Think Beyond Education

สรุป สอบ ก.พ. ภาค ก ระดับ 3

ฉบับสมบูรณ์ อัปเดตครั้งที่ 2

"สำหรับสอบบรรจุเข้า
รับราชการ ภาค ก ทั่วประเทศ"

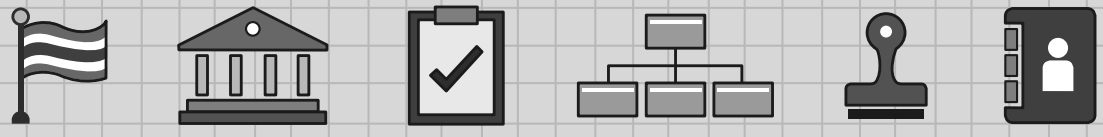
- เตรียมความพร้อมเพื่อการสอบบรรจุเข้ารับราชการ ภาค ก ระดับ 3 ส่วนปริญญาตรี
- สรุปเนื้อหาทั้ง 3 วิชา ได้แก่ วิชาความรู้ ความสามารถทั่วไป (วิชาการคิดคำนวณ และด้านการหาเหตุผล), วิชาภาษาไทย และวิชาภาษาอังกฤษ
- รวมเก็งข้อสอบพร้อมเฉลยละเอียดกว่า 1,000 ++

เฉลยละเอียด
มีคำบรรยายชัดเจน
เข้าใจง่ายทุกข้อ

โดย อ.ปฏิญญา นาฬิเกร์,
อ.เดชส์นรินทร์ วรรณเพ็ชร

จัดจำหน่ายโดย IDC PREMIER

สรุปสอบ ก.พ. ภาค ก ระดับ 3
ฉบับสมบูรณ์ อัปเดตครั้งที่ 2



สรุปสอบ ก.พ. ภาค ก ระดับ 3 ฉบับสมบูรณ์ อัปเดตครั้งที่ 2

นักเขียน : อ.ปฏิญญา นาฬิเกร์, อ.เดชส์นรินทร์ วรรณเพ็ชร และทีมงาน
บรรณาธิการ : สินีนุช จันทศรี
บรรณาธิการบริหาร : กรภัทร์ สุทธิดารา
ราคา 295 บาท

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ
(National Library of Thailand Cataloging in Publication Data)
ปฏิญญา นาฬิเกร์.
สรุปสอบ ก.พ. ภาค ก ระดับ 3 ฉบับสมบูรณ์ อัปเดตครั้งที่ 2.-- นนทบุรี : ธิงค์ บียอนด์ บุ๊คส์, 2562.
520 หน้า.
1. ข้าราชการพลเรือน--ข้อสอบและเฉลย. 2. ข้าราชการพลเรือน--การสอบ. I. เดชส์นรินทร์ วรรณเพ็ชร, ผู้แต่งร่วม. II. ชื่อเรื่อง.
354.593003
ISBN 978-616-449-152-6

ฝ่ายผลิต
กองบรรณาธิการ : มิณฑ์ตรา สุรัตนะ, ปิยพร กระหวาย, ภาวิณี พลท้าว
ออกแบบปก : อนัน วาโซะ
ออกแบบรูปเล่ม : ธนา วารีรัตน์, ชนนิกานต์ พันธ์ถนอม
พิสูจน์อักษร : วราภรณ์ ภูเจริญ, ชุติมา ชุณหะชา
ฝ่ายตรวจสอบคุณภาพสินค้า : วรพล ณธิกุล, ปฐมพล ธรรมศรีสกุล, มงคล แก้วพลอย, นิวัช ยะหัวดง, พิพัฒน์ อ้อสถิตย์

จัดพิมพ์โดย
Think Beyond
บริษัท ธิงค์ บียอนด์ บุ๊คส์ จำกัด
200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1903A จัสมินอินเตอร์เนชั่นแนล ทาวเวอร์ ถ.แจ้งวัฒนะ ต.ปากเกร็ด อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
โทรศัพท์ 0-2962-1081, 0-2962-2626 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)
โทรสาร 0-2962-1084
www.thinkbeyondbook.com

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยบริษัท ธิงค์ บียอนด์ บุ๊คส์ จำกัด ห้ามลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้ไม่ว่ารูปแบบใดๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์เท่านั้น

จัดจำหน่ายทั่วประเทศโดย :
บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด
200 หมู่ 4 ชั้น 19 ห้อง 1901 จัสมินอินเตอร์เนชั่นแนล ทาวเวอร์ ถ.แจ้งวัฒนะ ต.ปากเกร็ด อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
โทรศัพท์ 0-2962-1081, 0-2962-2626 (อัตโนมัติ 10 คู่สาย)
โทรสาร 0-2962-1084
สำหรับร้านค้า และตัวแทนจำหน่าย
โทรศัพท์ 0-2962-1081, 0-2962-2626 ต่อ 112-114
โทรสาร 0-2962-1084
สั่งซื้อออนไลน์ :
www.serazu.com หรือโทรศัพท์ 08-4700-3219
จัดส่งฟรีทั่วประเทศ (ภายใต้เงื่อนไขที่เว็บไซต์กำหนด)

Preface

คำนำ

การเตรียมความพร้อมในการสอบเพื่อวัดความรู้ความสามารถทั่วไป ภาค ก ของสำนักงาน ก.พ. โดยในระดับปริญญาตรี เราเรียกกันว่า ระดับ 3

ในการสอบระดับนี้จำเป็นต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับ 3 วิชาหลัก คือ วิชาความรู้ความสามารถทั่วไป วิชาภาษาไทย และวิชาภาษาอังกฤษ โดยหนังสือเล่มนี้จะสรุปรวมเนื้อหาทั้งหมด รวมถึงแนวข้อสอบต่างๆ มากกว่า 1,000 ข้อ พร้อมเฉลยอย่างละเอียด เพื่อให้ผู้อ่านเข้าใจได้ง่าย และมีความพร้อมก่อนสอบมากที่สุด

กองบรรณาธิการ

สำนักพิมพ์ ธิงค์ บียอนด์ เอ็ดดูเคชั่น

แลกเปลี่ยนประสบการณ์การอ่านหนังสือได้ที่ www.facebook.com/thinkbeyond.ed

Contents

Part 1 ความรู้ความสามารถทั่วไป

บทที่ 1 การคิดคำนวณ 3

อนุกรม 3
- ขั้นตอนในการทำข้อสอบอนุกรม 3
- ประเภทของอนุกรม 3

การหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. 10
- การหา ห.ร.ม. 11
- การหา ค.ร.น. 12
- ความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. 13
- สมการและอสมการ 13
- ร้อยละ เปอร์เซ็นต์ สถิติ 15
- สถิติ 16
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 16
- มัธยฐาน 17
- ฐานนิยม 17
- กราฟ และแผนภูมิชนิดต่างๆ 18

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 19
- สดมภ์ 22
- ลำดับเลขคณิต 24
- อนุกรมเลขคณิต 25
- เศษส่วน 26
- ทศนิยม 31
- เลขยกกำลัง 33
- เส้นขนาน 35
- ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ 37
- อัตราส่วนและปริมาณส่วนผสม 42
- การบวกเลขหลายจำนวนเรียงกัน 44
- สมบัติของสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม วงกลม 50
- ดอกเบี้ย 59
- การคำนวณขาสัตว์ หัวสัตว์ จำนวนสัตว์ 60
- การคำนวณเหรียญ 62
- เหตุการณ์และความน่าจะเป็น 64
- การนับจำนวน เสารั้ว เสาไฟ และล้อมรั้ว 66
- หน่วยในการวัดและการแปลงหน่วย 69
- เซต 70

แบบฝึกหัดวิชาความรู้ความสามารถทั่วไป บทที่ 1 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 78

บทที่ 2 การหาเหตุผล 105

อุปมาอุปไมย 107
- การทำข้อสอบอุปมา-อุปไมย 109

สรุปความจากภาษา 109
ความสอดคล้องและไม่สอดคล้องกันของข้อความ 112
สรุปความสัญลักษณ์ และเหตุผลเชิงตรรกะ 114
- เทคนิคในการทำข้อสอบ 114

แบบฝึกหัดวิชาความรู้ความสามารถทั่วไป บทที่ 2 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 116

แนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 1 129
เฉลยแนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 1 148

แนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 2 161
เฉลยแนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 2 174

แนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 3 185
เฉลยแนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 3 200

แนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 4 215
เฉลยแนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 4 231

แนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 5 245
เฉลยแนวข้อสอบความรู้ความสามารถทั่วไป ชุดที่ 5 258

Part 2 ภาษาไทย

บทที่ 1 คำ 267
ชนิดของคำในภาษาไทย 269
- คำนาม 269
- คำสรรพนาม 270
- คำกริยา 270
- คำวิเศษณ์ 270
- คำบุพบท 270
- คำสันธาน 271
- คำอุทาน 272

การอ่าน-การสะกดคำ 272
- คำที่ประและไม่ประวิสรรชนีย์ 272
- การใช้ทัณฑฆาต (์) 272
- รูปและเสียงวรรณยุกต์ 272
- การใช้ และการอ่าน รร 273

คำราชาศัพท์ 274
- คำราชาศัพท์ที่ใช้กับพระมหากษัตริย์หรือพระบรมวงศานุวงศ์ 274
- คำราชาศัพท์ที่ใช้กับพระสงฆ์ 275

คำสมาส 275
คำพ้อง 276
แบบฝึกหัดวิชาภาษาไทย บทที่ 1 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 277

Contents

บทที่ 2 ประโยค 281
การแบ่งประเภทของประโยค 281
- แบ่งตามชนิดและโครงสร้างของประโยค 281
- แบ่งตามหน้าที่การใช้ 282

การเรียงประโยคและการจัดข้อความ 282
แบบฝึกหัดวิชาภาษาไทย บทที่ 2 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 284

บทที่ 3 การวิเคราะห์บทความ 287
แบบฝึกหัดวิชาภาษาไทย บทที่ 3 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 289

บทที่ 4 สำนวนโวหาร 293
สำนวน 293
คำพังเพย 293
สุภาษิต 294
แบบฝึกหัดวิชาภาษาไทย บทที่ 4 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 293

บทที่ 5 การเลือกใช้ภาษาให้ถูกต้องตามหลักภาษา 299
การใช้คำเชื่อม 300
แบบฝึกหัดวิชาภาษาไทย บทที่ 5 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 301

แนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 1 305
เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 1 312

แนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 2 315
เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 2 323

แนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 3 325
เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 3 333

แนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 4 335
เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 4 344

แนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 5 347
เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาไทย ชุดที่ 5 354

Part 3 ภาษาอังกฤษ

บทที่ 1 Grammar (หลักไวยากรณ์) 359
Tense 361
- Present Tense 361
- Past Tense 364
- Future Tense 368

Noun (คำนาม) **370**
- การแบ่งชนิดของคำนาม 370
- ประเภทของคำนาม (Kind of Nouns) 370
- นามรูปเอกพจน์ และรูปพหูพจน์ (Singular and Plural Forms) 371
- คำนามนับได้ และคำนามนับไม่ได้ 373

Article (คำนำหน้าคำนาม) **374**
- Indefinite Articles (a, an) วางไว้หน้าคำนามเอกพจน์ 374
- Definite Articles (the) 374

Verb (คำกริยา) **376**

Pronoun (คำสรรพนาม) **377**

Adjective (คำคุณศัพท์) **378**
- ชนิดของ Adjective 378

Adverb (กริยาวิเศษณ์) **379**

Conjunction (คำสันธาน) **380**
- หน้าที่ของ Conjunction 380

Preposition (คำบุพบท) **380**

Interjection (คำอุทาน) **381**
- การอุทานออกมาเป็นคำคำเดียวหรือวลี 383
- การอุทานออกมาในรูปแบบประโยค 382

Sentence and Clause **383**
- Clause (อนุประโยค) 383

Sentence (ประโยค) **386**

Question Tag **386**
- ประเภทของ Question Tag 386
- โครงสร้างของ Question Tag 387

Active and Passive Voice **388**

แบบฝึกหัดวิชาภาษาอังกฤษ บทที่ 1 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด **392**

บทที่ 2 Vocabulary (คำศัพท์) **397**
- ข้อสอบแบบหาคำศัพท์มาเติมคำลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ 397
- ข้อสอบแบบเลือกคำตอบที่มีความหมายไม่เข้าพวก 397
- ข้อสอบแบบหาคำศัพท์ที่มีความหมายเหมือนกัน 398

การเตรียมความพร้อมในการทำข้อสอบ Vocabulary **398**
- เทคนิคการเดาคำศัพท์โดยใช้ Prefix, Suffix, Roots 398

Suffix **404**
- Noun-forming Suffix 404
- Verb-forming Suffixes 410
- Adjective-forming Suffixes 411

Roots **416**
- ตัวอย่างของรากศัพท์ที่เราพบบ่อยๆ 416

Idiom (สำนวน) **419**
- ตัวอย่าง Idiom ที่พบเห็นบ่อยในข้อสอบ 419

Contents

- คำศัพท์และสำนวนต่างๆ ที่พบบ่อยในการทำข้อสอบ 423

แบบฝึกหัดวิชาภาษาอังกฤษ บทที่ 2 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 425

