 ตำแหน่งพิกัดของ 6 อำเภอ จังหวัดมหาสารคาม	61
ตารางที่ 4 ตำแหน่งพิกัดของ 6 อำเภอ และค่าเฉลี่ยศูนย์กลางถ่วงน้ำหนัก	62
ตารางที่ 5 ตำแหน่งพิกัดของ 6 อำเภอ และค่าเฉลี่ยศูนย์กลางถ่วงน้ำหนัก (ต่อ)	63
ตารางที่ 6 ระยะทางมาตรฐานและระยะทางมาตรฐานถ่วงน้ำหนัก ของตำแหน่งพิกัด 6 อำเภอ จังหวัดมหาสารคาม	68
ตารางที่ 7 ระยะทางมาตรฐานและระยะทางมาตรฐานถ่วงน้ำหนัก ของตำแหน่งพิกัด 6 อำเภอ จังหวัดมหาสารคาม (ต่อ)	69
ตารางที่ 8 ตำแหน่งพิกัด 5 โรงพยาบาลส่งเสริมส่วนตำบลในอำเภอเชียงยืน จังหวัดมหาสารคาม	73
ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลผู้สูงอายุมากกว่า 80 ปีขึ้นไป กับลักษณะการกระจายแบบสุ่มแบบปัวซอง	83
ตารางที่ 10 การเปรียบเทียบการกระจายของฟาร์มไก่ในจังหวัดฉะเชิงเทรา โดยใช้ไคสแควร์	84
ตารางที่ 11 ชื่อหมู่บ้านลักษณะกายภาพประเภทแหล่งน้ำ อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม	92
ตารางที่ 12 การแปลความหมายค่า Z-score ของ Global Moran's I	95
ตารางที่ 13 ค่าถ่วงน้ำหนัก (w_{ij}) ตามวิธี binary connectivity	97
ตารางที่ 14 การแปลความหมายค่า Z-score ของ Geary's ratio	102
ตารางที่ 15 การเกิดอาชญากรรมในพื้นที่อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ปี 2564	109
ตารางที่ 16 การกระจายของชื่อหมู่บ้านประเภทพืชพรรณ	109
ตารางที่ 17 การแปลความหมายค่า z-score ของ Local Moran's I	116
ตารางที่ 18 การแปลความหมายค่า z-score ของ Getis Ord G_i และ G_i^*	122
ตารางที่ 19 จำนวนผู้ติดเชื้อและจำนวนผู้เสียชีวิตจากโรคโควิด-19	132
ตารางที่ 20 อธิบายความหมายของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	135
ตารางที่ 21 การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r)	137
ตารางที่ 22 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สันระหว่างภูมินาม กับปัจจัยลักษณะทางกายภาพ	140

ตารางที่ 23	การวิเคราะห์ข้อมูลปริมาณฝุ่นละอองขนาดเล็ก (PM2.5) และความเร็วลม	141
ตารางที่ 24	วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเพื่อให้ได้สมการถดถอยที่เหมาะสม	144
ตารางที่ 25	ข้อมูลค่าฝุ่นละอองขนาดเล็ก PM2.5 ในภาคเหนือของประเทศไทย	146
ตารางที่ 26	การทำวัคซีนโควิด-19 และอัตราการตายต่อ 100,000 ประชากร ของ 7 ประเทศ	151
ตารางที่ 27	ผลจากการวิเคราะห์การถดถอยด้วย OLS, Spatial lag model และ Spatial error model	170





Spatial Statistics for

GEOGRAPHY

สถิติเชิงพื้นที่สำหรับภูมิศาสตร์

Spatial Statistics for Geography



Spatial Statistics for

GEOGRAPHY

1

แผนที่ : ข้อมูลเชิงพื้นที่และข้อมูลอรรถาธิบาย
(Map: Spatial Data and Attribute Data)

บทนำ

ภูมิศาสตร์ เป็นศาสตร์ทางพื้นที่ (spatial science) ที่มีความเชื่อมโยงระหว่างมิติทางวิทยาศาสตร์กับสังคมบนรากฐานของสถานที่ (place) ระยะเวลาหรือพื้นที่ (space) และลำดับขนาด (scale) ภูมิศาสตร์เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ที่ตั้งของปรากฏการณ์ที่กระจายไปตามพื้นที่ (ตำแหน่ง ระยะทาง ทิศทาง ขนาด รูปร่าง) และเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ทางพื้นที่ที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างสิ่งแวดล้อมและกิจกรรมของมนุษย์ก่อให้เกิดการจัดรูปทางพื้นที่ลักษณะเฉพาะของสถานที่ ซึ่งมีลักษณะเฉพาะที่แตกต่างจากสถานที่อื่นๆ เพื่ออธิบายแบบแผนของที่ตั้งหรือปฏิสัมพันธ์ทางพื้นที่อย่างเป็นระบบตั้งแต่ระดับท้องถิ่น ระดับภูมิภาค และระดับโลก (กุลยา วิวิตเสวี, 2554; Haggett, 2001)