บทที่ 3 Reading (การอ่าน) 429

เทคนิคการทำข้อสอบประเภท Reading 429

ประเภทของข้อสอบ Reading 429

- ประเภท Cloze Passage 429
- ประเภท Short and Long Passage 432

เทคนิคการอ่านแบบ Scanning 432

เทคนิคการอ่านแบบ Skimming 432

แบบฝึกหัดวิชาภาษาอังกฤษ บทที่ 3 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 434

บทที่ 4 Conversation (การสนทนา) 439

เทคนิคการทำข้อสอบแบบ Conversation 439

- บทสนทนาที่พบบ่อยในการทำข้อสอบ 439

Question Words 443

- การใช้ What 443
- การใช้ Who และ Whom 444
- การใช้ When 445
- การใช้ Where 445
- การใช้ Why 446
- การใช้ Which 446
- การใช้ Whose 447
- การใช้ How 448

แบบฝึกหัดวิชาภาษาอังกฤษ บทที่ 4 พร้อมเฉลยอย่างละเอียด 416

แนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 1 453

เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 1 462

แนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 2 465

เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 2 473

แนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 3 477

เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 3 486

แนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 4 489

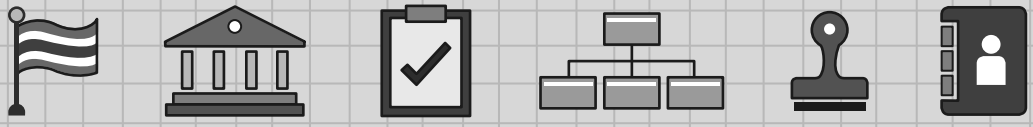
เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 4 498

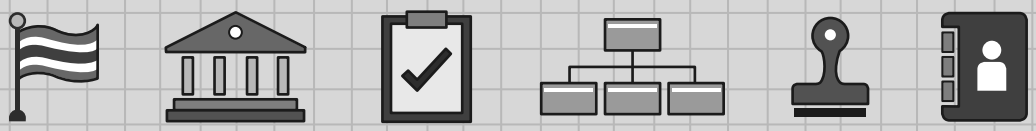
แนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 5 501

เฉลยแนวข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ ชุดที่ 5 509

Part 1

ความรู้ความสามารถทั่วไป





Chapter 1
การคิดคำนวณ

ความสามารถด้านการคิดคำนวณนั้น ผู้เข้าสอบจะต้องนำหลักการและเหตุผลทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับโจทย์ประเภทต่างๆ ซึ่งมีความเชื่อมโยงกัน การฝึกทำโจทย์เป็นประจำจะช่วยให้มีการจัดการระบบความคิดที่ดี

อนุกรม

อนุกรมเป็นกลุ่มตัวเลขหรือชุดของข้อมูลตัวเลขที่มีลักษณะการเรียงลำดับอย่างเป็นระบบ ซึ่งเราสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของชุดตัวเลขนั้นๆ ได้ด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยปกติโจทย์จะให้เราหาตัวเลขที่อยู่ถัดไปหรือตัวเลขที่หายไป ดังนั้นเราจำเป็นจะต้องทราบความสัมพันธ์ของตัวเลขในโจทย์ที่กำหนดมาให้เสียก่อนจึงจะสามารถแก้โจทย์ที่กำหนดมาให้ได้

ขั้นตอนในการทำข้อสอบอนุกรม

1. หารูปแบบและประเภทของอนุกรมให้เจอ
2. ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์กับโจทย์ที่กำหนดให้

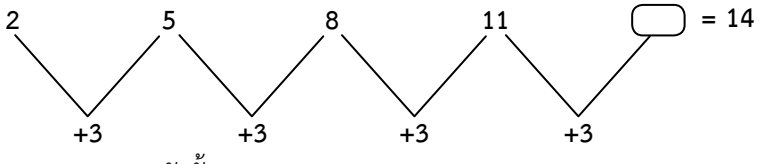
ประเภทของอนุกรม

1. **อนุกรมธรรมดา** เป็นอนุกรมที่ไม่ซับซ้อน คือ มีการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลแบบคงที่ โดยแบ่งออกเป็น 3 แบบ ได้แก่

   1.1 **อนุกรมแบบเพิ่ม-ลด คงที่** เป็นอนุกรมแบบที่มีการเพิ่มขึ้น หรือลดลงเรื่อยๆ ด้วยจำนวนที่คงที่

   ตัวอย่างที่ 1 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 2 5 8 11 ...**

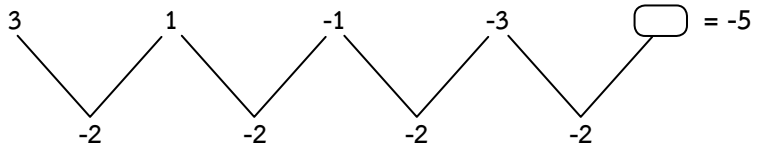
   วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาบวกกันกับจำนวนสุดท้ายเพื่อให้ได้คำตอบดังภาพ



ดังนั้น 2 5 8 11 14 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 3 1 -1 -3 ...**

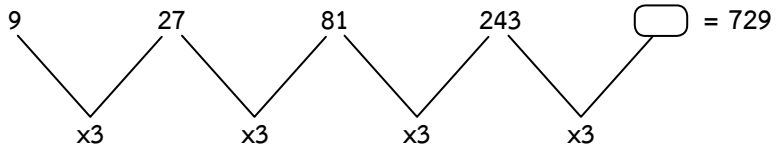
วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาลบกันกับจำนวนสุดท้าย เพื่อให้ได้คำตอบดังภาพ



ดังนั้น 3 1 -1 -3 -5 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 9 27 81 243 ...**

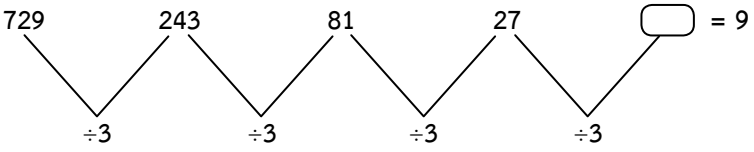
วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาคูณกันกับจำนวนสุดท้าย เพื่อให้ได้คำตอบดังภาพ



ดังนั้น 9 27 81 243 729 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 729 243 81 27 ...**

วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาหารกันกับจำนวนสุดท้าย เพื่อให้ได้คำตอบดังภาพ

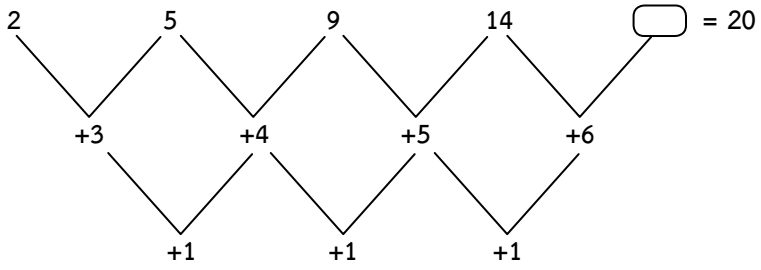


ดังนั้น 729 243 81 27 9 **ตอบ**

1.2 อนุกรมแบบบวก-ลบ เรียงลำดับ เป็นการเรียงจำนวนที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงแบบมีลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 2 5 9 14 ...**

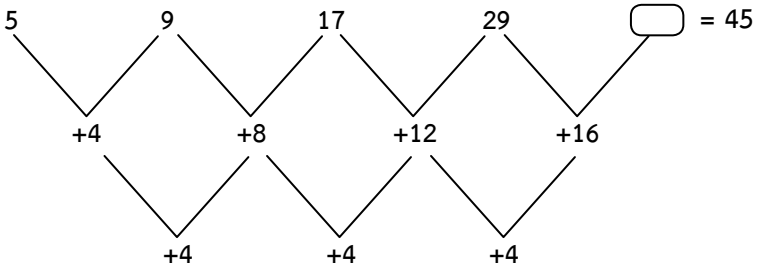
วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาบวกกันกับจำนวนสุดท้าย จะสังเกตได้ว่าจำนวนที่เพิ่มขึ้นจะเรียงลำดับกัน



ดังนั้น 2 5 9 14 20 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 5 9 17 29 ...**

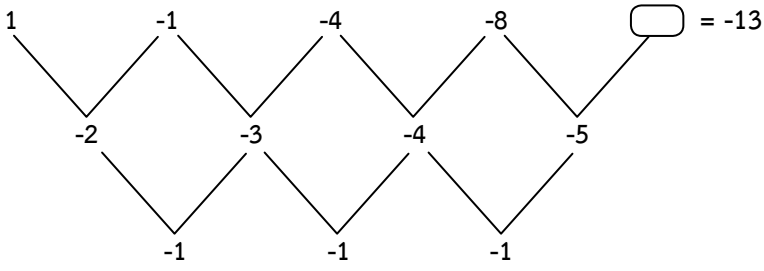
วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาบวกกันกับจำนวนสุดท้าย จะสังเกตได้ว่าจำนวนที่เพิ่มขึ้นจะเพิ่มในอัตราเดียวกัน



ดังนั้น 5 9 17 29 45 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 1 -1 -4 -8 ...**

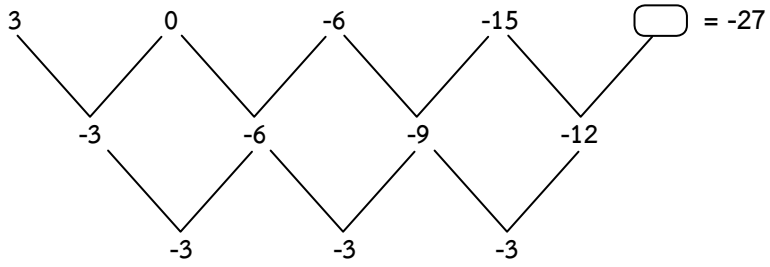
วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนแล้วนำมาบวกกันกับจำนวนสุดท้าย จะสังเกตได้ว่าจำนวนที่ลดลงจะลดในอัตราเดียวกัน



ดังนั้น 1 -1 -4 -8 -13 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 3 0 -6 -15 ...**

วิธีทำ หาค่าที่อยู่ระหว่างแต่ละจำนวนดังภาพ

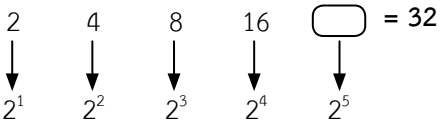


ดังนั้น 3 0 -6 -15 -27 **ตอบ**

1.3 อนุกรมแบบยกกำลัง เป็นการเรียงลำดับจำนวนโดยอาศัยเลขยกกำลัง

ตัวอย่างที่ 1 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 2 4 8 16 ...**

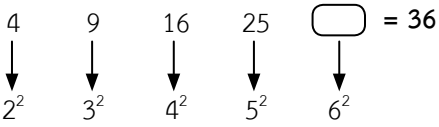
วิธีทำ นำแต่ละค่ามาแปลงเป็นเลขยกกำลัง และใช้เลขฐานจำนวนเดิมแต่เพิ่มจำนวนเลขยกกำลัง



ดังนั้น 2 4 8 16 32 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 4 9 16 25 ...**

วิธีทำ เมื่อนำจำนวนต่างๆ มาแปลงเป็นเลขยกกำลังแล้วจะพบว่าตัวที่เหมือนกันคือเลขยกกำลัง ส่วนเลขฐานจะเพิ่มขึ้นมาอย่างเป็นลำดับ

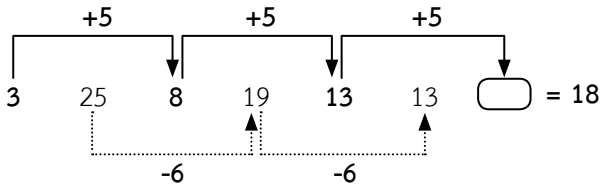


ดังนั้น 4 9 16 25 36 **ตอบ**

2. อนุกรมผสม เป็นอนุกรมที่มีการนำรูปแบบของอนุกรมธรรมดา มาใช้ในโจทย์ตั้งแต่ 2 ระบบขึ้นไป

ตัวอย่างที่ 1 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 3 25 8 19 13 13 ...**

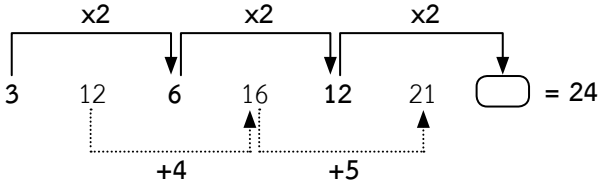
วิธีทำ แยกตัวเลขอนุกรมเป็นสองกลุ่ม และแยกการหาอนุกรมตามแบบนั้นๆ ในที่นี้เป็นอนุกรมแบบเพิ่ม-ลดคงที่ทั้งคู่ แต่แตกต่างกันที่ตัวเลขการเพิ่ม-ลดดังภาพ



ดังนั้น 3 25 8 19 13 13 18 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 3 12 6 16 12 21 ...**

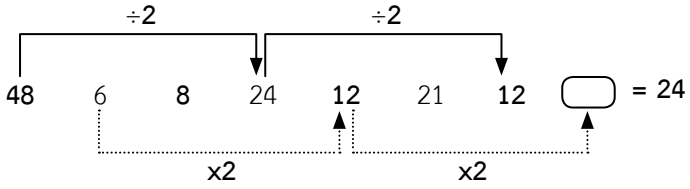
วิธีทำ แยกตัวเลขอนุกรมเป็นสองกลุ่ม และแยกการหาอนุกรมตามแบบนั้นๆ ในที่นี้เป็นอนุกรมแบบเพิ่มคงที่ และบวกตามลำดับ ดังภาพ



ดังนั้น 3 12 6 16 12 21 24 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 48 6 8 24 12 21 12 ...**

วิธีทำ แยกตัวเลขอนุกรมเป็นสองกลุ่ม และแยกการหาอนุกรมตามแบบนั้น ในที่นี้เป็นอนุกรมแบบเพิ่ม-ลดคงที่ทั้งคู่ แต่แตกต่างกันตรงที่ตัวเลขการเพิ่ม-ลด ดังภาพ

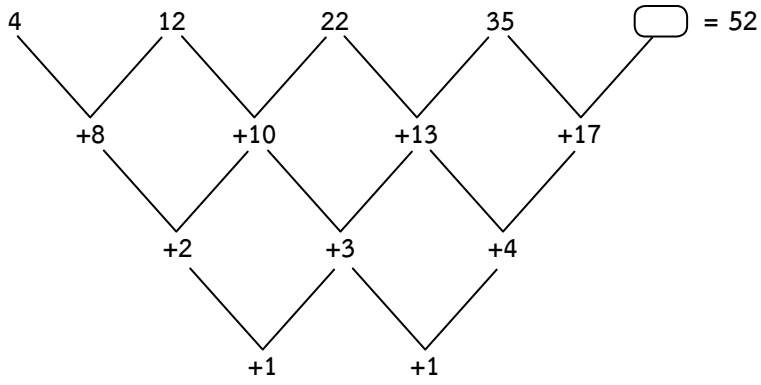


ดังนั้น 48 6 8 24 12 21 12 24 **ตอบ**

3. **อนุกรมหลายชั้น** เป็นอนุกรมที่ต้องคิดคำนวณชุดข้อมูลอย่างน้อย 2 ชั้นขึ้นไป โดยในการคิดคำนวณในแต่ละชั้นการคิดอาจจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับโจทย์ ซึ่งวิธีคิดหลักคือ จะต้องเขียนความสัมพันธ์ในชั้นแรกก่อนเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณต่อในชั้นต่อๆ ไป หรือโจทย์ประเภทนี้ไม่ควรคิดในใจนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 1 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 4 12 22 35 ...**

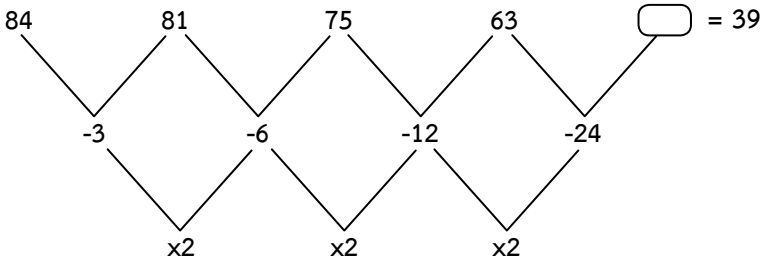
วิธีทำ แยกตัวเลขอนุกรมออกมา 1 ขั้นก่อน แล้วจึงค่อยคิดขั้นที่ 2 ในที่นี้ใช้อนุกรมบวกเรียงอันดับทั้งสองขั้นตอน



ดังนั้น 4 12 22 35 52 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 84 81 75 63 ...**

วิธีทำ แยกตัวเลขอนุกรมออกมา 1 ขั้นก่อน แล้วจึงค่อยคิดขั้นที่ 2 ข้อนี้ใช้อนุกรมแบบลดเรียงลำดับ และอนุกรมแบบเพิ่มคงที่



ดังนั้น 84 81 75 63 39 **ตอบ**

4. **อนุกรมต่อเนื่อง** เป็นอนุกรมที่เกี่ยวเนื่องจากตัวเลขก่อนหน้าที่กระทำต่อมายังตัวเลขข้างหลัง

ตัวอย่างที่ 1 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 1 3 4 7 11 ...**

วิธีทำ ให้นำพจน์ที่ 1 และพจน์ที่ 2 บวกกัน โดยบวกครั้งละ 2 พจน์ไปเรื่อยๆ จะได้

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 4 = 7$$

$$4 + 7 = 11$$

จำนวนต่อไปคือ $7 + 11 = 18$

ดังนั้น 1 3 4 7 11 18 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 **จงหาค่าพจน์ต่อไปของ 2 3 5 10 18 33 ...**

วิธีทำ ให้นำพจน์ที่ 1 พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 บวกกัน โดยบวกครั้งละ 3 พจน์ไปเรื่อยๆ จะได้

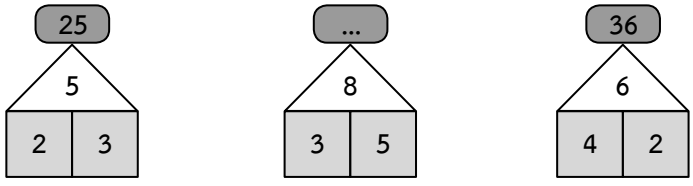
$$2 + 3 + 5 = 10$$
$$3 + 5 + 10 = 18$$
$$5 + 10 + 18 = 33$$

จำนวนต่อไปคือ $10 + 18 + 33 = 61$

ดังนั้น 2 3 5 10 18 33 61 **ตอบ**

5. **อนุกรมภาพสัมพันธ์** เป็นอนุกรมที่กำหนดความสัมพันธ์ต้นแบบ แล้วให้หาตัวเลขที่หายไปให้สอดคล้องกับความสัมพันธ์ต้นแบบนั้นๆ

ตัวอย่าง **จงหาค่าในช่องว่าง**



วิธีทำ แยกข้อมูลเป็น 3 ชุด

ข้อมูลชุดที่ 1 : $2 + 3 = 5 \longrightarrow 5^2 = 25$

ข้อมูลชุดที่ 3 : $4 + 2 = 6 \longrightarrow 6^2 = 36$

ดังนั้น ข้อมูลชุดที่ 2 : $3 + 5 = 8 \longrightarrow 8^2 = 64$ **ตอบ**

การหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

การหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. นั้น จำเป็นจะต้องรู้เรื่องของจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบ ตัวประกอบเฉพาะก่อนเพื่อประโยชน์ในการทำข้อสอบ ดังนี้

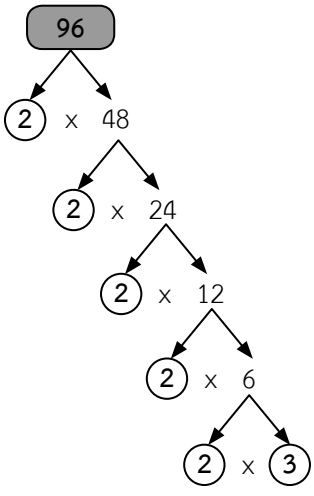
1. **จำนวนเฉพาะ** คือ จำนวนนับที่มี 1 และตัวมันเองหารได้ลงตัวเท่านั้น ซึ่งจำนวนเฉพาะเริ่มต้นตั้งแต่ เลข 2 เป็นต้นไป เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...
   หลักการสังเกตจำนวนเฉพาะนั้น คือ จำนวนนับคู่ทุกจำนวนยกเว้นเลข 2 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะเนื่องมาจาก มี 2 เป็นตัวประกอบเสมอ
2. **ตัวประกอบ** คือ จำนวนนับที่สามารถหารจำนวนนั้นๆ ได้ลงตัว เช่น
   - ตัวประกอบของ 54 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 และ 54
   - ตัวประกอบของ 72 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 และ 72

   จะสังเกตได้ว่า ตัวประกอบของ 54 และ 72 มีเลขที่เหมือนกันคือ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18 เราเรียกจำนวนเหล่านี้ว่า **"ตัวประกอบร่วม"**
3. **การแยกตัวประกอบ** คือ การเขียนตัวเลขให้อยู่ในรูปการคูณของจำนวนเฉพาะ เช่น
   - 18 = 3 x 3 x 2
   - 24 = 3 x 2 x 2 x 2

   ในบางครั้งที่ตัวเลขที่โจทย์กำหนดมามีค่ามากทำให้แยกตัวประกอบได้ยากขึ้น เราอาจแยกตัวประกอบในรูปแบบของแผนภูมิต้นไม้โดยวงกลมเลขที่เป็นจำนวนเฉพาะไว้แล้ว จึงนำมาเขียนอยู่ในรูปของผลคูณของจำนวนเฉพาะเหล่านั้น

ตัวอย่างที่ 1 **จงแยกตัวประกอบของ 96**

วิธีทำ



ดังนั้น 96 = 3 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 **ตอบ**

การหา ห.ร.ม.

ห.ร.ม. คือ จำนวนนับที่มากที่สุดที่หารจำนวนเหล่านั้นได้ลงตัว

วิธีการหาตัวหารร่วมมากหรือ ห.ร.ม.

หลักๆ มีอยู่ด้วยกัน 2 วิธี คือ

1. **การแยกตัวประกอบ** เหมาะใช้กับชุดตัวเลข ที่มีจำนวนไม่มาก

   วิธีคิด

   1.1 แยกตัวประกอบของจำนวนที่ต้องการหา อาจจะใช้การแยกตัวประกอบในรูปแบบของแผนภูมิต้นไม้เข้ามาช่วย

   1.2 เลือกตัวประกอบจากที่ผลคูณหามาได้

   1.3 เอาเฉพาะตัวที่ซ้ำกันมาคูณกันก็จะได้เป็น ห.ร.ม.

   ตัวอย่าง **จงหา ห.ร.ม. ของ 8, 24 และ 30**

   วิธีทำ แยกตัวประกอบของ 8 คือ $2 \times \boxed{2} \times 2$

   แยกตัวประกอบของ 24 คือ $3 \times \boxed{2} \times 2 \times 2$

   แยกตัวประกอบของ 30 คือ $3 \times \boxed{2} \times 5$

   ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 8, 24 และ 30 คือ 2

2. **การตั้งหาร** เหมาะใช้กับชุดตัวเลขโดยทั่วไป

   วิธีคิด

   2.1 นำตัวเลขที่โจทย์ต้องการ นำมาตั้งหารในรูปแบบการหารสั้น

   2.2 นำจำนวนเฉพาะมาหารกับตัวเลขที่โจทย์กำหนดทุกตัว จนไม่สามารถหารต่อได้อีก

   2.3 ห.ร.ม. คือ ค่าของตัวหารทุกตัวที่ใช้มาคูณกัน

   ตัวอย่าง จงหา ห.ร.ม. ของ 12, 24 และ 28

   2) 12 24 28 • — นำ 2 ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะหารทั้งสามจำนวน

   2) 6 12 14 • — นำ 2 ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะหารทั้งสามจำนวน

   3 6 7 • — ไม่มีจำนวนเฉพาะใดที่สามารถหารทั้ง 3 จำนวนได้ จึงยุติการหาร

   ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 12, 24 และ 28 คือ $2 \times 2 = 4$ **ตอบ**

Tip

ค่าของ หรม. ของข้อมูล 1 ชุด จะมีค่าไม่เกินตัวเลขที่น้อยที่สุดของข้อมูลชุดนั้น

การหา ค.ร.น.

ค.ร.น. คือ จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่จำนวนเหล่านั้นหารลงตัว

วิธีการหาตัวคูณร่วมน้อยหรือ ค.ร.น.

โดยหลักการมีอยู่ด้วยกัน 2 วิธี คือ

1. **การแยกตัวประกอบ** เหมาะใช้กับชุดตัวเลขที่มีจำนวนไม่มาก

   วิธีคิด

   1.1 แยกตัวประกอบของจำนวนที่ต้องการหา อาจจะใช้การแยกตัวประกอบในรูปแบบของแผนภูมิต้นไม้เข้ามาช่วย

   1.2 เลือกตัวประกอบจากที่หามาได้เอาเฉพาะตัวที่ซ้ำกันทั้งหมด ตัวที่ซ้ำกันเพียงสองตัว และตัวที่ไม่ซ้ำ

   1.3 นำตัวประกอบที่ได้ในข้อ 1.2 มาคูณกัน ก็จะได้เป็น ค.ร.น.