แหล่งที่มาของข้อมูลในการรวบรวมข้อมูลปรากฏการณ์ของสถานที่ (place) ทำเลที่ตั้ง (location) แสดงให้เห็นรูปร่างของปรากฏการณ์มีลักษณะเป็นระยะทางที่ ได้แก่ แผนที่ ภาพถ่ายจากดาวเทียม ภาพถ่ายทางอากาศ ซึ่งข้อมูลเหล่านี้สามารถนำมากำหนดตำแหน่งทางภูมิศาสตร์และอธิบายลักษณะปรากฏการณ์ทางพื้นที่ในแต่ละช่วงเวลา จึงจำเป็นต้องเข้าใจลักษณะข้อมูลภูมิศาสตร์ และการอ่านค่าตำแหน่งทางภูมิศาสตร์ในแผนที่ภูมิประเทศ

วิวัฒนาการสถิติเชิงพื้นที่

ภูมิศาสตร์ในอดีตมุ่งศึกษาในเชิงคุณภาพ (qualitative) มากกว่าเชิงปริมาณ (quantitative) โดยใช้วิธีการสังเกต บรรยาย หรือพรรณนาเป็นหลัก การอธิบายผลการศึกษาเชิงพรรณนา โดยขาดข้อมูลเชิงปริมาณรองรับ อาจลดทอนความชัดเจนในการเสนอผล รวมทั้งลดทอนจุดแข็ง ในการแสดงผลข้อมูลแผนที่เชิงปริมาณ ภายหลังจากภูมิศาสตร์จึงสนใจศึกษาเชิงปริมาณมากขึ้น โดยใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิธีอุปมาน (inductive method) ด้วยการนำเทคนิคทางปริมาณวิเคราะห์ (quantitative techniques) และวิธีการทางสถิติ (statistical techniques) ตลอดจนมีการนำคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยวิเคราะห์ข้อมูลอย่างเป็นระบบและมีระเบียบแบบแผน การปรับปรุงเปลี่ยนแปลงทั้งแนวคิดและวิธีการศึกษาวิจัยดังกล่าว เรียกว่าการปฏิวัติเชิงปริมาณวิเคราะห์ในวิชาภูมิศาสตร์ (quantitative revolution in geography) (วิชัย ศรีคำ, 2531)

ปัจจุบันมีการใช้วิธีการทางสถิติในการวิจัยเชิงวิชาการทุกสาขา หรืออาจจะกล่าวได้ว่าทุกที่ที่มีการรวบรวมข้อมูลและสรุปผล หรือที่ใดก็ตามที่มีการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลขหรือดำเนินการวิจัย วิธีการหรือเทคนิคทางสถิติเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลและการตีความผลลัพธ์เสมอ สำหรับในงานทางด้านภูมิศาสตร์ สถิติถูกนำมาใช้งานในหลายด้าน เช่น เพื่ออธิบายและสรุปข้อมูลเชิงพื้นที่ เพื่อกำหนดลักษณะทั่วไปเกี่ยวกับแบบรูปเชิงพื้นที่ที่มีความซับซ้อน เพื่อประเมินความน่าจะเป็นของผลลัพธ์สำหรับเหตุการณ์ ณ สถานที่ที่กำหนด

เพื่อใช้ตัวอย่างข้อมูลทางภูมิศาสตร์แล้วนำไปขยายความเพื่อสรุปคุณลักษณะของประชากร (ชุดข้อมูลทางภูมิศาสตร์ที่ใหญ่ขึ้น) เพื่อตรวจสอบว่าขนาดหรือความถี่ของปรากฏการณ์บางอย่างแตกต่างจากสถานที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่งหรือไม่ และเพื่อศึกษาว่าแบบรูปเชิงพื้นที่จริงตรงกับแบบรูปที่คาดไว้หรือไม่

ตามที่ได้กล่าวแสดงในบทที่ 2 สถิติที่ใช้ในการศึกษาภูมิศาสตร์เชิงปริมาณ สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ สถิติเชิงพรรณนา (descriptive statistics) และสถิติเชิงอนุมาน (inferential statistics) ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการเก็บตัวอย่าง หรือจากประชากรที่ศึกษาในพื้นที่ศึกษา ซึ่งเป็นข้อมูลแสดงถึงคุณลักษณะ (characteristics) (อาจเป็นได้ทั้งข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ) และเป็นข้อมูลที่อ้างอิงกับหน่วยพื้นที่ (unit area) หรือจุด (point) หรือเส้น (line) บนแผนที่ แต่ตัวข้อมูลไม่มีค่าพิกัดแผนที่