   ตัวอย่าง จงหา ค.ร.น. ของ 8, 24 และ 30

   $8 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2}$

   $24 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{2}$

   $30 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{3}$

   ตัวที่ตรงตามเงื่อนไข คือ 5, 3, 2, 2, 2

   ดังนั้น ค.ร.น. คือ 5 x 3 x 2 x 2 x 2 = 120 **ตอบ**

2. **การตั้งหาร** เหมาะใช้กับชุดตัวเลขโดยทั่วไป

   วิธีคิด

   2.1 นำตัวเลขที่โจทย์ต้องการ นำมาตั้งหารในรูปแบบการหารสั้น

   2.2 นำจำนวนเฉพาะที่สามารถหารจำนวนทั้งหมดได้ลงตัวหรือหารลงตัวอย่างน้อย 2 จำนวน จำนวนที่ไม่สามารถหารได้ให้ดึงลงมา ทำซ้ำๆ จนกว่าจะหารไม่ได้อีก

   2.3 ค.ร.น. คือ ตัวหารทั้งหมดและผลลัพธ์สุดท้ายมาคูณกัน

   ตัวอย่าง **จงหา ค.ร.น. ของ 10, 20 และ 30**

   $2\overline{)\,10 \quad 20 \quad 30}$

   $5\overline{)\,5 \quad 10 \quad 15}$

   1 2 3

   ดังนั้น ค.ร.น. ของ 10, 20 และ 30 คือ 2 x 5 x 1 x 2 x 3 = 60 **ตอบ**

Tip

ค่าของ หรม. ของข้อมูล 1 ชุด จะมีค่าไม่เกินตัวเลขที่น้อยที่สุดของข้อมูลชุดนั้น

ความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

ถ้ามีเลขอยู่ 2 จำนวน ความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของเลข 2 จำนวนนั้นได้ว่า

จำนวนที่หนึ่ง x จำนวนที่สอง = ห.ร.ม. x ค.ร.น.

หรือถ้าโจทย์ต้องการหาค่าของเลขจำนวนใดจำนวนหนึ่ง จะได้ว่า

$$\text{จำนวนที่โจทย์ต้องการ} = \frac{(\text{ห.ร.ม.} \times \text{ค.ร.น.})}{\text{จำนวนที่โจทย์ให้มา}}$$

สมการและอสมการ

สมการ

คือ ประโยคที่มีตัวแปรหรือตัวที่ไม่ทราบค่า ซึ่งตัวแปรหรือตัวที่ไม่ทราบค่านี้ อาจปรากฏเพียงข้างใดข้างหนึ่งของเครื่องหมายเท่ากับ หรือปรากฏทั้งสองข้าง โดยโจทย์ปัญหาสมการนั้น เราจำเป็นจะต้องทราบก่อนว่า โจทย์ให้อะไรมาบ้าง โจทย์ถามเกี่ยวกับอะไร เพื่อที่เราจะได้กำหนดรูปแบบของสมการได้ถูกต้อง

ขั้นตอนการแก้สมการ

1. จัดรูปแบบของสมการตามโจทย์ที่กำหนด แล้วดูแต่ละข้างของสมการหากมีจำนวนไหนสามารถนำมาคิดได้ ต้องทำให้เสร็จเรียบร้อยเสียก่อนเพื่อความง่ายขึ้น เช่น

$$10x + 18x - 13 = 4x - 2x$$
$$28x - 13 = 2x$$

2. เมื่อจัดการเสร็จเรียบร้อยแล้วให้ทำการย้ายข้าง โดยให้ย้ายจำนวนที่มีแต่ตัวเลขมาอยู่ฝั่งเดียวกันและจำนวนที่มีตัวแปรหรือตัวที่ไม่ทราบค่า มาอยู่ฝั่งเดียวกัน การย้ายข้างเครื่องหมายจะเปลี่ยนเป็นตรงกันข้าม คือ
   - เครื่องหมายบวก (+) ย้ายไปจะกลายเป็น เครื่องหมายลบ (-)
   - เครื่องหมายลบ (-) ย้ายไปจะกลายเป็น เครื่องหมายบวก (+)
   - เครื่องหมายคูณ (x) ย้ายไปจะกลายเป็น เครื่องหมายหาร (÷)
   - เครื่องหมายหาร (÷) ย้ายไปจะกลายเป็น เครื่องหมายคูณ (x)

   ตัวอย่าง เช่น $28x - 13 = 2x$
   $28x - 2x = 13$ (2x เป็นบวกอยู่ย้ายมาอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นลบ)

3. เมื่อย้ายข้างเสร็จแล้วจึงแก้สมการ เช่น

$$26x = 13$$
$$x = \frac{13}{26} \text{ (26 คูณกับ x อยู่ย้ายมาอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นหาร)}$$
$$x = 0.5 \text{ (นำ 13 หารด้วย 26)}$$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $15x - 10 = 10x$

วิธีทำ

$15x - 10 = 10x$

$15x = 10x + 10$ (10 ลบอยู่ย้ายมาอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นบวก)

$15x - 10x = 10$ (10x บวกอยู่ย้ายไปอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นลบ)

$5x = 10$ (15x ลบกับ 10x เหลือ 5x)

$x = \frac{10}{5}$ (5 คูณอยู่กับ x ย้ายมาอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นหาร)

ดังนั้น $x = 2$ **ตอบ**

อสมการ

คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยคำตอบของอสมการจะอยู่ในรูปช่วงของข้อมูล และในอสมการจะไม่มีเครื่องหมายเท่ากับเหมือนกับสมการ แต่จะถูกแทนที่ด้วยเครื่องหมายน้อยกว่า (<) มากกว่า (>) น้อยกว่าหรือเท่ากับ (≤) มากกว่าหรือเท่ากับ (≥) และ ไม่เท่ากับ (≠)

ขั้นตอนการแก้อสมการ

การแก้อสมการนั้น มีขั้นตอนและวิธีการ เช่นเดียวกับการแก้สมการ เพียงแต่ว่ามีข้อแตกต่างที่ต้องระวังเป็นพิเศษ คือ ในกรณีจำนวนที่ติดลบย้ายข้างของสมการแล้วมีการคูณหรือหารจะต้องกลับเครื่องหมายของอสมการเป็นตรงกันข้าม เช่น

$-2x - 12 < 10$

$-2x < 10 + 12$ — **12 ลบอยู่ย้ายมาอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นบวก**

$-2x < 22$

$x > \frac{22}{-2}$ — **-2 คูณอยู่กับ x ย้ายมาอีกข้างจึงเปลี่ยนเป็นหาร แล้วเครื่องหมาย < เปลี่ยนเป็น >**

$x > -11$

ร้อยละ เปอร์เซ็นต์ สถิติ

เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100 เช่น ร้อยละ 6 หรือ 6% เขียนแทนด้วย 6 : 100 หรือ $\frac{6}{100}$

โจทย์ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ รูปแบบต่างๆ

1. ในรูป m% ของ n เท่ากับเท่าใด

ตัวอย่าง 20% ของ 400 เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ให้ 20% ของ 400 = x

จะได้สัดส่วน $\frac{20}{100} = \frac{x}{400}$

ดังนั้น $x = \frac{20 \times 400}{100}$

$= 80$

นั่นคือ 20% ของ 400 เท่ากับ 80 **ตอบ**

2. ในรูป m เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ n

ตัวอย่าง 9 เป็น x เปอร์เซ็นต์ของ 72

วิธีทำ ให้ 9 เป็น x เปอร์เซ็นต์ของ 72

จะได้สัดส่วน $\frac{x}{100} = \frac{9}{72}$

ดังนั้น $x = \frac{9 \times 100}{72}$

$x = 12.5$

นั่นคือ 9 เป็น 12.5% ของ 72 **ตอบ**

3. ในรูป m เป็น n เปอร์เซ็นต์ของจำนวนใด

ตัวอย่าง 15 เป็น 20 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนใด

วิธีทำ จะได้สัดส่วน $\frac{20}{100} = \frac{15}{m}$

คูณไขว้จะได้ $20 \times m = 15 \times 100$

$m = \frac{15 \times 100}{20}$

$m = 75$

นั่นคือ 15 เป็น 20% ของ 75 **ตอบ**

วิธีการคิดโจทย์ ร้อยละ เปอร์เซ็นต์

ในการคำนวณหาคำตอบของโจทย์ นอกจากใช้วิธีการหาคำตอบโดยใช้สัดส่วนแล้ว เราอาจแทนคำต่อไปนี้แทนตัวดำเนินการหรือเครื่องหมายในการคำนวณได้เลย เช่น

- คำว่า **ของ** แทนด้วย**เครื่องหมายคูณ**
- คำว่า **เป็น** หรือ **เท่ากับ** แทนด้วย**เครื่องหมายเท่ากับ**
- คำว่า **เท่าใด, เท่าไร** หรือ **จำนวนใด** แทนด้วย**ตัวแปร**
- คำว่า **ร้อยละ** หรือ **เปอร์เซ็นต์** แทนด้วย**หารด้วย 100 หรือส่วน 100**

ตัวอย่าง 10% ของ 30 เท่ากับเท่าใด

จะได้ $\frac{10}{100} \times 30 = m$

$m = \frac{10}{100} \times 30$

$= 3$

คำตอบ 10% ของ 30 เท่ากับ 3 **ตอบ**

สถิติ

พิสัย คือ ผลต่างของค่าต่ำสุดและค่าสูงสุด หาได้จาก

พิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

หาได้จาก **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต** $= \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูล}}$

หรือสามารถสรุปออกมาเป็นสูตร ได้ว่า

$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

ถ้า $\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

$\sum x$ แทนผลบวกของข้อมูลทั้งหมด

N แทนจำนวนข้อมูล

ตัวอย่าง จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 6 คน ดังนี้ 5 6 9 10 15 18

จากสูตร $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

$= \frac{(5 + 6 + 9 + 10 + 15 + 18)}{6}$

$= \frac{63}{6}$

$= 10.5$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 6 คน เท่ากับ 10.5 คะแนน **ตอบ**

มัธยฐาน

คือ ค่ากลางของข้อมูลทั้งหมดหลังจากเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย

วิธีการหาค่ามัธยฐาน

1. เมื่อจำนวนข้อมูลทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ มัธยฐาน คือ ผลบวกของข้อมูลคู่ที่อยู่ตรงกลางหารด้วย 2

   ตัวอย่าง **จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูล 2, 5, 10, 12, 15, 18**

   วิธีทำ จากโจทย์เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามากให้แล้ว จะสังเกตเห็นว่าค่ากลางของชุดตัวเลขมี 2 ค่าคือ 2, 5, **10, 12,** 15, 18

   จะได้ว่าค่ามัธยฐาน $= \frac{10 + 12}{2}$

   $= 11$ **ตอบ**

2. เมื่อจำนวนข้อมูลทั้งหมด (N) เป็นจำนวนคี่ มัธยฐาน คือ ค่าของข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งที่ $\frac{N + 1}{2}$

   ตัวอย่าง **จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูล 5, 9, 20, 24, 12, 18, 10**

   วิธีทำ เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้ 5, 9, 10, 12, 18, 20, 24

   มัธยฐานคือค่าของข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งที่ $\frac{N + 1}{2} = \frac{7 + 1}{2} = 4$

   ตัวเลขที่อยู่ตำแหน่งที่ 4 คือ 12 ดังนั้น มัธยฐาน คือ 12 **ตอบ**

ฐานนิยม

คือ ค่ากลางของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในชุดข้อมูลนั้นหรือตัวที่ซ้ำกันมากที่สุด

ตัวอย่าง จงหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ 2, 2, 6, 7, 5, 5, 5, 5, 5, 3, 6

วิธีทำ ข้อมูลมีเลข 2 จำนวน 2 ตัว

มีเลข 3 จำนวน 1 ตัว

มีเลข 5 จำนวน 5 ตัว

มีเลข 6 จำนวน 2 ตัว

มีเลข 7 จำนวน 1 ตัว

ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลคือ 5 **ตอบ**

กราฟ และแผนภูมิชนิดต่างๆ

กราฟเส้นตรง

คือ กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่อยู่ในรูป $Ax + By + C = 0$

ตัวอย่าง สี่เท่าของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งบวกด้วยสองเท่าของจำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งได้ผลลัพธ์เท่ากับ 8

ถ้าให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก

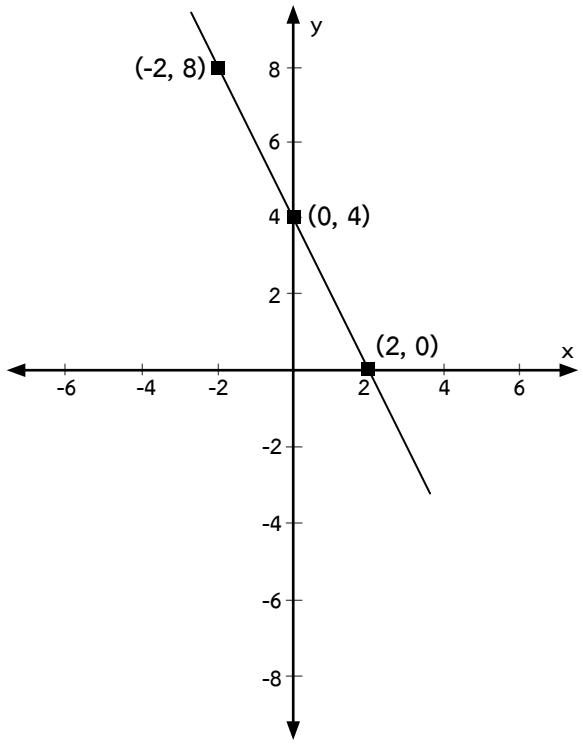
และ y แทนจำนวนเต็มจำนวนที่สอง

จะได้สมการ คือ $4x + 2y = 8$

กำหนดค่า x และค่า y จากสมการ $4x + 2y = 8$ ตามตาราง ดังนี้

x	-2	0	2
y	8	4	0

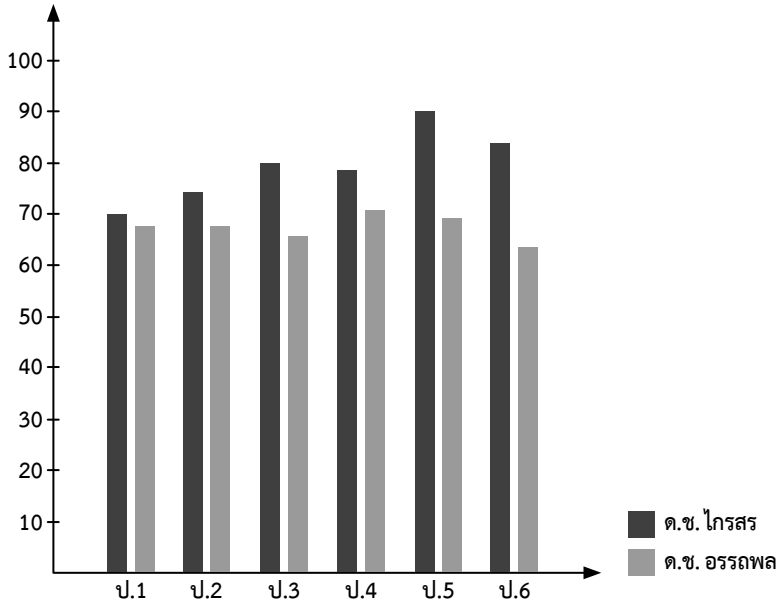
จะได้คู่อันดับคือ (-2, 8), (0, 4), (2, 0) เขียนกราฟได้ ดังนี้



แผนภูมิ

มีด้วยกันหลายประเภท ไม่ว่าจะเป็น แผนภูมิแท่งส่วนประกอบ แผนภูมิวงกลม แผนภูมิแท่งพีระมิด ซึ่งโดยส่วนมากเรามักจะพบแผนภูมิแท่งส่วนประกอบ เป็นหลัก

ตัวอย่าง **แผนภูมิแสดงการเปรียบเทียบคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของ ด.ช. ไกรสร และ ด.ช. อรรถพล ตั้งแต่ชั้น ป.1-ป.6**



โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการสอบนั้นนอกเหนือจากเรื่องหลักๆ แล้วนั้น เราจำเป็นจะต้องรู้จักกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อื่นๆ ด้วย ซึ่งมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. กำไร ขาดทุน ต้นทุน และดอกเบี้ย

- ต้นทุน = ราคาขาย – กำไร
- ราคาขาย = ต้นทุน + กำไร
- กำไร = ราคาขาย – ต้นทุน
- ขาดทุน = ต้นทุน – ราคาขาย
- ดอกเบี้ย = เงินต้น x อัตราดอกเบี้ย x ระยะเวลา (ปี)

2. **บัญญัติไตรยางศ์** เป็นการคำนวณในลักษณะของการเปรียบเทียบ

ตัวอย่าง ชาย 5 คน สร้างบ้านเสร็จภายในเวลา 40 วัน ถ้ามีชายทั้งหมด 8 คน จะสร้างบ้านเสร็จใช้เวลากี่วัน

วิธีคิด ชาย 5 คน สร้างบ้านเสร็จภายในเวลา 40 วัน

ชาย 1 คน สร้างบ้านเสร็จภายในเวลา $40 \times 5 = 200$ วัน

ชาย 8 คน สร้างบ้านเสร็จภายในเวลา $\frac{200}{8} = 25$ วัน **ตอบ**

3. **คำนวณอายุ** เป็นการคำนวณความสัมพันธ์ของบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป โดยมีเวลาเป็นปัจจัยหลักในโจทย์

ตัวอย่าง ปัจจุบัน ธานีมีอายุเป็นสี่เท่าของ สินจัย แต่ในเวลาอีก 10 ปีข้างหน้า ธานีจะมีอายุเป็นสองเท่าของอายุ สินจัย อยากทราบว่าปัจจุบัน สินจัยอายุเท่าไร

วิธีคิด ปัจจุบันให้อายุของ สินจัย $= x$

อีก 10 ปีข้างหน้า อายุ สินจัย $= x + 10$

ปัจจุบันธานีมีอายุเป็นสี่เท่าของสินจัย $= 4x$

อีก 10 ปีข้างหน้า ธานี อายุ $= 4x + 10$

อีก 10 ปี ธานี มีอายุเป็นสองเท่าของอายุ สินจัย

สมการ

$$\begin{aligned} 4x + 10 &= 2(x + 10) \\ 4x + 10 &= 2x + 20 \\ 4x - 2x &= 20 - 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= \frac{10}{2} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$\therefore$ ปัจจุบัน สินจัย อายุ 5 ปี **ตอบ**

4. **พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตร** ในการสอบเราจำเป็นจะต้องรู้สูตรพื้นฐานของรูปเรขาคณิต ได้แก่

4.1 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน x ด้าน หรือ $\frac{1}{2}$ x ผลคูณของเส้นทแยงมุม

4.2 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง x ยาว

4.3 สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยม = $\frac{1}{2}$ x ฐาน x สูง

4.4 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = ฐาน x สูง

4.5 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน = ฐาน x สูง

4.6 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมรูปว่าว = $\frac{1}{2}$ x ผลคูณของเส้นทแยงมุม

4.7 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า = $\frac{1}{2}$ x เส้นทแยงมุม x ผลบวกของเส้นกิ่ง

4.8 สูตรการหาพื้นที่วงกลม = πr^2

4.9 สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู = $\frac{1}{2}$ x ผลบวกของด้านคู่ขนาน x สูง

4.10 สูตรการหาปริมาตรทรงลูกบาศก์ = ด้าน^3

4.11 สูตรการหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง x ยาว x สูง

4.12 ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

4.13 พื้นที่ผิวทั้งหมดของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่หน้าตัดหัวท้าย

4.14 พื้นที่ผิวข้างของปริซึม = ความยาวเส้นรอบฐาน x ความสูง

4.15 ปริมาตรทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน x สูงตรง = $\pi r^2 h$

4.16 พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก = ความยาวรอบฐาน x สูง = $2\pi rh$

4.17 พื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงกระบอก = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐานทั้งสอง = $2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + r)$

4.18 ปริมาตรของทรงกรวย = $\frac{1}{3}$ x พื้นที่ฐาน x สูง = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

4.19 พื้นที่ผิวข้างของทรงกรวย = $\frac{1}{2}$ x ความยาวรอบฐาน x สูงเอียง

$= \frac{1}{2}$ x $2\pi r$ x $l = \pi rl$

4.20 พื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงกรวย = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน

$= \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$

4.21 ปริมาตรของทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$

4.22 พื้นที่ผิวของทรงกลม = $4\pi r^2$

5. การคำนวณหาอัตราส่วนและสัดส่วน เป็นการเปรียบเทียบจำนวนของสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันทางใดทางหนึ่ง แล้วนำมาเขียนอยู่ในรูปสัดส่วนเพื่อนำไปคำนวณหาค่าตัวแปรต่อไป

หลักการคำนวณ

5.1 หาว่าโจทย์ถามอะไร

5.2 หาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

5.3 กำหนดค่าตัวแปร

5.4 เขียนอัตราส่วน

5.5 เขียนสัดส่วน

5.6 แก้สมการ หาค่าของตัวแปร

ตัวอย่าง **ซื้อมะม่วง 30 ผล จะต้องจ่ายเงินกี่บาท ถ้ามะม่วง 5 ผล ราคา 6 บาท**

วิธีทำ

1. **หาว่าโจทย์ถามอะไร** : จะต้องจ่ายเงินค่ามะม่วงกี่บาท
2. **หาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง** : ซื้อมะม่วง 30 ผล, มะม่วง 5 ผล ราคา 6 บาท
3. **กำหนดค่าตัวแปร** : จะต้องจ่ายเงิน x บาท

4. **เขียนอัตราส่วน** ในที่นี้คือจำนวนมะม่วงเป็นลูกต่อราคาเป็นบาท

   มะม่วง 5 ผล ราคา 6 บาท

   มะม่วง 1 ผล ราคา $\frac{6}{5}$ บาทได้อัตราส่วน $\frac{6}{5}$

   มะม่วง 30 ผล ราคา x บาท

   มะม่วง 1 ผล ราคา $\frac{x}{30}$ บาทได้อัตราส่วน $\frac{x}{30}$

5. **เขียนสัดส่วน** : $\frac{x}{30} = \frac{6}{5}$

6. **แก้สมการหาค่าของตัวแปร** ในที่นี้ใช้วิธีการคูณไขว้

   จะได้ $x \times 5 = 30 \times 6$

   $x = \frac{30 \times 6}{5}$

   $x = 36$

   ซื้อมะม่วง 30 ผล จะต้องจ่ายเงิน 36 บาท **ตอบ**

สดมภ์

ข้อสอบสดมภ์ เป็นเนื้อหาที่อ้างอิงถึงข้อมูลในคอลัมน์ ต่อไปนี้จะเรียกว่า “สดมภ์” ซึ่งโจทย์จะให้ข้อมูลมาและให้หาคำตอบในแต่ละสดมภ์ จากนั้นนำมาเปรียบเทียบกันแล้วตอบคำถามตามที่โจทย์กำหนด ทั้งนี้จะต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการทำ เพราะข้อสอบสดมภ์จะออกเกี่ยวกับเรื่องอะไรก็ได้ เช่น คำถามเกี่ยวกับ อายุ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เส้นทแยงมุม เศษส่วน ทศนิยม ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ฯลฯ

ข้อสอบสดมภ์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

ข้อสอบเปรียบเทียบ 2 สดมภ์

ข้อสอบประเภทนี้จะเป็นการหาคำตอบของแต่ละสดมภ์ แล้วนำมาเปรียบเทียบว่าตรงกับเงื่อนไขในตัวเลือกที่โจทย์กำหนดข้อใด ก็ให้ตอบข้อนั้น

ตัวอย่าง ปัญหาแต่ละข้อต่อไปนี้จะมีปริมาณที่กำหนดไว้ 2 จำนวน ปริมาณแรกอยู่ในสดมภ์ A และ อีกปริมาณอยู่ในสดมภ์ B จงเปรียบเทียบ 2 ปริมาณนี้ และเลือกตอบด้วยคำตอบ ดังนี้

ตอบข้อ 1 ถ้าปริมาณในสดมภ์ A มากกว่าในสดมภ์ B

ตอบข้อ 2 ถ้าปริมาณในสดมภ์ B มากกว่าในสดมภ์ A

ตอบข้อ 3 ถ้าปริมาณในสดมภ์ทั้งสองเท่ากัน

ตอบข้อ 4 ถ้าข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอที่จะเปรียบเทียบ

ข้อ	สดมภ์ A	สดมภ์ B
1	ค.ร.น. และ ห.ร.ม. ของ 16, 24 และ 32 ต่างกันอยู่เท่าใด	จำนวนที่น้อยที่สุดที่หาร 31, 61 และ 91 แล้วเหลือเศษเท่ากันคือจำนวนใด

วิธีทำ วิเคราะห์ สดมภ์ A : ค.ร.น. และ ห.ร.ม. ของ 16, 24 และ 32 ต่างกันอยู่เท่าใด

จะได้ ค.ร.น. ของ 16, 24, 32 $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 96$

ห.ร.ม. ของ 16, 24, 32 $= 2 \times 2 \times 2$

$= 8$

$\therefore$ ค.ร.น. และ ห.ร.ม. ต่างกัน $= 96 - 8 = 88$

วิเคราะห์ สดมภ์ B : จำนวนที่น้อยที่สุดที่หาร 31, 61 และ 91 แล้วเหลือเศษเท่ากันคือจำนวนใด

จะได้ 31, 61 และ 91 จำนวนทั้งสามหารด้วย 2, 3, 5, 6 แล้วจะเหลือเศษ 1 ทุกจำนวน

ดังนั้น 2 จึงเป็นจำนวนที่น้อยที่สุดที่หาร 31, 61 และ 91 แล้วเหลือเศษเท่ากัน

สรุป ปริมาณใน สดมภ์ A = 88 และปริมาณใน สดมภ์ B = 2

ดังนั้น ตอบข้อ 1 ถ้าปริมาณในสดมภ์ A มากกว่าในสดมภ์ B **ตอบ**

ข้อสอบเปรียบเทียบ 3 สดมภ์

ข้อสอบประเภทนี้จะมีความคล้ายกับข้อสอบเปรียบเทียบ 2 สดมภ์ เพียงแต่จะมีสดมภ์ C เข้ามาเป็นปัจจัยในการพิจารณาด้วย ความสัมพันธ์ของสดมภ์ A และสดมภ์ B ทั้งนี้ในการพิจารณาเปรียบเทียบนั้นพึงพิจารณาเฉพาะสดมภ์ A และสดมภ์ B เท่านั้น