ความก้าวหน้าด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ตั้งแต่ปี 1970 เป็นต้นมา (พัฒนาการด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เริ่มก่อนตั้งแต่ปี 1950) เป็นช่วงเวลาที่เริ่มต้นในการทำแผนที่ด้วยคอมพิวเตอร์ ข้อมูลแผนที่จัดเก็บในคอมพิวเตอร์ได้จำแนกเป็น 2 ส่วนหลัก คือ ส่วนแรก เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องด้านกราฟิกของแผนที่ ซึ่งภายหลังถูกจัดเป็นกลุ่มข้อมูลเชิงพื้นที่ (spatial data) เป็นข้อมูลค่าพิกัด กลุ่มค่าพิกัดของจุด (point) เส้น (line) และพื้นที่รูปปิดหรือพื้นที่ (polygon/area) ส่วนที่สอง เป็นข้อมูลลักษณะประจำ (attribute data) ซึ่งเป็นข้อมูลอธิบายประกอบข้อมูลที่เป็นข้อมูลเชิงพื้นที่ ต่อมาพัฒนาการในด้านระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ได้นำข้อมูลทั้งในส่วนข้อมูลเชิงพื้นที่และข้อมูลอธิบายมาจัดทำเป็นชั้นข้อมูล ซึ่งสามารถนำมารวบรวมข้อมูลได้ตามวัตถุประสงค์ของผู้ใช้งาน การรวบรวมจัดเก็บและการวิเคราะห์ข้อมูลในระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการทางสถิติมาใช้ในการดำเนินการ และได้กลายมาเป็นการประยุกต์ใช้สถิติเชิงพื้นที่ (spatial statistics) ในงานภูมิศาสตร์

งานด้านภูมิศาสตร์จำเป็นต้องผสมผสานกันทั้งวิธีการของสถิติทั่วไปและสถิติเชิงพื้นที่ เช่น การหาสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ก็ต้องใช้ทั้ง Moran's I และทดสอบนัยสำคัญทางสถิติด้วยการประยุกต์ใช้ Z-test เป็นต้น ค่าสถิติพื้นฐานที่ใช้ในการอธิบายคุณลักษณะของข้อมูลในสถิติทั่วไปได้ถูกดัดแปลงเป็นค่าสถิติสำหรับอธิบายคุณลักษณะของข้อมูลเชิงพื้นที่ โดยสถิติที่ใช้บ่งบอกแนวโน้มสู่ศูนย์กลาง เช่น ค่าเฉลี่ย (mean) ค่ามัธยฐาน (median) ค่าฐานนิยม (mode) และค่าแสดงการกระจายตัวของข้อมูล เช่น ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) และค่าความแปรปรวน (variance) ได้รับการดัดแปลงเป็นค่าเฉลี่ยศูนย์กลาง (mean center) ค่าเฉลี่ยศูนย์กลางถ่วงน้ำหนัก (weighted mean center) ค่ามัธยฐานศูนย์กลางหรือค่ามัธยฐานของตำแหน่งพิกัด (median center) ค่าระยะทางมาตรฐาน (standard distance) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวงรี (standard deviational ellipse) เป็นต้น

สิ่งที่ทำให้ข้อมูลเชิงพื้นที่ (spatial data) มีความพิเศษแตกต่างไปข้อมูลทั่วไปหรือข้อมูลที่ไม่ใช่ข้อมูลเชิงพื้นที่ (non-spatial data) ประการแรก คือ พารามิเตอร์ที่ศึกษาส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับพื้นที่ภูมิศาสตร์ เช่น ตำแหน่งที่ตั้ง (location) ระยะทาง (distance) รูปทรง