ตัวอย่าง ปัญหาแต่ละข้อต่อไปนี้จะมีปริมาณที่กำหนดไว้ 2 จำนวน ปริมาณแรกอยู่ในสดมภ์ A และ อีกปริมาณอยู่ในสดมภ์ B จงเปรียบเทียบ 2 ปริมาณนี้ และเลือกตอบโดยคำตอบ ดังนี้

ตอบข้อ 1 ถ้าปริมาณในสดมภ์ A มากกว่าในสดมภ์ B

ตอบข้อ 2 ถ้าปริมาณในสดมภ์ B มากกว่าในสดมภ์ A

ตอบข้อ 3 ถ้าปริมาณในสดมภ์ทั้งสองเท่ากัน

ตอบข้อ 4 ถ้าข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอที่จะเปรียบเทียบ

ข้อ	สดมภ์ A	สดมภ์ B	สดมภ์ C
1	$\sqrt{144}$	$A = \frac{1}{\frac{1}{2b}}$	$b = 3^2$

วิธีทำ วิเคราะห์ สดมภ์ A คือ $\sqrt{144}$

จะได้ $\sqrt{144} = 12$

วิเคราะห์ สดมภ์ B คือ $A = \frac{1}{\frac{1}{2b}}$

จะได้ จากความสัมพันธ์ในสดมภ์ C : $b = 3^2$

จะได้ $b = 9$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{2b}} \longrightarrow A = \frac{1}{\frac{1}{2(9)}}$$

จะได้ $A = \frac{1}{\frac{1}{18}} = 18$

สรุป ปริมาณในสดมภ์ A = 12 และปริมาณในสดมภ์ B = 18

ดังนั้น ตอบข้อ 2 ถ้าปริมาณในสดมภ์ B มากกว่าในสดมภ์ A **ตอบ**

ลำดับเลขคณิต

ลำดับเลขคณิต เป็นลำดับที่ผลต่างซึ่งเกิดจากพจน์ที่ n + 1 ลบด้วยพจน์ที่ n มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม เขียนแทนด้วย d จะได้ว่า

$$d = a_{n+1} - a_n$$

การกำหนดลำดับเลขคณิต $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ โดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิดเพื่อช่วยในการหาสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตสามารถทำได้ ดังนี้

ให้ $a_n = a_{n-1} + d$ เมื่อ $n \geq 2$ และ a_1, d เป็นค่าคงตัว

จะได้ $a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$

$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$

$\vdots$

$a_n = a_1 + (n - 1)d$

หรือ สรุปได้ว่าการหาพจน์พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต หาได้จากสูตร

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

เมื่อ a_1 คือพจน์ที่ 1 หรือพจน์แรกของลำดับ และ d คือผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

ตัวอย่าง พจน์ที่เท่าใดของ 5, 11, 17, ... มีค่าเท่ากับ 323

วิธีทำ $\because$ 11 - 5 = 17 - 11 = 6

$\therefore$ d = 6 แสดงว่าเป็นลำดับเลขคณิต

$a_1 = 5, d = 6, a_n = 323$

จากสูตร $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$323 = 5 + (n - 1)6$

$n - 1 = \frac{323 - 5}{6}$

$n = 53 + 1 = 54$

$\therefore$ 323 เป็นพจน์ที่ 54 ของลำดับ **ตอบ**

อนุกรมเลขคณิต

อนุกรมเลขคณิต เป็นการแสดงผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต โดยที่อนุกรมเลขคณิตสามารถหาผลบวกโดยการใช้สูตรผลบวกของอนุกรมเลขคณิต ซึ่งหาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a_1 + (n - 1)d\}$$

ตัวอย่าง จำนวนเต็มบวกเรียงกัน โดยเริ่มจาก 10 บวกกันกี่จำนวนจึงมีค่าเท่ากับ 2,035

วิธีทำ 10 + 11 + 12 + ...

จากสูตร $S_n = \frac{n}{2}\{2a_1 + (n - 1)d\}$

$S_n = 2,035, a_1 = 10, d = 1, n = ?$

$2,035 = \frac{n}{2}\{2(10) + (n - 1)1\}$

$4,070 = n\{20 + n - 1\}$

$4,070 = n^2 + 19n$

$n^2 + 19n - 4,070 = 0$

$(n - 55)(n + 74) = 0$

$n = 55, -74$

ดังนั้น มีทั้งหมด 55 จำนวน **ตอบ**

เศษส่วน

เศษส่วน เป็นจำนวนที่เขียนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ $b \neq 0$ โดยที่ a คือ ตัวเศษ และ b คือ ตัวส่วน จำนวนเต็มทุกจำนวนมีส่วนเป็น 1

เศษส่วนอย่างต่ำ

เศษส่วนอย่างต่ำ คือ เศษส่วนที่ไม่มีจำนวนนับจำนวนเดียวกันที่มากกว่า 1 หารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ลงตัว การทำเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ทำได้โดยการหา ห.ร.ม. ของตัวเศษและตัวส่วน แล้วนำ ห.ร.ม. มาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน หรืออาจจะใช้วิธีนำจำนวนนับจำนวนเดียวกันที่มากกว่า 1 หารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ลงตัว ไปเรื่อยๆ จนมาหารต่อไม่ได้อีก

ตัวอย่าง จงทำ $\frac{60}{84}$ ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

วิธีทำ จะได้ $\frac{60 \div 3}{84 \div 3} = \frac{20}{28}$

$\frac{20 \div 2}{28 \div 2} = \frac{10}{14}$

$\frac{10 \div 2}{14 \div 2} = \frac{5}{7}$

ดังนั้น $\frac{5}{7}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำของ $\frac{60}{84}$ **ตอบ**

การเขียนจำนวนคละในรูปเศษเกิน

สามารถทำได้โดยการใช้สูตร

$$\text{จำนวนเต็ม } \frac{\text{ตัวเศษ}}{\text{ตัวส่วน}} = \frac{(\text{จำนวนเต็ม} \times \text{ตัวส่วน}) + \text{ตัวเศษ}}{\text{ตัวส่วน}}$$

ตัวอย่าง $2\frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + 3}{4} = \frac{8 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

การเขียนเศษเกินในรูปจำนวนคละ

สามารถทำได้โดยการใช้วิธีการหาร

ตัวอย่าง $\frac{27}{4}$ = 6 เศษ 3 เขียนในรูปจำนวนคละ คือ $6\frac{3}{4}$

การเปลี่ยนเศษส่วนให้เป็นทศนิยม

สามารถแบ่งวิธีการทำย่อยๆ ออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

1. เศษส่วนที่มีส่วนเป็น 10 ยกกำลัง n (เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก) สามารถเปลี่ยนเป็นทศนิยมได้เลยโดยจำนวนศูนย์ของตัวส่วนจะเท่ากับหลักของทศนิยม

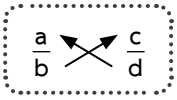
   ตัวอย่าง $\frac{34}{100} = 0.34, -\frac{34}{1,000} = -0.034$

2. เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่ใช่ 10 ยกกำลัง n (เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก) สามารถเปลี่ยนเป็นทศนิยมได้โดยนำตัวเศษหารตัวส่วน

   ตัวอย่าง $\frac{37}{6} = 37 \div 6 = 6.1$ ...ให้นำตัวเศษตั้งแล้วหารด้วยตัวส่วนจะได้ค่าเป็นทศนิยม

การเปรียบเทียบเศษส่วน

เป็นการเปรียบเทียบจำนวนตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป ถ้าตัวส่วนมีค่าเท่ากัน ค่าของตัวเศษของจำนวนใดมีค่ามากกว่าแสดงว่า เศษส่วนนั้นมีค่ามากกว่า แต่ถ้าตัวส่วนมีค่าไม่เท่ากัน สามารถเปรียบเทียบ 2 จำนวน โดยใช้การคูณไขว้ การคูณไขว้ คือ การนำเอาเศษของจำนวนหนึ่งคูณกับส่วนของอีกจำนวนหนึ่ง ถ้าเท่ากันแสดงว่าเศษส่วนที่กำหนดให้นั้นเท่ากัน ถ้าคูณไขว้แล้วผลออกมาไม่เท่ากัน แสดงว่า เศษส่วนคู่นั้นไม่เท่ากัน



ผลการคูณไขว้คือ ad และ bc ให้เปรียบเทียบค่าที่ได้ ดังนี้

- ถ้า ad = bc แสดงว่า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- ถ้า ad > bc แสดงว่า $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$
- ถ้า ad < bc แสดงว่า $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

ตัวอย่าง จงเปรียบเทียบ $\frac{7}{9}$ และ $\frac{5}{7}$

วิธีทำ เอาเศษส่วนทั้งสองจำนวนมาคูณไขว้กันโดยเอาเศษของจำนวนแรกคูณกับส่วนของจำนวนที่ 2 และเอาส่วนของจำนวนแรกคูณกับเศษของจำนวนที่ 2

จะได้ $\frac{7}{9}$ $\frac{5}{7}$

$= 7 \times 7 = 49$

$= 9 \times 5 = 45$

$49 > 45$

แสดงว่า $\frac{7}{9} > \frac{5}{7}$ **ตอบ**

การบวกและการลบเศษส่วน

ถ้าตัวส่วนเท่ากัน สามารถนำเศษมาบวกและลบกันได้เลยโดยที่ตัวส่วนจะมีค่าเท่าเดิม แต่ถ้าตัวส่วนไม่เท่ากัน ให้ทำตัวส่วนให้เท่ากันก่อน โดยหา ค.ร.น. ของตัวส่วน แล้วใช้การขยายเศษส่วนมาช่วยในการทำส่วนให้เท่ากัน จากนั้นจึงทำการบวกและการลบกันตามปกติ

ตัวอย่าง $\frac{3}{4} + \frac{6}{5} = \square$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 4 และ 5 คือ 20

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{6 \times 4}{5 \times 4} = \frac{24}{20}$$

ดังนั้น $\frac{15}{20} + \frac{24}{20} = \frac{39}{20} = 1\frac{19}{20}$ **ตอบ**

มีเทคนิคเพิ่มเติมเล็กน้อย ในกรณีการบวกและการลบเศษส่วนที่เป็นจำนวนคละ ให้ใช้วิธีทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน แล้วจึงนำมาบวกลบกัน หรือใช้การแยกจำนวนคละเป็นจำนวนเต็มบวกกับเศษส่วนแท้

ตัวอย่าง จงหาค่าของ $9\frac{3}{6} - 6\frac{2}{9} + 7\frac{7}{8} = \square$

วิธีที่ 1 แยกจำนวนคละออกเป็นผลบวกของจำนวนเต็มกับเศษส่วน แล้วนำจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มและเศษส่วนบวกกับเศษส่วน

$$9\frac{3}{6} - 6\frac{2}{9} + 7\frac{7}{8} = 9 + \frac{3}{6} - 6 - \frac{2}{9} + 7 + \frac{7}{8}$$

$$= (9 - 6 + 7) + \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{9} + \frac{7}{8}\right)$$

$$= 10 + \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{9} + \frac{7}{8}\right)$$

ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 9 คือ 72

$$= 10 + \left(\frac{3 \times 12}{6 \times 12} - \frac{2 \times 8}{9 \times 8} + \frac{7 \times 9}{8 \times 9}\right)$$
$$= 10 + \left(\frac{36}{72} - \frac{16}{72} + \frac{63}{72}\right)$$
$$= 10 + \frac{83}{72}$$
$$= 10 + 1 + \frac{11}{72}$$
$$= 11\frac{11}{72}$$ **ตอบ**

วิธีที่ 2 เขียนจำนวนคละให้อยู่ในรูปเศษเกิน แล้วนำมาบวกกันตามวิธีการบวกเศษส่วน

$$9\frac{3}{6} - 6\frac{2}{9} + 7\frac{7}{8} = \frac{57}{6} - \frac{56}{9} + \frac{63}{8}$$
$$= \frac{57 \times 12}{6 \times 12} - \frac{56 \times 8}{9 \times 8} + \frac{63 \times 9}{8 \times 9}$$
$$= \frac{684}{72} - \frac{448}{72} + \frac{567}{72}$$
$$= \frac{803}{72}$$
$$= 11\frac{11}{72}$$ **ตอบ**

การคูณเศษส่วน

ทำได้โดย นำตัวเศษคูณตัวเศษ นำตัวส่วนคูณตัวส่วน ถ้าจำนวนใดทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำได้ให้ทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำก่อนการคูณ ทั้งนี้สามารถแยกหลักการของการคูณเศษส่วนได้ดังต่อไปนี้