(shape) พื้นที่ (area) การเป็นเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน (neighborhood) การมีพื้นที่ติดกัน (adjacent) และปฏิสัมพันธ์กัน (interaction) จึงต้องการวิธีวิเคราะห์ข้อมูลที่มีความพิเศษเฉพาะตัว ประการที่สอง วิธีการทางสถิติทั่วไปไม่เหมาะสมกับข้อมูลเชิงพื้นที่ เนื่องจากปัญหาการมีสหความสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ (spatial autocorrelation) หรือการไม่อิสระจากกันของข้อมูลเชิงพื้นที่ (spatial dependence) ในขณะที่วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลของสถิติทั่วไปไม่มีการทดสอบสมมติฐานบนข้อตกลงเบื้องต้นของการได้มาซึ่งตัวอย่างโดยสุ่มและค่าสังเกต (observation) มีความอิสระจากกัน (O'Sullivan and Unwin, 2010) อย่างไรก็ตาม เมื่อมีการเก็บข้อมูลเชิงพื้นที่ข้อตกลงเบื้องต้นนี้มักถูกละเมิด ซึ่งปรากฏการณ์นี้เรียกว่าข้อมูลขึ้นอยู่กับพื้นที่หรือมีความเกี่ยวข้องกับพื้นที่ (spatial dependence) ดังกฎข้อแรกของ Tobler (1979) ที่กล่าวไว้ว่า “ทุกสิ่งมีความสัมพันธ์กัน โดยสิ่งที่อยู่ใกล้กันจะมีความสัมพันธ์กันมากกว่าสิ่งที่อยู่ไกลกัน” การมีสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ (spatial autocorrelation) และการมีความเกี่ยวข้องกับพื้นที่ของข้อมูลเชิงพื้นที่ (spatial dependence) มีความใกล้เคียงกันโดยสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ คือ ระดับของความเกี่ยวข้องระหว่างค่าสังเกต (observation) ณ ตำแหน่งที่เราสนใจกับค่าสังเกตของตำแหน่งข้างเคียง (Dall'erba, 2009)

เพื่อให้เห็นพัฒนาการของสถิติเชิงพื้นที่ (spatial statistics) เราอาจแบ่งตามช่วงเวลาของการปรากฏขึ้นของวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติเชิงพื้นที่ที่สำคัญ โดยสังเขปได้ดังนี้

ช่วงยุคปี 1950-1960: ช่วงนี้ได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลโดยมีตัวแปรอิสระหลายตัวหรือมีปัจจัยอิทธิพลหลายปัจจัย (multivariate analytical methods) เช่น แฟคทอเรียล การวิเคราะห์ถดถอยพหุคูณ และการวิเคราะห์การเกาะกลุ่ม เป็นต้น แต่วิธีการเหล่านั้นยังไม่ได้คำนึงถึงประเด็นความสัมพันธ์เชิงพื้นที่ของชุดข้อมูล ทำให้มีข้อสงสัยในเรื่องการตีความหมายและการสรุปผลของนักสถิติ (Murayama and Thapa, 2011) อย่างไรก็ตาม ก่อนช่วงเวลานี้เล็กน้อยนักสถิติได้ให้ความสนใจประเด็นความเกี่ยวข้องกันของข้อมูลในพื้นที่ใกล้เคียงกันแล้ว โดย Moran (1948, 1950) ได้สร้างค่าสัมประสิทธิ์โมราน (Moran coefficient; MC) และ Geary (1954) ได้เริ่มพัฒนาวิธีการวัดสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ (spatial autocorrelation) โดยได้สร้าง Geary ratio และหากย้อนกลับไปในนานกว่านั้นก็ปรากฏงานของ Student (1914) ที่กล่าวถึงสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ ตามด้วย Stephan (1934) ที่กล่าวว่าข้อมูลทางภูมิศาสตร์เชื่อมโยงติดกันเหมือนพวงองุ่น ไม่ได้แยกกันเหมือนลูกบอลในโถ (Griffith, 2012) ทำนองเดียวกับ Fisher (1935) และ Yates (1938) ซึ่งก็ได้พาตึงถึงเรื่องความแตกต่างกันของปริมาณผลผลิตพืชในแต่ละพื้นที่ จึงนำไปสู่การพัฒนาแผนการทดลองแบบสุ่ม ซึ่งเป็นความพยายามที่จะให้ทุกตำแหน่งมีสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่มีค่าเท่าๆ กันในงานทดลองด้านการเกษตร จึงกล่าวได้ว่าแนวคิดเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดจากสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ได้ก่อกำเนิดขึ้นในช่วงนี้

ช่วงปี 1960-1970: เป็นยุคที่ปัญหาของสหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่ได้รับการอภิปรายอย่างเข้มข้นและจริงจังทั้งในมุมมองของนักสถิติและนักภูมิศาสตร์ โดยมีงานของ Cliff and Ord

(1973) เป็นตัวกระตุ้นและมีส่วนสำคัญในการพัฒนาทฤษฎีการแจกแจงค่าสถิติของ Moran และ Geary ให้มีความสมบูรณ์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเด็นความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นตรงและค่าสังเกต (linear regression residual) พร้อมๆ กับการพัฒนาด้านการประมาณค่า (estimation) การทดสอบ (testing) ทฤษฎีความน่าจะเป็น (probability theory) ทฤษฎีความคลาดเคลื่อน (error theory) และเป็นยุคของการพัฒนาด้านการทดสอบสมมติฐานของสหสัมพันธ์เชิงพื้นที่ เป็นต้น และในช่วงปลายของยุคนี้ Paelinck and Klaasen (1979) ได้บัญญัติคำว่าเศรษฐมิติเชิงพื้นที่ (Econometrics) ขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานจากงานของ Cliff and Ord (1973)

ช่วงต้นของปี 1980: Ripley (1981) ได้ตีพิมพ์หนังสือสถิติเชิงพื้นที่ (Spatial Statistics) ซึ่งมีการอภิปรายครอบคลุมในประเด็นการสุ่มตัวอย่างเชิงพื้นที่ (spatial sampling) แบบรูปการกระจายของจุด (point distribution pattern) การคาดการณ์เชิงพื้นที่ (spatial extrapolation) พื้นผิว (surfaces) สมการถดถอยเชิงพื้นที่ (spatial regression) การสุ่มตัวอย่างแบบเป็นระบบ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นกลางสำหรับประชากรเชิงพื้นที่ (stereology) หนังสือเล่มนี้ได้รับการยกย่องอย่างสูงจากสาขาวิชาการอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องและเป็นงานที่ยกระดับของสถิติเชิงพื้นที่เป็นอย่างมาก นอกจากนั้นแล้วในช่วงเวลานั้นได้มีพัฒนาการใช้ข้อมูลจากการรับรู้ระยะไกล (remote sensing) มีการแปลตีความข้อมูลภาพถ่ายจากดาวเทียม ภาพถ่ายทางอากาศ ดังนั้นจึงมีการพัฒนาวิธีการทางสถิติสำหรับการใช้ข้อมูลเหล่านี้ เช่น การวิเคราะห์รูปปลักษณ์ที่ปรากฏบนภาพในรูปแบบที่มีความหมายและจัดกลุ่มเป็นรูปปลักษณ์ต่างๆ ได้ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้สถิติเชิงพื้นที่ได้มีที่มั่งคั่งทางของตัวเองในฐานะสถิติประยุกต์

ช่วงปลายปี 1980: มีการพัฒนาสาขาธรณีสถิติ (geostatistic) เป็นสาขาของสถิติประยุกต์เกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่เปลี่ยนแปลงในสองหรือสามมิติ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการประเมินคุณสมบัติที่อาจต่อเนื่องทางกายภาพ (จึงไม่สามารถเป็นตัวแปรสุ่มอย่างแท้จริงได้) แต่เป็นตัวแปรที่มีความสามารถเปลี่ยนแปลงมากเกินกว่าที่จะใช้อธิบายความต่อเนื่องของพื้นที่ได้ ซึ่งสาขานี้ใช้ค้นหากฎหรือหลักการเชิงพื้นที่ (spatial laws) และกลไกของปรากฏการณ์เชิงพื้นที่ที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวโลก ซึ่งมีเทคนิคที่เฉพาะ เช่น Kriging method, Variograms และ drift เป็นต้น การที่ได้พัฒนาขึ้นเพื่อสนับสนุนโลกศาสตร์ (Earth Science) เช่น ธรณีวิทยา และแร่วิทยา เป็นต้น และมีการใช้ประโยชน์ทางปฏิบัติจริงในงานอนุมาณทรัพยากรแร่ ในขณะที่ช่วงปลายของยุคสมัย Anselin (1988) ได้ตีพิมพ์หนังสือ Spatial Econometrics (เศรษฐมิติเชิงพื้นที่) ซึ่งถูกอ้างอิงอย่างกว้างขวางจนถึงปัจจุบัน อย่างไรก็ตามมีข้อสังเกตที่ค่อนข้างซับซ้อน อีกอย่างหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับธรณีสถิติและเศรษฐมิติเชิงพื้นที่ กล่าวคือ สถิติเชิงพื้นที่หรือเศรษฐมิติเชิงพื้นที่เกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมของแองโกล (Anglo tradition) ส่วนธรณีสถิตินั้น เกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมของฝรั่งเศส (French tradition) ถึงแม้ว่าทั้งสองสาขานี้จะมุ่งเน้นไปที่สหสัมพันธ์อัตโนมัติเชิงพื้นที่เหมือนกันก็ตาม แต่ทั้งสองสาขาก็มีปฏิสัมพันธ์กันเพียงเล็กน้อย ในช่วงเวลาหลายทศวรรษที่ผ่านมา ซึ่ง Geary ratio มีความใกล้ชิดกับวิธีวิเคราะห์