1. การคูณเศษส่วน ผลคูณของจำนวนสองจำนวน ถ้าเป็นจำนวนชนิดเดียวกัน ผลคูณจะเป็นบวกเสมอ แต่ถ้าเป็นจำนวนต่างชนิดกันผลคูณจะเป็นจำนวนติดลบเสมอ
2. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ให้เขียนจำนวนเต็มในรูปของเศษส่วน แล้วใช้หลักการคูณเศษส่วนตามปกติ
3. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนคละ ให้ทำจำนวนคละเป็นเศษเกินก่อน แล้วใช้หลักการคูณเศษส่วนตามปกติ
4. การคูณจำนวนคละด้วยจำนวนคละ ให้ทำจำนวนคละเป็นเศษเกินก่อน แล้วใช้หลักการคูณเศษส่วนตามปกติ

ตัวอย่าง $\frac{4}{6} \times \frac{12}{3} = \square$

วิธีทำ $\frac{4}{6} \times \frac{12}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1}$
$$= \frac{2 \times 4}{3 \times 1}$$
$$= \frac{8}{3}$$
$$= 2\frac{2}{3}$$ **ตอบ**

การหารเศษส่วน

ทำได้โดย เปลี่ยนเครื่องหมายหารเป็นเครื่องหมายคูณและเปลี่ยนรูปตัวหารโดยการกลับตัวเศษเป็นตัวส่วน กลับตัวส่วนเป็นตัวเศษ จากนั้นทำการคูณเศษส่วนตามหลักของการคูณเศษส่วนตามที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น

ตัวอย่าง $\frac{16}{18} \div \frac{4}{9} = \square$

วิธีทำ $\frac{16}{18} \div \frac{4}{9} = \frac{16}{18} \times \frac{9}{4}$ ... (นำ 9 ตัดทอนกับ 18 และ 4 ตัดทอนกับ 16)

$= \frac{4}{2} \times \frac{1}{1}$

$= \frac{2}{1} = 2$ **ตอบ**

เศษส่วนซ้อน

เป็นเศษส่วนที่ตัวเศษหรือตัวส่วนประกอบด้วยเศษส่วนอยู่หนึ่งตัวหรือหลายตัว หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นเศษส่วนที่อยู่ในรูปการหารของเศษส่วนที่กำหนดให้ ในการคำนวณเศษส่วนซ้อน ให้ทำการแปลงเศษส่วนซ้อน ให้อยู่ในรูปการหาร แล้วคำนวณตามปกติ

ตัวอย่าง จงหาค่าของ $\frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$

วิธีทำ หาค่าของแต่ละส่วนก่อน โดยเริ่มจากตัวเศษ

$1 - \frac{1}{3} = \frac{3 - 1}{3} = \frac{2}{3}$

$1 + \frac{1}{3} = \frac{3 + 1}{3} = \frac{4}{3}$

นำแต่ละส่วนมาหารกันโดยใช้ความรู้เรื่องการหารเศษส่วน ดังนี้

$\frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$

$= \frac{2}{3} \div \frac{4}{3}$ (เขียนในรูปการหาร)

$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

$= \frac{2 \times 3}{3 \times 4}$

$= \frac{2 \times 3}{3 \times (2 \times 2)}$

$= \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ **ตอบ**

ทศนิยม

ทศนิยม หมายถึง เป็นการเขียนตัวเลขประเภทหนึ่ง ซึ่งมีความละเอียดมากขึ้นจากจำนวนเต็ม ทศนิยมนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ และเศษส่วนเองก็ยังสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้เช่นเดียวกัน ทศนิยมจะใช้เครื่องหมาย . (จุด) แทน ในการเขียน ซึ่งทศนิยมตำแหน่งที่ 1 คือ ทศนิยมที่อยู่ในหลักส่วนสิบ

ตัวอย่าง $\frac{4}{10} = 0.4$ $\frac{3}{100} = 0.03$

การเขียนทศนิยมให้เป็นเศษส่วน

เป็นการแปลงจำนวนที่เป็นตัวเลขทศนิยมให้กลับมาอยู่ในรูปเศษส่วน

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน 4.32 ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีที่ 1 ใช้การนับหลักของตัวเลข ว่าทศนิยมตำแหน่งนั้นๆ อยู่ในหลักใด

$$4.32 = \frac{432}{100} \quad \text{.... (ตำแหน่งสุดท้ายของตัวเลขอยู่ในหลักส่วนร้อย)}$$
$$= 4 + \frac{32}{100}$$
$$= 4 + \frac{8}{25}$$
$$= 4\frac{8}{25} \quad \textbf{ตอบ}$$

วิธีที่ 2 ใช้การกระจาย

$$4.32 = 4 + 0.32$$
$$= 4 + \frac{32}{100}$$
$$= 4 + \frac{8}{25}$$
$$= 4\frac{8}{25} \quad \textbf{ตอบ}$$

การบวก ลบ ทศนิยม

ใช้หลักการเดียวกับการบวกลบจำนวนเต็ม โดยวางจุดให้ตรงกัน

ตัวอย่าง $2.245 + 0.72 = \square$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2\ .\ 2\ 4\ 5 \\ 0\ .\ 7\ 2 \quad + \\ \hline 2\ .\ 9\ 6\ 5 \end{array}$$

ดังนั้น ผลบวกของทั้ง 2 จำนวนคือ 2.965 **ตอบ**

การคูณทศนิยม

ใช้หลักการเดียวกับการคูณจำนวนเต็ม โดยไม่ต้องคำนึงถึงตำแหน่งของทศนิยม ทั้งนี้ผลลัพธ์ที่ได้จะมีตำแหน่งของทศนิยมเท่ากับผลบวกของตำแหน่งทศนิยมของตัวตั้งกับตำแหน่งทศนิยมของตัวคูณ

ตัวอย่าง $2.25 \times 0.7 = \square$

วิธีทำ $2.25 \times 0.7 = 225 \times 7$

$= 1,575$ ... (ทศนิยมรวมกันเป็น 3 ตำแหน่ง)

ดังนั้น ผลลัพธ์คือ 1.575 **ตอบ**

การหารทศนิยม

ใช้หลักการเดียวกับการหารจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $1,373.52 \div 24 = \square$

วิธีทำ

```
      57.23
   ┌─────────
24 ) 1,373.52
     120
     ---
      173
      168
      ---
       55
       48
       --
       72
       72
       --
        0
```

ดังนั้น $1,373.52 \div 24 = 57.23$ **ตอบ**

การหารทศนิยมที่เป็นบวกด้วยจำนวนนับโดยการตั้งหาร นิยมเขียนจุดทศนิยมเฉพาะตัวตั้งและผลหาร โดยที่ตำแหน่งของจุดทศนิยมตัวตั้งและตัวหารตรงกัน ในกรณีที่การหารมีเศษ ให้เติมศูนย์ที่ตัวตั้งแล้วหารต่อไปจนเศษเป็นศูนย์หรือได้ผลหารมีจำนวนตำแหน่งทศนิยมตามต้องการ หากตัวหารติดทศนิยม จำเป็นต้องทำให้ตัวหารไม่ติดทศนิยมก่อน โดยการเลื่อนจุดไปพร้อมๆ กันทั้งตัวตั้งและตัวหารแล้วจึงทำการหารต่อไป

ตัวอย่าง $4.42 \div 0.086 = 4.420 \div 0.086 = 4,420 \div 86$

(ตัวหารเลื่อนจุดไปทางด้านหลัง 3 ตำแหน่ง ตัวตั้งย่อมเลื่อนจุดไปทางด้านหลัง 3 ตำแหน่งเช่นเดียวกัน)

เลขยกกำลัง

ถ้า a แทนจำนวนใดๆ และ n แทนจำนวนเต็มบวก “a ยกกำลัง n” หรือ “a กำลัง n” เขียนแทนด้วย a^n

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n ตัว}}$$

เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง มี a เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

การดำเนินการของเลขยกกำลัง

เมื่อ a และ $b \neq 0$ และ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

1. $a^m \times a^n = a^{m+n} \longrightarrow 7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาบวกกัน

2. $a^m \div a^n = a^{m-n} \longrightarrow 3^4 \div 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีฐานเหมือนกันหารกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาลบกัน

3. $a^0 = 1 \longrightarrow 9^0 = 1$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

4. $a^{-n} = a^{\frac{1}{n}} \longrightarrow 7^{-2} = \frac{1}{7^2}$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังติดลบ สามารถทำเลขชี้กำลังให้เป็นบวกโดยการทำเป็นกลับเศษส่วน

5. $(a^m)^n = a^{m \times n} \longrightarrow (8^3)^2 = 8^{3 \times 2} = 8^6$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังของผลลัพธ์นั้น หาได้จากผลคูณของเลขชี้กำลังของฐานกับเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังนั้น

6. $(a \times b)^n = a^n b^n \longrightarrow (5^2 \times 6^3)^4 = 5^{2 \times 4} \times 6^{3 \times 4} = 5^8 \times 6^{12}$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการคูณที่อยู่ภายในวงเล็บและมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลคูณนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว เช่น

7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \longrightarrow \left(\frac{3^2}{5^3}\right)^4 = \frac{3^{2 \times 4}}{5^{3 \times 4}} = \frac{3^8}{5^{12}}$

   คำอธิบาย เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการหารที่อยู่ภายในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลหารนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $64x^3 + 18y^2$ เมื่อกำหนดให้ $\left(\frac{5}{7}\right)^{4x} = \frac{125}{343}$ และ $\left(\frac{6}{16}\right)^{3y} = \frac{36}{256}$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{5}{7}\right)^{4x} = \frac{125}{343}$

จะได้ $\left(\frac{5}{7}\right)^{4x} = \left(\frac{5}{7}\right)^3$

$4x = 3$

$x = \frac{3}{4}$

จาก $\left(\frac{6}{16}\right)^{3y} = \frac{36}{256}$

จะได้ $\left(\frac{6}{16}\right)^{3y} = \left(\frac{6}{16}\right)^2$

$3y = 2$

$y = \frac{2}{3}$

ดังนั้น $64x^3 + 18y^2 = 64\left(\frac{3}{4}\right)^3 + 18\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$= 64\left(\frac{27}{64}\right) + 18\left(\frac{4}{9}\right)$

$= 27 + 8$

$= 35$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $\frac{2^{n+2} \times 7}{2^{n+4} - (6 \times 2^{n+1})}$

วิธีทำ $\frac{2^{n+2} \times 7}{2^{n+4} - (6 \times 2^{n+1})} = \frac{2^n \times 2^2 \times 7}{(2^n \times 2^4) - (6 \times 2^n \times 2)}$

แยกเลขชี้กำลัง ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน

$= \frac{2^n \times 2^2 \times 7}{2^n \times [2^4 - (6 \times 2)]}$

ดึง 2^n ที่เป็นตัวร่วมออกมา แล้วทำการตัดทอนค่าที่เหมือนกัน

$= \frac{28}{16 - 12}$

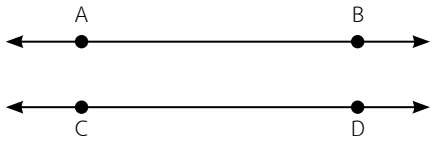
$= \frac{28}{4}$

$= 7$

ดังนั้น $\frac{2^{n+2} \times 7}{2^{n+4} - (6 \times 2^{n+1})} = 7$ **ตอบ**

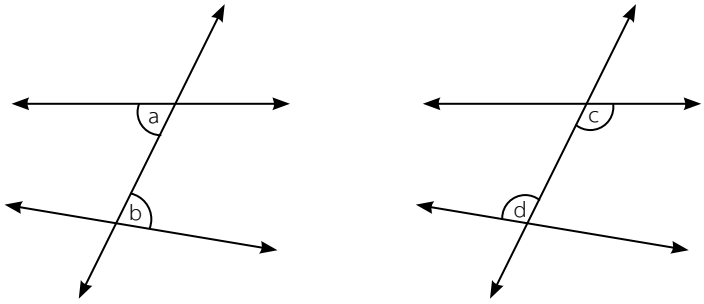
เส้นขนาน

เส้นขนาน คือ เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันมีระยะห่างเท่ากันตลอดทั้งเส้น สำหรับส่วนของเส้นตรงที่แสดงระยะห่างของเส้นขนานจะต้องตั้งฉากกับเส้นขนานเสมอ สัญลักษณ์ใช้ // แทนคำว่าขนานกันกับ เช่น



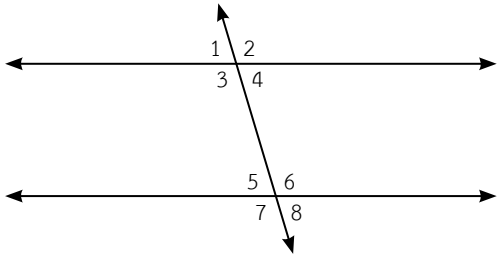
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$

มุมแย้งและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



มุมแย้งเป็นมุมภายในที่อยู่คนละข้างของเส้นตัด โดยที่มุมแย้งของเส้นตรงคู่ที่ขนานกันจะมีขนาดเท่ากัน ในทางกลับกันมุมแย้งต้องมีขนาดเท่ากันจึงจะบอกได้ว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น เราจะยกตัวอย่าง โดยกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง จะได้ว่า

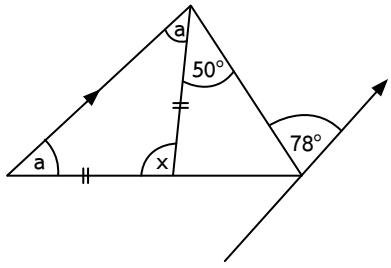


- มุมภายในและมุมที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
  - มุมภายในคือ $\hat{3}, \hat{4}, \hat{5}$ และ $\hat{6}$
  - มุมที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดคือ $\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}$ และ $\hat{2}, \hat{4}, \hat{6}, \hat{8}$
  - มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดคือ $\hat{3}$ กับ $\hat{5}$ และ $\hat{4}$ กับ $\hat{6}$
- มุมแย้งเป็นมุมภายในที่อยู่คนละข้างของเส้นตัด
  - มุมแย้งคือ $\hat{3}$ กับ $\hat{6}$ และ $\hat{4}$ กับ $\hat{5}$

สมบัติของเส้นขนาน

1. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน
2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
3. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด ผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะเท่ากับ 180 องศา
4. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ผลบวกของขนาดของมุม ภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
5. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป จงหาขนาดของมุม x



วิธีทำ จากรูป a + 50° = 78° (ขนาดของมุมแย้ง)

$\therefore$ a = 78° - 50° = 28°

x + 2a = 180°

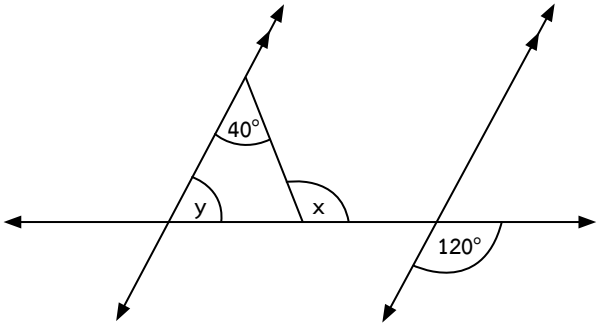
x = 180° - 2a

= 180° - (2 × 28°)

= 180° - 56°

$\therefore$ x = 124° **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป จงหาขนาดของมุม x



วิธีทำ จากรูป $y = 180° - 120°$

$= 60°$

$x = y + 40°$

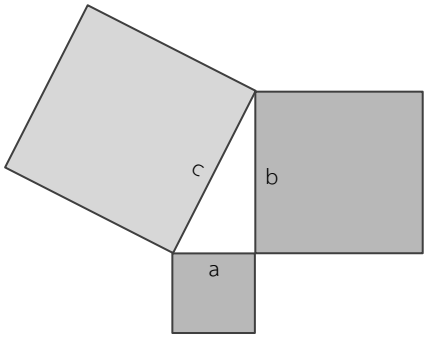
$\therefore \quad x = 60° + 40° = 100°$ **ตอบ**

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

เป็นการหาความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเราจำเป็นต้องทราบความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 ด้าน จึงจะสามารถหาความยาวของด้านที่เหลืออีกด้านหนึ่งได้ โดยมีวิธีการทำ ดังนี้

จากความสัมพันธ์ของภาพต่อไปนี้ จะได้ว่า



พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูป c = พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูป a + พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูป b

ดังนั้น

$$c^2 = a^2 + b^2$$

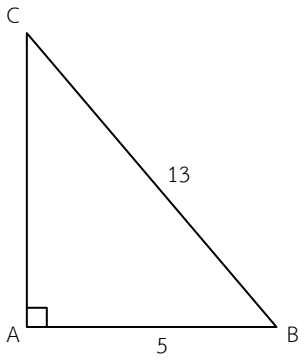
ถ้าโจทย์กำหนดค่า c และ a มาให้ โจทย์ต้องการทราบค่าของ b เราต้องทำการจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$b^2 = c^2 - a^2$$

หรือถ้าโจทย์กำหนดค่า c และ b มาให้ โจทย์ต้องการทราบค่าของ a เราต้องทำการจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$a^2 = c^2 - b^2$$

ตัวอย่าง จากภาพ จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



วิธีทำ เนื่องจากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$AC^2 = 13^2 - 5^2$

$AC^2 = 169 - 25$

$AC^2 = 144$

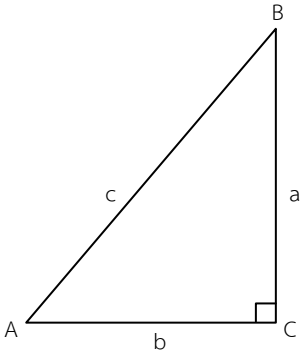
$AC = 12$

ดังนั้น ความยาวของด้านที่เหลือ คือ 12 หน่วย **ตอบ**

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เป็นอัตราส่วนของด้านในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตรีโกณมิติ สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการหาระยะทาง มุม ทิศทาง และพื้นที่ ที่ยากแก่การใช้เครื่องมือวัดโดยตรง

กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี C เป็นมุมฉาก ดังรูป



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย

$\overline{BC}$ เป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม A ยาว a หน่วย

$\overline{AC}$ เป็นด้านประชิดมุม A ยาว b หน่วย

จะได้ว่า $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{c}$

$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{b}{c}$

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{a}{b}$

$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{c}{a}$

$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{c}{b}$

$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{b}{a}$

ค่าตรีโกณมิติที่ใช้ในการคำนวณบ่อยๆ ได้ดังนี้

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ไม่มีค่า
$\cot\theta$	ไม่มีค่า	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	ไม่มีค่า
$\operatorname{cosec}\theta$	ไม่มีค่า	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	1

สมบัติอื่นๆ ประกอบด้วย

1. ส่วนตรงคูณส่วนกลับมีค่าเท่ากับ 1

$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$

$\cos A \cdot \sec A = 1$

$\tan A \cdot \cot A = 1$

2. tanA และ cotA ในพจน์ของ sinA และ cosA

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

3. ผลบวกของตรีโกณมิติ

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

ตัวอย่างที่ 1 $\sec 60^\circ = \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $\sin\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ และ $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ จงหาค่าของ $\tan\theta$

วิธีทำ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{b}{a}$

ตัวอย่างที่ 3 ถ้า $\sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = \frac{12}{25}$ จงหาค่าของ $\tan\theta + \cot\theta$

วิธีทำ

$$\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

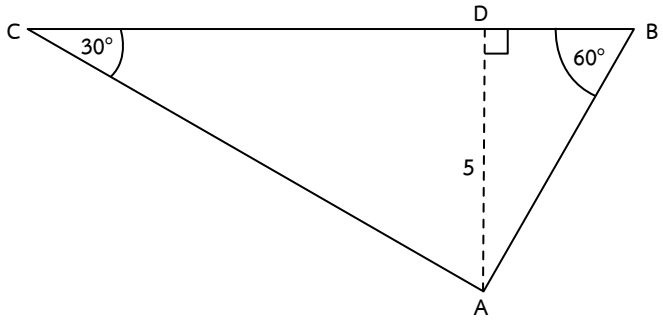
$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta \cdot \sin\theta}$$

$$= \frac{1}{\cos\theta \cdot \sin\theta}$$

$$= \sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$$

$$= \frac{12}{25}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 จากภาพ จงหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC



วิธีทำ จากรูป $\hat{A} = 180° - 60° - 30°$

$= 90°$

จากรูป ΔACD ; $\frac{AC}{AD} = \text{cosec } 30°$

$AC = AD \text{ cosec } 30°$

$AC = 5(2)$

$= 10$ หน่วย

จากรูป ΔABD ; $\frac{AB}{AD} = \text{cosec } 60°$

$AB = AD \text{ cosec } 60°$

$AB = 5\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

$= \frac{10\sqrt{3}}{3}$ หน่วย

จาก ΔABC และทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ; $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$= \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 10^2$

$= \frac{400}{3}$

$BC = \sqrt{\frac{400}{3}}$

$= \frac{20\sqrt{3}}{3}$ หน่วย

ดังนั้น ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC $= \frac{10\sqrt{3}}{3} + 10 + \frac{20\sqrt{3}}{3}$

$= 10 + 10\sqrt{3}$ หน่วย **ตอบ**

อัตราส่วนและปริมาณส่วนผสม

อัตราส่วน

เป็นการเปรียบเทียบปริมาณมากกว่าหนึ่งปริมาณขึ้นไปซึ่งมีหน่วยเดียวกันหรือต่างกันก็ได้ ทั้งนี้การทำข้อสอบในเรื่องอัตราส่วน จะมีเนื้อหาเกี่ยวพันกับเรื่องเศษส่วนเสมอ

ตัวอย่างที่ 1 เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC ยาว 36 เซนติเมตร AB : BC : CA เท่ากับ 3 : 4 : 5 จงหาความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม

วิธีทำ จาก AB : BC : CA = 3 : 4 : 5

ให้อัตราส่วนความยาวจริงเป็น AB : BC : CA = 3m : 4m : 5m

ดังนั้น $3m + 4m + 5m = 36$

$$12m = 36$$

$$m = \frac{36}{12}$$

$$m = 3$$

ดังนั้น ความยาวของด้าน AB เท่ากับ $3m = 3 \times 3 = 9$ เซนติเมตร

ความยาวของด้าน BC เท่ากับ $4m = 4 \times 3 = 12$ เซนติเมตร

ความยาวของด้าน CA เท่ากับ $5m = 5 \times 3 = 15$ เซนติเมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 กล่องของขวัญมีอัตราส่วนความยาวต่อความกว้างเป็น 10 : 4 และมีอัตราส่วนความกว้างต่อความสูงเป็น 6 : 5 หากกล่องของขวัญมีความสูง 2 คืบ ถามว่ากล่องของขวัญใบนี้มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เมตร

วิธีทำ ให้แปลงหน่วยคืบเป็นเซนติเมตรก่อน

2 คืบ = 1 ศอก, 4 ศอก = 1 วา, 1 วา = 2 เมตร

จะได้ 2 คืบ หรือ 1 ศอก เท่ากับ $\frac{200}{4} = 50$ เซนติเมตร

หลังจากนั้นมาหาความยาวจากอัตราส่วนที่โจทย์กำหนดให้

ยาว : กว้าง = 10 : 4 (ค.ร.น. ของ 6 กับ 4 = 12)

กว้าง : สูง = 6 : 5

ดังนั้น ยาว : กว้าง = 10 x 3 : 4 x 3

กว้าง : สูง = 6 x 2 : 5 x 2

แปลงเป็น อัตราส่วนใหม่ ยาว : กว้าง : สูง

10 x 3 : 12 : 5 x 2

ได้เป็น 30 : 12 : 10

กล่องของขวัญสูง 2 คืบ = 50 เซนติเมตร

ดังนั้น 1 ส่วน = $\frac{50}{10}$ = 5 เซนติเมตร

กล่องของขวัญใบนี้ ยาว 30 x 5 = 150 เซนติเมตร

กว้าง 12 x 5 = 60 เซนติเมตร

สูง 10 x 5 = 50 เซนติเมตร

ปริมาตรกล่องของขวัญ = พื้นที่ฐาน x สูง

= (กว้าง x ยาว) x สูง

= (60 x 150) x 50

= 450,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แปลงเป็นลูกบาศก์เมตร โดยที่ 1 ลูกบาศก์เมตร = 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้น $\frac{450,000}{1,000,000}$ = 0.45 ลูกบาศก์เมตร **ตอบ**

ปริมาณส่วนผสม

เป็นโจทย์ที่ต้องอาศัยความรู้ในเรื่องร้อยละ เปอร์เซ็นต์ ระบบสมการ และเศษส่วน มาประยุกต์ใช้กับโจทย์ประเภทนี้

ตัวอย่าง มีสารละลายอยู่สองชนิด ชนิดแรกมีน้ำ 25% ชนิดหลังมีน้ำ 40% เอาสารละลายสองชนิดนี้มาผสมกันเป็นสารละลายใหม่มีปริมาณ 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร และมีน้ำผสมอยู่ 34% จะต้องใช้สารละลายทั้งสองชนิดอย่างละเท่าไร

วิธีทำ สมมุติว่า ใช้สารละลายชนิดแรก x ลูกบาศก์เซนติเมตร

ใช้สารละลายชนิดหลัง y ลูกบาศก์เซนติเมตร

นำสารละลายทั้งสองมาผสมกันได้ปริมาณ 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะได้สมการเป็น $x + y = 100$ ← (1)

เนื่องจากสารละลายชนิดแรกมีน้ำ 25%

ดังนั้น สารละลายชนิดแรก x ลูกบาศก์เซนติเมตร

จะมีน้ำ $\frac{25}{100}x = \frac{x}{4}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

เนื่องจากสารละลายชนิดหลังมีน้ำ 40%